

V. A. HÜSEYNOV

**K V A N T
ELEKTRODİNAMİKASI**

Dərslük

*Azərbaycan Respublikası
Təhsil Nazirinin 03 aprel
2012-ci il tarixli 528 №-li
əmri ilə təsdiq edilmişdir.*

BAKI – 2012

32485

Elmi redaktor:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Ş.M. Nağıyev**

Rəyçilər:

– Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının müxbir üzvü,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **S.A. Hacıyev**

– fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **İ.H. Cəfərov**

– fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **S.Q. Abdullayev**

Hüseynov V. A. Kvant elektrodinamikası.

Ali məktəblər üçün dərslik.

Bakı: «Şərq-Qərb» nəşr., 2012, 235s.

Kitabda kvant elektrodinamikasının fundamental məsələlərinin, o cümlədən Hamilton formalizmində bozon və fermion sahələrinin ikinci kvantlanması, yenidən normalanma ilə bağlı məsələlərin, Gell-Mann-Lou tənlikləri və onların həllərinin və digər məsələlərin şərhinə geniş yer verilmişdir.

Azərbaycan dilində yazılmış bu ilk dərslik ali təhsil məktəblərinin magistr təhsil pilləsi üçün nəzərdə tutulmuşdur. Kitab nəzəri fizika – kvant elektrodinamikası, nüvə və elementar zərrəciklər fizikası, kosmologiya, zərrəciklər astrofizikası, kondensə olunmuş hal fizikası sahələrində ixtisaslaşan magistrantlar, doktorantlar və bu sahədə elmi iş aparan tədqiqatçılar üçün də faydalı ola bilər. Kitabdən, həmçinin, yuxarı kurslarda təhsil alan bakalavrlar da istifadə edə bilərlər.

ISBN 978-9952-34-803-3

© «Şərq-Qərb» nəşriyyatı, 2012

MÜNDƏRİCAT

Giriş.....	5
I fəsil. Skalyar, elektromaqnit və Dirak sahələrinin ikinci kvantlanması	8
§1.1. Kvant nəzəriyyəsində eynilik prinsipi	8
§1.2. İkinci kvantlamanın ümumi prinsipləri.....	10
§1.3. Kleyn-Qordon-Fok tənliyi. Skalyar sahənin kvantlanması. Skalyar sahənin yerdəyişmə və səbəbiyyət funksiyaları	16
§1.4. Lorens kalibrləşməsində elektromaqnit sahəsinin kanonik kvantlanması.....	27
§1.5. Elektromaqnit sahəsinin yerdəyişmə funksiyası. Elektromaqnit sahəsinin operatorları üçün yerdəyişmə münasibəti	34
§1.6. Elektromaqnit sahəsi operatorlarının normal və xronoloji hasilləri.....	41
§1.7. Elektromaqnit sahəsinin səbəbiyyət funksiyası	44
§1.8. Dirak sahəsinin kvantlanması	47
§1.9. Dirak sahəsinin operatorları üçün yerdəyişmə münasibətləri. Dirak sahəsinin yerdəyişmə funksiyası.....	64
§1.10. Dirak sahəsi operatorlarının normal və xronoloji hasilləri	69
§1.11. Dirak sahəsinin səbəbiyyət funksiyası.....	70
§1.12. Dirak tənliyi üçün enerji və cərəyan sıxlığının yenidən təyin olunması.....	74
II fəsil. Elektromaqnit qarşılıqlı təsiri	77
§2.1. Şredinger, Heyzenberq və qarşılıqlı təsir təsvirləri. Təkamül operatoru	77
§2.2. S-matris. S-matris üçün Dayson düsturu.....	86
§2.3. Vik teoremləri	90
§2.4. Kvant elektrodinamikasında Feynman diaqramları və qaydaları	92
§2.5. Farri teoremi.....	97
§2.6. Prosesin ehtimalı və effektiv kəsiyi	99
§2.7. Elektron və fotonların polyarlaşma halları üzrə cəmləmə və ortalama	108
§2.8. Kompton səpilməsi	113

§2.9. Mandelstam dəyişənləri. Reaksiya amplitudunun çarpaz simmetriyası. Elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması və annihilyasiyası	132
§2.10. Optik teorem.....	148
§2.11. Törədici funksional	150
§2.12. Kvant elektrodinamikasında tam Qrin funksiyaları. Dayson tənlikləri. Uord eyniliyi	153
III fəsil. Dağılmalar və yenidən normalanma	168
§3.1. Diaqramın dağılma indeksi	168
§3.2. Yenidən normalanmaların ümumi sxemi	178
§3.3. Qrin funksiyalarının və zirvə funksiyasının yenidən normalanması	180
IV fəsil. Elektronların qarşılıqlı təsiri	189
§4.1. Elektronun xarici sahədə səpilməsi	189
§4.2. Elektronun elektrondan səpilməsi	196
§4.3. Pozitronun elektrondan səpilməsi.....	205
V fəsil. Radiasiya əlavələri.....	210
§5.1. Elektronun elektromaqnit formfaktorları.....	210
§5.2. Elektronun anomal maqnit momenti.....	215
§5.3. Qell-Mann-Lou tənliyi	217
§5.4. Qell-Man-Lou tənliyinin həllərinin tədqiqi	225
Ədəbiyyat	232

GİRİŞ

Dərslik kvant elektrodinamikasının fundamental məsələlərinin şərhinə həsr olunub. Magistr təhsil pilləsində tədris olunan «Kvant elektrodinamikası» fənninin mövcud proqramını əhatə edən materiallar kitabda 5 fəslə bölünmüşdür. «Skalyar, elektromaqnit və Dirak sahələrinin ikinci kvantlanması» adlanan *birinci fəsildə* skalyar, elektromaqnit və Dirak sahələrinin ikinci kvantlanması, bu sahələrin yerdəyişmə və səbəbiyyət funksiyaları, elektromaqnit və Dirak sahələri operatorlarının normal və xronoloji hasilləri və s. öz əksini tapmışdır. «Elektromaqnit qarşılıqlı təsiri» adlanan *ikinci fəsildə* səpilmə matrisi, elektrodinamikada Feynman diaqramları və qaydaları, prosesin ehtimalı və effektiv kəsiyi, optik teorem, Vik teoremləri, Farri teoremi, Dayson tənlikləri, kvant elektrodinamikasında tam Qrin funksiyaları, Uord eyniliyi, Kompton səpilməsi, elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması və annihilasiyası, Mandelstam dəyişənləri, reaksiya amplitudunun çarpaz simmetriyası və başqa məsələlər geniş şərh olunmuşdur. Dərsliyin «Dağılmalar və yenidən normalanma» adlı *üçüncü fəsində* dağılmalar, dağılma indeksi, yenidən normalanmanın ümumi sxemi, Qrin funksiyalarının və zirvə funksiyasının yenidən normalanması, kütlənin və yükün yenidən normalanması məsələləri öz şərhini tapmışdır. Kitabın «Elektronların qarşılıqlı təsiri» adlanan *dördüncü fəsində* elektronun xarici sahədə səpilməsi, elektronun elektrondan səpilməsi və pozitronun elektrondan səpilməsi məsələlərinin şərhini

nə geniş yer verilmişdir. «Radiasiya əlavələri» adlanan *beşinci fəsildə* elektronun elektromaqnit formfaktorları, elektronun anomal maqnit momenti, Qell-Mann-Lou tənliyi və onun həllərinin tədqiqinə həsr olunmuş məsələlər ətraflı şərh olunmuşdur.

Təqdim etdiyi bu dərslik ilə müəllif kvant elektrodinamikası kursunu tam həcmdə şərh etmək iddiasında deyildir. Kvant elektrodinamikasının ayrı-ayrı məsələlərinə dair daha geniş məlumatları bu sahədəki məlum monoqrafiyalardan, elmi kitablar, dərsliklər və dərs vəsaitlərindən [1-30], o cümlədən «*Reviews of Modern Physics*», «*Physics Reports*», «*Успехи физических наук*», «*Физика элементарных частиц и атомного ядра*» kimi nüfuzlu jurnallarda dərc olunmuş xülasə məqalələrdən əldə etmək olar.

Müəllif istifadə etdiyi mənbələrdəki bəzi mövzuların şərh üsulunun orijinallığını və pedaqoji baxımdan sadəliyini nəzərə alaraq, onları olduğu kimi verməyə çalışmışdır. Həmin mənbələr kitabın sonundakı ədəbiyyat siyahısına daxil edilmişdir. Sözügedən mövzuların yüksək pedaqoji ustalıqla orijinal şərhini vermiş alimlərə müəllif öz dərin ehtiramını bildirir.

Bu kitabda, bəzi müstəsna halları çıxmaq şərtilə, Feynman metrikasından istifadə olunmuşdur.

Bu dərslik müəllifin uzun illər Naxçıvan Dövlət Universitetində, daha sonra isə Bakı Dövlət Universitetində oxuduğu mühazirələrin əsasında yazılmışdır. O, magistr təhsil pilləsində təhsil alan tələbələr üçün nəzərdə tutulmuşdur. Ümid edirik ki, bu kitab həm də bakalavr təhsil səviyyəsində oxuyan yuxarı kurs tələbələri, fizika üzrə fəlsəfə doktoru və fizika elmləri doktoru elmi dərəcələrinin iddiaçıları, nəzəri fizikanın, kvant elektrodinamikasının, nüvə və elementar zərrəciklər fizikasının, kosmologiyanın, zərrəciklər astrofizikasının, kondensə olunmuş hal fizikasının problemləri ilə məşğul olan tədqiqatçı-

lar üçün faydalı elmi mənbə olacaq.

Müəllif dərslinin əlyazmasının müzakirəsində öz dəyərli məsləhətləri və elmi tövsiyələri ilə yaxından iştirak etmiş əməkdaşlara – AMEA-nın həqiqi üzvü N.A. Quliyevə, AMEA-nın müxbir üzvü A.İ. Muxtarova, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor İ.M. Nəcəfova, fizika-riyaziyyat elmləri namizədi (fizika üzrə fəlsəfə doktoru) E.İ. Cəfərova, kitabın rəyçilərinə, elmi redaktoruna və kitabın kompyuter tərtibatında xüsusi əmək sərf etmiş fizika-riyaziyyat elmləri namizədi (fizika üzrə fəlsəfə doktoru) M.Ş. Qocayevə öz dərin minnətdarlığını bildirir.

Müəllif bu kitabla bağlı öz səmimi irad, qeyd və tövsiyələrini ona göndərəcək hər bir oxucuya qabaqcadan təşəkkürünü bildirir. *Elektron-poçt ünvanları:*

vgusseinov@yahoo.com, və _gusseinov@hotmail.com

I FƏSİL

SKALYAR, ELEKTROMAQNİT VƏ DİRAK SAHƏLƏRİNİN İKİNCİ KVANTLANMASI

§1.1. Kvant nəzəriyyəsində eynilik prinsipi

Kütlə, spin, elektrik yükü və digər kvant ədədləri kimi eyni fiziki xassələrə malik olan zərrəciklər *eyni zərrəciklər* adlanır. Prinsipial olaraq bir-birindən fərqlənməyən, yəni eyni olan zərrəciklər haqqındakı anlayış sırf kvantomexaniki anlayışdır. Məsələn, Kainatda təqribən 10^{80} elektron var, bu elektronların hamısı eynidir və bir-birindən fərqlənmir. Bu deyilənlər eyni dərəcədə protonlara, neytronlara, atomlara, yüksək enerjilər halında toqquşmalar zamanı doğulan hər bir verilmiş tipə aid olan qeyri-stabil zərrəciklərə də aiddir. Eyni olan zərrəciklər *eynilik prinsipinə* tabedir. Eynilik prinsipi kvant mexanikasının fundamental prinsipidir. Bu prinsipə görə eyni olan zərrəciklərin yerlərini dəyişməklə zərrəciklər sisteminin bir-birindən alınan hallarını heç bir eksperimentdə bir-birindən fərqləndirmək olmaz. Belə hallara bir fiziki hal kimi baxılmaldır. Eynilik prinsipi klassik mexanika ilə kvant mexanikası arasında olan əsas fərqlərdən biridir. Klassik mexanikada, prinsipcə, trayektoriyalarına görə ayrı-ayrı zərrəciklərin hərəkətini həmişə izləmək, yəni zərrəcikləri bir-birindən fərqləndirmək mümkündür. Kvant mexanikasında isə eyni zərrəciklər fərdilik xassəsindən tam məhrumdur. Kvant mexanikasında zərrəciyin halı dalğa funksiyası ilə təsvir olunur. Zərrəciyin dalğa funksiyasına görə dalğa funksiyasının modulunun kvadratı tapılır. Dalğa funksiyasının modulunun kvadratı isə zərrəciyin fəzanın verilmiş nöqtəsində olma ehtimalını təyin etməyə imkan verir. İki (və ya daha artıq sayda) eyni zərrəciyin dalğa funksiyalarının fəzada bir-birini örtüyü halda zərrəcik-

lərdən hansının verilmiş nöqtədə yerləşməsindən danışmaq mənasızdır. Yalnız eyni zərrəciklərdən birinin verilmiş nöqtədə yerləşməsinin ehtimalından danışmaq məna kəsb edir. Eynilik prinsipinin mahiyyətini təşkil edən empirik fakt ondan ibarətdir ki, təbiətdə eyni zərrəciklər sistemi üçün dalğa funksiyalarının yalnız iki sinfi real olaraq mövcuddur: simmetrik dalğa funksiyaları və antisimmetrik dalğa funksiyaları. Simmetrik dalğa funksiyaları halında eyni zərrəciklərin ixtiyari cütünün fəza və spin koordinatlarının yerdəyişməsi zamanı dalğa funksiyası dəyişmir. Bu halda zərrəciklər Boze-Eynşteyn statistikasına tabedir və onlar bozonlar adlanır. Antisimmetrik dalğa funksiyaları halında isə eyni zərrəciklərin ixtiyari cütünün fəza və spin koordinatlarının yerdəyişməsi zamanı dalğa funksiyasının işarəsi dəyişir. Simmetrik dalğa funksiyaları tam spinə malik olan zərrəcikləri (məsələn, fotonları, π -mezonları, qlüonları və s.) təsvir edir. Antisimmetrik dalğa funksiyaları isə yarım və ya tam yarım spinə malik olan zərrəcikləri (məsələn, elektronları, protonları, neytronları, kvarkları, neytrinoları və s.) təsvir edir. Antisimmetrik dalğa funksiyaları ilə təsvir olunan yarım spinə malik olan zərrəciklər üçün Pauli prinsipi doğrudur. Bu zərrəciklər Fermi-Dirak statistikasına tabedir və onlar fermionlar adlanır.

Kvant sahə nəzəriyyəsində həm bozonlar, həm də fermionlar üçün doğru olan eynilik prinsipi onunla təmin olunur ki, bozonların doqulma operatorları öz aralarında kommutasiya edir, fermionların doqulma operatorları isə öz aralarında kommutasiya etmir.

Eynilik prinsipi və eyni zərrəciklər sisteminin dalğa funksiyasının bu prinsipdən alınan simmetriya tələbi mübadilə qarşılıqlı təsirinin mövcudluğuna gətirib çıxarır. Mübadilə qarşılıqlı təsiri sırf kvant effektidir və klassik nəzəriyyədə onun analoqu yoxdur.

§1.2. İkinci kvantlamamanın ümumi prinsipləri

Uyğunluq prinsipinə əsasən klassik Puasson mötərizələrini kvant Puasson mötərizələri ilə əvəz etməklə klassik mexanikadan kvant mexanikasına keçmək mümkündür. Konservativ sistemlərin klassik mexanikasında zamandan asqar şəkildə asılı olmayan mexaniki kəmiyyətlərin zaman keçdikcə dəyişməsi Puasson mötərizələrinin köməyi ilə təyin edilir:

$$\dot{F} = \{H, F\} = \sum_i \left\{ \frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{\partial H}{\partial q_i} \frac{\partial F}{\partial p_i} \right\}. \quad (1.2.1)$$

Burada H – mexaniki sistemin hamiltonianı, F isə p_i və q_i kanonik dəyişənlərinin funksiyasıdır. (1.2.1) ifadəsində cəmləmə sistemin bütün sərbəstlik dərəcələri üzrə aparılır. Ümumiyyətlə, q_i ümumiləşmiş koordinatlarından və p_i ümumiləşmiş impulslarından asılı olan ixtiyari iki f və g kəmiyyətinin klassik Puasson mötərizələri aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\{f, g\} = \sum_i \left\{ \frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial g}{\partial q_i} - \frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial g}{\partial p_i} \right\}. \quad (1.2.2)$$

Sonuncu ifadədən p_i və q_j kanonik qoşma kəmiyyətlərinin Puasson mötərizəsi üçün

$$\{p_i, q_j\} = \delta_{ij} \quad (1.2.3)$$

münasibəti alınır. Burada δ_{ij} – Kroneker simvoludur.

Klassik Puasson mötərizələrini kvant Puasson mötərizələri

ilə əvəz etməklə klassik mexanikadan kvant mexanikasına keçmək olar:

$$\{f, g\} \rightarrow i[f, g]_- \equiv i(\hat{f}\hat{g} - \hat{g}\hat{f}). \quad (1.2.4)$$

Bu halda klassik f və g kəmiyyətləri \hat{f} və \hat{g} operatorlarına çevrilir və ümumi halda bu operatorlar bir-biri ilə kommutasiya etmir. Xüsusi halda \hat{f} və \hat{g} operatorlarına, uyğun olaraq, impulsun x komponenti operatoru (\hat{p}_x) və x koordinatının operatoru (\hat{x}) kimi baxdıqda, (1.2.3) ifadəsinə uyğun olaraq, aşağıdakı münasibət alınır:

$$i[\hat{p}_x, \hat{x}]_- = i(\hat{p}_x\hat{x} - \hat{x}\hat{p}_x) = 1. \quad (1.2.5)$$

İmpuls operatoru $\hat{p}_x = -i\partial/\partial x$ şəklində daxil edildə sonuncu bərabərlik ödənilir.

Klassik Hamilton funksiyasında klassik kəmiyyətləri onların operatorları ilə əvəz etdikdə və alınmış ifadə ilə ψ dalğa funksiyasına təsir etdikdə Şredinger tənliyi alınır:

$$\hat{H}\psi = E\psi. \quad (1.2.6)$$

(1.2.1) ifadəsində klassik Puasson mütərizələrini kvant Puasson mütərizələri ilə əvəz etməklə kvant mexanikasının Heyzenberq təsvirindəki tənliyi alınır:

$$\hat{F} = i[\hat{H}, \hat{F}]_- = i(\hat{H}\hat{F} - \hat{F}\hat{H}). \quad (1.2.7)$$

Kvant sahəsinə sonsuz sayda sərbəstlik dərəcəsinə malik

kvantomexaniki sistem kimi baxmaq olar. Bu halda sahə sonsuz böyük sayda sərbəstlik dərəcələrinə uyğun gələn sahə funksiyası ilə xarakterizə olunur və fəzanın hər bir nöqtəsində sahəyə (məsələn, φ skalyar sahəsinə) asılı olmayan ümumiləşmiş koordinat, yəni asılı olmayan dinamik dəyişən kimi baxılır. Sahəni kvantlamaq üçün ümumiləşmiş koordinatları və onlara uyğun ümumiləşmiş impulsları baxılan sistemin mümkün fiziki hallarının Hilbert fəzasında təsir edən operatorlarla əvəz etmək və bu operatorlar üzərinə (1.2.5) kimi şərtlər qoymaq lazımdır.

Sahələrin kvant nəzəriyyəsində sahə funksiyaları zərrəciklər külliyyatını təsvir edir. Buna uyğun olaraq, kvantlanmış sahələrin dalğa funksiyaları operator mənası qazanır və zərrəciklərin *doğulma operatorlarına* və *udulma operatorlarına* ayrılır. Doğulma operatorları və udulma operatorları arasında yerdəyişmə və ya kommutasiya münasibətləri müəyyən edilir. Operator dalğa tənlikləri unitar çevirmə dəqiqliyi ilə sahə tənlikləri və yerdəyişmə münasibətləri vasitəsilə təyin edilir. Beləliklə, sahə funksiyaları artıq klassik funksiya mənası deyil, operator mənası daşıyır. Operator mənası daşıyan sahə funksiyaları *halın amplitudu* (və ya *hal vektoru*) adlanan və ikinci kvantlamanın bütün sahələr üçün eyni ümumi Φ dalğa funksiyasına təsir edir. Adi kvant mexanikasında sistemin halı ψ dalğa funksiyası ilə verildiyi kimi kvant sahə nəzəriyyəsində də sistemin fiziki halı tam şəkildə halın amplitudu (Φ) ilə xarakterizə olunur. Postulat olaraq qəbul edilir ki, sistemin fiziki halını təsvir edən Φ amplitudu və ya hal vektoru Hilbert fəzasında tam dəst əmələ gətirir. Heyzenberq təsvirində Φ hal vektoru zamandan asılı olmur:

$$H(\varphi, p)\Phi_n = E_n\Phi_n. \quad (1.2.8)$$

Burada H sahələrdən və ümumiləşmiş impulslardan qurulmuş

hamiltoniandır. Bu, dinamik sistemlərin kvantlanması kanonik üsuludur.

q_k ümumiləşmiş koordinatları olaraq

$$q_k = A_k(t) = A_k e^{-iE_k t} \quad (1.2.9)$$

Furje ayrılışının amplitudlarını götürmək olar. Fəza üzrə inteqrallamadan sonra sahənin tam enerjisi üçün

$$H = \sum_k \frac{E_k^2}{2\pi} A_k^+(t) A_k(t) = \sum_k \frac{E_k^2}{2\pi} A_k^+ A_k \quad (1.2.10)$$

alınır. Daha sonra

$$A_k = \sqrt{\frac{2\pi}{E_k}} a_k \quad (1.2.11)$$

münasibətindən istifadə edib, ölçüsüz a_k amplituduna keçməklə sahənin enerjisi üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$H = \sum_k E_k a_k^+ a_k. \quad (1.2.12)$$

Burada

$$E_k = \sqrt{m^2 + \vec{k}^2}.$$

Sahənin ikinci kvantlamasını həyata keçirmək üçün klassik mexanikadan kvant mexanikasına keçidilə analogiyaya uyğun olaraq hərəkət etmək olar. (1.2.10) ifadəsi ilə verilən Hamilton

funksiyasının köməyi ilə ümumiləşmiş impuls tapılır:

$$\dot{p}_{\bar{k}} = -\frac{\partial H}{\partial q_{\bar{k}}} = -\left(\frac{E_{\bar{k}}^2}{2\pi}\right) A_{\bar{k}}^+(t), \quad (1.2.13)$$

$$p_{\bar{k}} = \left(\frac{iE_{\bar{k}}}{2\pi}\right) A_{\bar{k}}(t). \quad (1.2.14)$$

Daha sonra, klassik Puasson mütərizələrini kvant Puasson mütərizələri ilə əvəz etməklə Heyzenberq şəklində yazılmış kvant hərəkət tənliklərinə keçmək olar:

$$\hat{p}_{\bar{k}} = i[\hat{H}, \hat{p}_{\bar{k}}] = i(\hat{H}\hat{p}_{\bar{k}} - \hat{p}_{\bar{k}}\hat{H}). \quad (1.2.15)$$

$A_{\bar{k}}$, $A_{\bar{k}}^+$ üçün olan ifadələri (1.2.15) düsturunda yerinə yazdıqda

$$E_{\bar{k}} A_{\bar{k}}^+ = (\hat{H} A_{\bar{k}}^+ - A_{\bar{k}}^+ \hat{H}), \quad (1.2.16)$$

$$E_{\bar{k}} A_{\bar{k}} = (\hat{H} A_{\bar{k}} - A_{\bar{k}} \hat{H}) \quad (1.2.17)$$

alınır.

Ölçüsüz $a_{\bar{k}}$ və $a_{\bar{k}}^+$ amplitudlarına keçməklə (1.2.12) və (1.2.17) ifadələrindən

$$-a_{\bar{k}} = \sum_{\bar{k}'} \frac{E_{\bar{k}'}}{E_{\bar{k}}} \{a_{\bar{k}'}^+ a_{\bar{k}'} a_{\bar{k}} - a_{\bar{k}} a_{\bar{k}'}^+ a_{\bar{k}'}\} = \sum_{\bar{k}'} \frac{E_{\bar{k}'}}{E_{\bar{k}}} Q_{\bar{k}\bar{k}'}. \quad (1.2.18)$$

alınır. (1.2.18) bərabərliyinin sol və sağ tərəflərinin eyni olması

üçün

$$Q_{\bar{k}\bar{k}'} = -a_{\bar{k}} \delta_{\bar{k}\bar{k}'} \quad (1.2.19)$$

bərabərliyinin ödənilməsi zəruridir. Beləliklə,

$$\hat{a}_{\bar{k}}^+ \hat{a}_{\bar{k}'} \hat{a}_{\bar{k}} - \hat{a}_{\bar{k}} \hat{a}_{\bar{k}'}^+ \hat{a}_{\bar{k}} = -\hat{a}_{\bar{k}} \delta_{\bar{k}\bar{k}'} = Q_{\bar{k}\bar{k}'} \quad (1.2.20)$$

tənliyindən $a_{\bar{k}}$ və $a_{\bar{k}}^+$ operatorları üçün yerdəyişmə münasibətləri alınır. Bu tənlik iki üsulla həll olunur. Həllərdən biri

$$Q_{\bar{k}\bar{k}'}^{(1)} = \hat{a}_{\bar{k}'}^+ [\hat{a}_{\bar{k}'} \hat{a}_{\bar{k}}]_- - [\hat{a}_{\bar{k}} \hat{a}_{\bar{k}'}^+]_- \hat{a}_{\bar{k}} \quad (1.2.21)$$

tam spinə malik olan zərrəciklərə, yəni bozonlara uyğun gəlir. Bozonlar isə, məlum olduğu kimi, Boze-Eynşteyn statistikasına tabedir. Bozonlar halında $\hat{a}_{\bar{k}}$, $\hat{a}_{\bar{k}'}^+$ və $\hat{a}_{\bar{k}'}^+$ operatorları

$$[\hat{a}_{\bar{k}} \hat{a}_{\bar{k}'}]_- = 0, \quad (1.2.22)$$

$$[\hat{a}_{\bar{k}} \hat{a}_{\bar{k}'}^+]_- = \hat{a}_{\bar{k}} \hat{a}_{\bar{k}'}^+ - \hat{a}_{\bar{k}'}^+ \hat{a}_{\bar{k}} = \delta_{\bar{k}\bar{k}'} \quad (1.2.23)$$

kommutasiya münasibətlərini ödəyir.

İkinci həll

$$Q_{\bar{k}\bar{k}'}^{(2)} = \hat{a}_{\bar{k}'}^+ [\hat{a}_{\bar{k}'} \hat{a}_{\bar{k}}]_+ - [\hat{a}_{\bar{k}} \hat{a}_{\bar{k}'}^+]_+ \hat{a}_{\bar{k}} \quad (1.2.24)$$

Fermi-Dirak statistikasına tabe olan zərrəciklər (spini yarım və ya tam yarım olan zərrəciklər), yəni fermionlar üçün yerdəyişmə münasibətlərini müəyyən edir:

$$[\hat{a}_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}'}]_{+} = 0, \quad (1.2.25)$$

$$[\hat{a}_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}'}^{+}]_{+} = \hat{a}_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}'}^{+} + \hat{a}_{\vec{k}'}^{+} \hat{a}_{\vec{k}} = \delta_{\vec{k}\vec{k}'}. \quad (1.2.26)$$

Kvantlanmış sahənin tam enerjisini aşağıdakı şəkildə yazmaq mümkündür:

$$H = \sum_{\vec{k}} E_{\vec{k}} \frac{1}{2} (\hat{a}_{\vec{k}}^{+} \hat{a}_{\vec{k}} \pm \hat{a}_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}}^{+}). \quad (1.2.27)$$

Sahənin tam enerjisinin həmişə müsbət təyin olunmuş kəmiyyət olması üçün bozonlar və fermionlar üçün kvantlanma müxtəlif olmalıdır.

§1.3. Kleyn-Qordon-Fok tənliyi. Skalyar sahənin kvantlanması. Skalyar sahənin yerdəyişmə və səbəbiyyət funksiyaları

Qeyri-relyativistik dalğa tənliyi olan Şredinger tənliyində fəza koordinatları və zaman eyni hüquqlu şəkildə iştirak etmir. Bu tənlik zamana görə birinci tərtib törəməli, fəza koordinatlarına görə isə ikinci tərtib törəməlidir. Lorens çevrilmələrinə nəzərən invariantlığın ödənilməsi üçün fəza koordinatları və zaman dalğa tənliyinə bərabər hüquqlu şəkildə daxil olmalıdır.

Enerji, kütlə və üçölçülü impuls arasındakı klassik relyativistik

$$E = \sqrt{c^2 \vec{p}^2 + m^2 c^4} \quad (1.3.1)$$

münasibətindən istifadə etməklə relyativistik dalğa tənliyi almaq olar. Bu məqsədlə enerji və impuls kəmiyyətləri əvəzinə

həmin kəmiyyətlərin operatorları daxil edilir:

$$E \rightarrow \mathcal{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad (1.3.2)$$

$$\vec{p} \rightarrow \vec{\mathcal{P}} = -i\hbar \vec{\nabla}. \quad (1.3.3)$$

(1.3.1) tənliyinin hər iki tərəfini kvadrata yüksəltdikdə

$$E^2 - c^2 \vec{p}^2 - m^2 c^4 = 0 \quad (1.3.4)$$

münasibəti alınır. (1.3.2) və (1.3.3) münasibətlərini (1.3.4) bərabərliyində nəzərə almaqla və alınan operatorlarla skalyar sahəni xarakterizə edən φ funksiyasına təsir etməklə

$$\left(c^2 \hbar^2 \nabla^2 - \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - m^2 c^4 \right) \varphi = 0 \quad (1.3.5)$$

tənliyi alınır. Bu tənlik skalyar relyativistik dalğa tənliyi olub, **Kleyn-Qordon-Fok tənliyi** adlanır. Kleyn-Qordon-Fok tənliyi spini sıfıra bərabər olan (skalyar) zərrəcikləri təsvir edir.

Elektromaqnit sahəsinin iştirak etdiyi halda E enerjisi əvəzinə ümumiləşmiş \mathcal{E} enerji operatoru və \vec{p} impulsu əvəzinə ümumiləşmiş $\vec{\mathcal{P}}$ impuls operatoru daxil edilir.

$$E \rightarrow \mathcal{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\Phi, \quad (1.3.6)$$

$$\vec{p} \rightarrow \vec{\mathcal{P}} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}. \quad (1.3.7)$$

Bu münasibətləri nəzərə almaqla elektromaqnit sahəsində Kleyn-Qordon-Fok tənliyini yazmaq olar:

$$\left[\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\Phi \right)^2 - c^2 \left(i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 - m^2 c^4 \right] \varphi = 0. \quad (1.3.8)$$

Elektromaqnit sahəsinin olmadığı halda ($\Phi = \vec{A} = 0$) yük və cərəyan sıxlığı üçün olan ifadələri tapaq. Məlumdur ki, \vec{j} cərəyan sıxlığı və ρ yük sıxlığı

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0 \quad (1.3.9)$$

kəsilməlik tənliyini ödəyirlər. (1.3.5) tənliyini və uyğun kompleks-qoşma tənliyi sol tərəfdən, uyğun olaraq, φ^* və φ funksiyalarına vurmaqla və bir-birindən çıxmaqla

$$\varphi^* \nabla^2 \varphi - \varphi \nabla^2 \varphi^* - \frac{1}{c^2} \left(\varphi^* \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \varphi \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (1.3.10)$$

münasibəti alınır. (1.3.10) ifadəsini

$$\text{div}(\varphi \vec{\nabla} \varphi^* - \varphi^* \vec{\nabla} \varphi) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[\varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \right) \varphi \right] \quad (1.3.11)$$

şəklində yazmaqla,

$$\rho = \frac{ie\hbar}{2mc^2} \left[\varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \right) \varphi \right] \quad (1.3.12)$$

yük sıxlığını və

$$\vec{j} = \frac{e\hbar}{2im} [\varphi^* \vec{\nabla} \varphi - (\vec{\nabla} \varphi^*) \varphi] \quad (1.3.13)$$

cərəyan sıxlığını daxil etməklə əmin ola bilərik ki, ρ və \vec{j} kəmiyyətləri kəsilməzlik tənliyini ödəyir və dördölçülü cərəyan sıxlığı vektorunu əmələ gətirirlər:

$$j_\mu = \frac{e\hbar}{2mi} \left[\varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} - \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial x_\mu} \right) \varphi \right]. \quad (1.3.14)$$

Qeyd etmək lazımdır ki, bu ifadə Pauli metrikasında yazılmışdır və burada $x_4 = ict$ və $j_4 = ic\rho$.

Zərrəciklər sıxlığı kəmiyyəti aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\rho_0 = \frac{\rho}{e} = \frac{i\hbar}{2mc^2} \left[\varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} \right) \varphi \right] \quad (1.3.15)$$

və müsbət təyin olunmuş kəmiyyət deyil. Qeyri-relyativistik nəzəriyyədə isə ρ_0 kəmiyyəti

$$\rho_0 = \varphi^* \varphi \quad (1.3.16)$$

müsbət təyin olunmuş kəmiyyətdir. Beləliklə, relyativistik skalyar dalğa tənliyi halında zərrəciklərin sıxlığı kəmiyyəti öz mahiyyətini itirir.

Relyativistik skalyar dalğa tənliyi, prinsipcə, həm mənfi yüklü, həm də müsbət yüklü zərrəcikləri təsvir edə bilər.

$c = \hbar = 1$ olan vahidlər sistemində sərbəst skalyar zərrəcik üçün Kleyn-Qordon-Fok tənliyi

$$\left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - m^2 \right) \varphi = 0 \quad (1.3.17)$$

şəklində yazılır. Burada $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – Laplas operatorudur. Dalamber operatoru

$$\square = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (1.3.18)$$

daxil etməklə Kleyn-Qordon-Fok tənliyini daha kompakt şəkildə yazmaq olar:

$$(\square - m^2)\varphi = 0. \quad (1.3.19)$$

Kompleks skalyar sahə müsbət və ya mənfi yüklənmiş spinsiz zərrəcikləri təsvir edir. Sərbəst kompleks skalyar sahə

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) + i\varphi_2(x) \quad (1.3.20)$$

kompleks funksiyası ilə təsvir olunur.

Kleyn-Qordon-Fok tənliyinin həllini müstəvi dalğalar şəklində göstərmək olar:

$$\varphi(x) = \varphi(\vec{r}, t) = L^{-3/2} \sum_{\vec{k}} \left(\frac{2\pi}{E} \right)^{1/2} \{ a_{\vec{k}} e^{-iEt} + b_{\vec{k}} e^{+iEt} \} e^{i\vec{k}\vec{r}}. \quad (1.3.21)$$

Burada $E = (m^2 + k^2)^{1/2}$, $a_{\vec{k}}$ və $b_{\vec{k}}$ – Furiye çevrilməsinin ölçüsüz amplitudlarıdır. (1.3.21) ifadəsində mötərizə daxilindəki ikinci eksponentin qarşısında dayanan vuruqda

$$b_{\vec{k}} = b_{-\vec{k}}^+ \quad (1.3.22)$$

əvəzləməsi etməklə və $\vec{k} \rightarrow -\vec{k}$ qəbul etməklə $\varphi(\vec{r}, t)$ həllini

$$\varphi(\vec{r}, t) = L^{-3/2} \sum_{\vec{k}} \left(\frac{2\pi}{E} \right)^{1/2} \{ a_{\vec{k}} e^{-iEt + i\vec{k}\vec{r}} + b_{\vec{k}}^+ e^{+iEt - i\vec{k}\vec{r}} \} \quad (1.3.23)$$

şəklində, yəni müsbətlikli φ^+ və mənfiyyətlikli φ^- hissələrinin cəmi

$$\varphi = \varphi^+ + \varphi^- \quad (1.3.24)$$

şəklində göstərmək olar.

Kompleks skalyar sahənin operatorları üçün yerdəyişmə münasibətləri aşağıdakı kimidir:

$$[\varphi^+(\vec{k}), \varphi^+(\vec{k}')]_- = \delta(\vec{k} - \vec{k}'), \quad (1.3.25)$$

$$[\varphi^-(\vec{k}), \varphi^+(\vec{k}')]_- = \delta(\vec{k} - \vec{k}'). \quad (1.3.26)$$

Sərbəst kompleks skalyar sahənin tam enerjisi

$$H = \sum_{\vec{k}} E (a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}} + b_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}}) \quad (1.3.27)$$

düsturu ilə ifadə olunur və müsbət müəyyən olunmuş kəmiyyətdir.

Sərbəst kompleks skalyar sahənin impulsu

$$\vec{P} = \sum_{\vec{k}} \vec{k} (a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}} + b_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}}) \quad (1.3.28)$$

düsturu ilə, tam yük isə

$$Q = -e \sum_{\vec{k}} (a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}} - b_{\vec{k}}^+ b_{\vec{k}}) \quad (1.3.29)$$

düsturu ilə təyin edilir. Yüklü skalyar sahənin (yüklü mezon sahəsinin) kvantlanması bozon sahələri üçün kvantlama qaydalarına uyğun olaraq həyata keçirilir:

$$[\hat{a}_{\vec{k}}, \hat{a}_{\vec{k}'}] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'}, \quad \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}} = \hat{N}_{\vec{k}}, \quad \hat{a}_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}}^+ = \hat{N}_{\vec{k}} + 1, \quad (1.3.30)$$

$$[\hat{b}_{\vec{k}}, \hat{b}_{\vec{k}'}] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'}, \quad \hat{b}_{\vec{k}}^+ \hat{b}_{\vec{k}} = \hat{N}_{\vec{k}}, \quad \hat{b}_{\vec{k}} \hat{b}_{\vec{k}}^+ = \hat{N}_{\vec{k}} + 1. \quad (1.3.31)$$

$\hat{a}_{\vec{k}}^+$ və $\hat{b}_{\vec{k}}^+$ operatorlarının təsiri yüklərinin işarələri müxtəlif olan zərrəciklərin doğulmasına, $\hat{a}_{\vec{k}}$ və $\hat{b}_{\vec{k}}$ operatorlarının təsiri isə həmin zərrəciklərin udulmasına gətirib çıxarır:

$$\hat{a}_{\vec{k}}^+ \Phi(\dots n_{\vec{k}} \dots) = (n_{\vec{k}} + 1)^{1/2} \Phi(\dots n_{\vec{k}} + 1 \dots), \quad (1.3.32)$$

$$\hat{a}_{\vec{k}} \Phi(\dots n_{\vec{k}} \dots) = n_{\vec{k}}^{1/2} \Phi(\dots n_{\vec{k}} - 1 \dots), \quad (1.3.33)$$

$$\hat{b}_{\vec{k}}^+ \Phi(\dots \bar{n}_{\vec{k}} \dots) = (\bar{n}_{\vec{k}} + 1)^{1/2} \Phi(\dots \bar{n}_{\vec{k}} + 1 \dots), \quad (1.3.34)$$

$$\hat{b}_{\vec{k}}\Phi(\dots\bar{n}_{\vec{k}}\dots) = \bar{n}_{\vec{k}}^{1/2}\Phi(\dots\bar{n}_{\vec{k}} - 1\dots). \quad (1.3.35)$$

(1.3.30)-(1.3.35) ifadələrində $\hat{N}_{\vec{k}}$ ilə \vec{k} impulsu zərrəciklər sayı operatoru, $\hat{\bar{N}}_{\vec{k}}$ ilə \vec{k}' impulsu antizərrəciklər sayı operatoru, $n_{\vec{k}}$ ilə zərrəciklərə uyğun \vec{k} impulsu halların dolma sayı, $\bar{n}_{\vec{k}}$ ilə isə antizərrəciklərə uyğun \vec{k} impulsu halların dolma sayı işarə edilmişdir.

Beləliklə, kvantlanmış yüklü skalyar sahənin (yüklü mezon sahəsinin) tam enerjisi

$$H = \sum_{\vec{k}} E(\hat{N}_{\vec{k}} + \hat{\bar{N}}_{\vec{k}}), \quad (1.3.36)$$

impulsu

$$\vec{P} = \sum_{\vec{k}} \vec{k}(\hat{N}_{\vec{k}} + \hat{\bar{N}}_{\vec{k}}), \quad (1.3.37)$$

yükü isə

$$Q = -e \sum_{\vec{k}} \vec{k}(\hat{N}_{\vec{k}} - \hat{\bar{N}}_{\vec{k}}) \quad (1.3.38)$$

düsturları ilə müəyyən edilir. Beləliklə, yüklü skalyar zərrəciklər (məsələn, π^+ və π^- -mezonlar) müsbət enerjiyə və yükün müxtəlif işarələrinə malikdir.

İndi isə neytral skalyar sahənin (məsələn, neytral mezon sahəsinin) kvantlanmasına baxaq. Spinsiz neytral zərrəcikləri təsvir edən skalyar sahə halında dalğa funksiyası həqiqi olur:

$$\varphi^* = \varphi. \quad (1.3.39)$$

Bu halda

$$a_{\vec{k}} = b_{\vec{k}} \quad (1.3.40)$$

olur və dalğa funksiyası

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \varphi(\vec{r}, t) = \\ &= L^{-3/2} \sum_{\vec{k}} \left(\frac{2\pi}{E} \right)^{1/2} \{ a_{\vec{k}} e^{-iEt + i\vec{k}\vec{r}} + a_{\vec{k}}^+ e^{iEt - i\vec{k}\vec{r}} \} \end{aligned} \quad (1.3.41)$$

şəklində olur. Bu halda da φ dalğa funksiyasını kompleks skalyar sahə halında olduğu kimi, müsbətəzlikli φ^+ və mənfi-təzlikli φ^- hissələrinin cəmi şəklində göstərmək olar. Neytral skalyar sahə halında $\hat{a}_{\vec{k}}^+$ doğulma operatoru və $\hat{a}_{\vec{k}}$ udulma operatoru üçün aşağıdakı yerdəyişmə münasibətləri doğrudur:

$$[\hat{a}_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}'}^+] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'}. \quad (1.3.42)$$

Beləliklə, kvantlanmış neytral skalyar sahənin (neytral mezon sahəsinin) tam enerjisi

$$H = \sum_{\vec{k}} E(a_{\vec{k}}^+ a_{\vec{k}}) = \sum_{\vec{k}} E \hat{N}_{\vec{k}}, \quad (1.3.43)$$

impulsu

$$\vec{P} = \sum_{\vec{k}} \vec{k} \hat{N}_{\vec{k}}, \quad (1.3.44)$$

olur.

Neytral skalyar sahə halında yerdəyişmə münasibətlərinin köməyi ilə fəzanın müxtəlif nöqtələrində və müxtəlif zaman anlarında götürülmüş dalğa funksiyaları üçün kommutasiya qaydaları aşağıdakı şəkildə təyin edilir:

$$[\varphi(\vec{r}, t), \varphi(\vec{r}', t')] = -4\pi i D(\vec{r} - \vec{r}', t - t'). \quad (1.3.45)$$

Burada Pauli-Yordan funksiyası adlanan

$$D(\vec{r} - \vec{r}', t - t') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{k}(\vec{r} - \vec{r}')} \frac{\sin E(t - t')}{E} d^3k \quad (1.3.46)$$

funksiyası *skalyar sahənin yerdəyişmə funksiyası* olub, relyativistik invariantdır və Kleyn-Qordon-Fok tənliyini ödəyir. $t = t'$ olduqda Pauli-Yordan funksiyası sıfra çevrilir.

φ dalğa funksiyasının φ^+ müsbət tezlikli hissəsi və φ^- mənfi tezlikli hissəsi üçün aşağıdakı yerdəyişmə münasibətləri doğrudur:

$$[\varphi^-(x), \varphi^+(x')] = -4\pi i D_-(x - x') = 4\pi i D_+(x' - x), \quad (1.3.47)$$

$$[\varphi^+(x), \varphi^-(x')] = -4\pi i D_+(x - x') = 4\pi i D_-(x' - x). \quad (1.3.48)$$

Burada D_+ və D_- , uyğun olaraq, Pauli-Yordan funksiyasının müsbət tezlikli və mənfi tezlikli hissələrdir. Elektromaqnit sahəsinin kvantlanması bu funksiyalara yenə qaydacağıq.

Kvant sahə nəzəriyyəsində $D_c(x - x')$ *Qrin səbəbiyyət funksiyası* xüsusi rol oynayır. Qrin səbəbiyyət funksiyası fəza-

zamanın müxtəlif x və x' nöqtələrində zərrəciklərin doğulması və udulması proseslərinin səbəbiyyət əlaqəsini təsvir edir. $\theta(x-x')$ Hevisayd funksiyasından istifadə etməklə səbəbiyyət funksiyasını $D_-(x-x')$ və $D_+(x-x')$ funksiyaları vasitəsilə ifadə etmək olar:

$$D_c(x-x') = \theta(x-x')D_+(x-x') + \theta(x'-x)D_-(x-x'). \quad (1.3.49)$$

Bu ifadəyə daxil olan Hevisayd funksiyası tərifə görə

$$\theta(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{iz\tau}}{\tau - i\varepsilon} d\tau = \begin{cases} 1, & z > 0, \\ 0, & z < 0 \end{cases} \quad (1.3.50)$$

şəklində təyin edilir.

Qrin funksiyasını $\varphi(x)$ və $\varphi(x')$ operatorlarının xronoloji hasilinin vakuüm gözləmə (ortalama) qiyməti kimi də təyin etmək olar:

$$\langle 0 | T\varphi(x)\varphi(x') | 0 \rangle = -4\pi D_c(x-x'). \quad (1.3.51)$$

Operatorların xronoloji hasili haqda geniş məlumat bir qədər sonra veriləcək. Burada Qrin səbəbiyyət funksiyasının aşkar şəkli

$$D_c(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-ik(x-x')}}{m^2 - k^2 - i\varepsilon} d^4k \quad (1.3.52)$$

ifadəsi ilə verilir.

§1.4. Lorens kalibrləşməsində elektromaqnit sahəsinin kanonik kvantlanması

Sərbəst elektromaqnit sahəsinin 4-ölçülü potensialı Dalamber tənliyini ödəyir:

$$\square A_\mu(x) = 0. \quad (1.4.1)$$

Burada

$$\square = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (1.4.2)$$

– Dalamber operatorudur. Bundan sonra $\hbar = c = 1$ olan kvant elektrodinamik vahidlər sistemində işləyəcəyik.

Dalamber tənliyinin ümumi həlli 4-ölçülü A_μ potensialının Furye sırası şəklində yazıla bilər:

$$A_\mu(x) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{k}, \lambda} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} e_\mu^{(\lambda)} (c_{\vec{k}, \lambda} e^{-ikx} + c_{\vec{k}, \lambda}^* e^{ikx}). \quad (1.4.3)$$

Burada

$$kx = \omega t - \vec{k}\vec{r}, \quad \omega = |\vec{k}|. \quad (1.4.4)$$

$e^{(\lambda)}$ vahid polyarlaşma vektorları aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} e^{(0)} &= (1, 0, 0, 0), \\ e^{(1)} &= (0, 1, 0, 0), \\ e^{(2)} &= (0, 0, 1, 0), \\ e^{(3)} &= (0, 0, 0, 1) \end{aligned} \quad (1.4.5)$$

Vahid polyarlaşma vektorları üçün aşağıdakı xassələr doğrudur:

$$e_{\mu}^{(\lambda)} e_{\mu}^{(\lambda')} = e_0^{(\lambda)} e_0^{(\lambda')} - \bar{e}^{(\lambda)} \bar{e}^{(\lambda')} = \begin{cases} 0, & \lambda \neq \lambda'; \\ 1, & \lambda = \lambda' = 0; \\ -1, & \lambda = \lambda' = 1, 2, 3; \end{cases} \quad (1.4.6)$$

$$e_{\mu}^{(\lambda)} k^{\mu} = \begin{cases} k^0, & \lambda = 0; \\ -k^0, & \lambda = 3; \\ 0, & \lambda = 1, 2. \end{cases} \quad (1.4.7)$$

Elektromaqnit sahəsinin kanonik kvantlanmasına keçək. Kanonik kvantlanma üsuluna görə U dinamik dəyişəninin törəməsi üçün olan

$$\frac{dU}{dt} = [H, U]_{kl} \quad (1.4.8)$$

ifadəsində $[H, U]_{kl}$ klassik Puasson mətərizəsini $i[H, U]$ kvant mətərizəsi ilə əvəz etmək lazımdır. Yəni

$$\frac{dU}{dt} = i[H, U]. \quad (1.4.9)$$

Burada $[H, U]$ – Hamilton operatoru ilə U dinamik dəyişəninin kommutatorudur:

$$[H, U] = HU - UH. \quad (1.4.10)$$

Bu ifadədə U Heyzenberq təsvirində verilib. Bu, o deməkdir

ki, U operatoru zamandan asılıdır, hal vektoru isə zamandan asılı deyil.

Elektromaqnit sahəsinin 4-ölçülü potensialının kvant Heyzenberq operatorunu Furrye sırası şəklində yazaq:

$$A_{\mu}(\vec{r}, t) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{k}, \lambda} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} e_{\mu}^{(\lambda)} \{c_{\vec{k}, \lambda}(t) e^{i\vec{k}\vec{r}} + c_{\vec{k}, \lambda}^+(t) e^{-i\vec{k}\vec{r}}\}. \quad (1.4.11)$$

Burada $c_{\vec{k}, \lambda}(t)$ – zamandan asılı olan operator Furrye əmsəlidir. Zamandan asılı olan belə operator *Heyzenberq operatoru* adlanır.

Sahənin enerji operatoru aşağıdakı şəkildə qəbul edilir:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{k}} \omega (c_{\vec{k}, 0}^+ c_{\vec{k}, 0} + c_{\vec{k}, 0} c_{\vec{k}, 0}^+) + \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, s=1,2,3} \omega (c_{\vec{k}, s}^+ c_{\vec{k}, s} + c_{\vec{k}, s} c_{\vec{k}, s}^+). \quad (1.4.12)$$

Bu zaman $U = c_{\vec{k}, \lambda}(t) e^{i\vec{k}\vec{r}}$ dinamik dəyişəni (1.4.9) tənliyini ödəyəcək.

$c_{\vec{k}, s}(t)$ və $c_{\vec{k}, s}^+(t)$ operatorları aşağıdakı münasibətləri ödəyirlər:

$$[c_{\vec{k}, s}^+(t), c_{\vec{k}', s'}(t)] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'}. \quad (1.4.13)$$

Bu şərt daxilində U operatoru üçün aşağıdakı tənliklər doğrudur:

$$\frac{dU}{dt} = -i\omega U. \quad (1.4.14)$$

Buradan U üçün aşağıdakı həll alınır:

$$U = c_{\vec{k},s}(t)e^{i\vec{k}\vec{r}} = c_{\vec{k},s}e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}}. \quad (1.4.15)$$

Burada $c_{\vec{k},s}$ – sabit operator əmsəlidir.

Qeyd etmək lazımdır ki, (1.4.13) münasibətini alarkən U operatoru üçün aşağıdakı kvantlama şərtindən istifadə olunmuşdur:

$$[U, U^+] = 1. \quad (1.4.16)$$

Furye əmsallarının $\lambda = \lambda' = 0$ olan hissələri üçün kvantlanma münasibətlərini almaq üçün

$$[U, U^+] = -1 \quad (1.4.17)$$

kvantlanma şərti seçilir.

Bu zaman Furye əmsallarının $\lambda = \lambda' = 0$ olan komponentləri üçün aşağıdakı kvantlanma şərti alınır:

$$[c_{\vec{k},0}^-(t), c_{\vec{k}',0}^+(t)] = -\delta_{\vec{k}\vec{k}'}. \quad (1.4.18)$$

Elektromaqnit sahəsinin $|0\rangle$ vakuum halı aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$c_{\vec{k},\lambda}|0\rangle = 0. \quad (1.4.19)$$

Burada $\lambda = 0, 1, 2, 3$ qiymətlərini, \vec{k} isə bütün mümkün qiymətləri alır. $c_{\vec{k},\lambda}$ zərrəciklərin *udulma operatoru*, $c_{\vec{k},\lambda}^+$ zərrəcikərin *yanarma operatoru* adlanır. Baxılan halda bu operatorlar fotonların yaranma və udulma operatorlarıdır:

$$c_{\vec{k},\lambda}^+ |0\rangle = |1_{\vec{k},\lambda}\rangle. \quad (1.4.20)$$

Burada $|1_{\vec{k},\lambda}\rangle$ halı \vec{k} impulsuna və λ polyarlaşmasına malik birfotonlu haldır.

Vakuumin normasının müsbət təyin olunduğunu, yəni

$$\langle 0|0\rangle = 1 \quad (1.4.21)$$

olduğunu qəbul etsək, onda $\lambda = \lambda' = 0$ olan birfotonlu hal mənfi normaya malik olar:

$$\begin{aligned} \langle 1_{\vec{k},0} | 1_{\vec{k},0} \rangle &= \langle 0 | c_{\vec{k},0} c_{\vec{k},0}^+ | 0 \rangle = \\ \langle 0 | -1 + c_{\vec{k},0}^+ c_{\vec{k},0} | 0 \rangle &= -1. \end{aligned} \quad (1.4.22)$$

Burada

$$c_{\vec{k},0} c_{\vec{k},0}^+ - c_{\vec{k},0}^+ c_{\vec{k},0} = -1 \quad (1.4.23)$$

olduğu nəzərə alınmışdır.

(1.4.21) və (1.4.22) münasibətləri onu göstərir ki, $|N_{\vec{k},\lambda}\rangle$ hal vektorları fəzasında metrika *indefinitdir* (qeyri-müəyyəndir).

\vec{k} impulsuna və λ polyarlaşmasına malik N sayda fotonlardan ibarət olan halı, yəni $N_{\vec{k},\lambda}$ fotonlu halı

$$|N_{\bar{k},\lambda}\rangle = \frac{(c_{\bar{k},\lambda}^+)^{N_{\bar{k},\lambda}}}{\sqrt{N_{\bar{k},\lambda}!}} |0\rangle \quad (1.4.24)$$

kimi təyin etsək, onda (1.4.18) kommutasiya münasibətindən aşağıdakılar alınır:

$$\langle N_{\bar{k},s} | N_{\bar{k},s} \rangle = 1, \quad (1.4.25)$$

$$\langle N_{\bar{k},0} | N_{\bar{k},0} \rangle = (-1)^{N_{\bar{k},0}}. \quad (1.4.26)$$

$|N_{\bar{k},0}\rangle$ halı $c_{\bar{k},0}^+ c_{\bar{k},0}$ operatorunun məxsusi vektorudur. Yəni bu o deməkdir ki,

$$c_{\bar{k},0}^+ c_{\bar{k},0} |N_{\bar{k},0}\rangle = -N_{\bar{k},0} |N_{\bar{k},0}\rangle. \quad (1.4.27)$$

c və c^+ operatorları üçün aşağıdakı münasibətlər doğrudur:

$$c_{\bar{k},s} |N_{\bar{k},s}\rangle = \sqrt{N_{\bar{k},s}} |N_{\bar{k},s} - 1\rangle, \quad (1.4.28)$$

$$c_{\bar{k},s}^+ |N_{\bar{k},s}\rangle = \sqrt{N_{\bar{k},s} + 1} |N_{\bar{k},s} + 1\rangle, \quad (1.4.29)$$

$$c_{\bar{k},0} |N_{\bar{k},0}\rangle = -\sqrt{N_{\bar{k},0}} |N_{\bar{k},0} - 1\rangle, \quad (1.4.30)$$

$$c_{\bar{k},0}^+ |N_{\bar{k},0}\rangle = \sqrt{N_{\bar{k},0} + 1} |N_{\bar{k},0} + 1\rangle. \quad (1.4.31)$$

Enerjə zaman fotonları və uzununa fotonlar deyil, məhz, eninə fotonlar pay verir:

$$E = \langle H \rangle = \frac{1}{2} \sum_k \omega \langle c_{\bar{k},1}^+ c_{\bar{k},1} + c_{\bar{k},1} c_{\bar{k},1}^+ \rangle +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_k \omega \langle c_{\vec{k},2}^+ c_{\vec{k},2} + c_{\vec{k},2} c_{\vec{k},2}^+ \rangle \quad (1.4.32)$$

Sahə enerjisinin məxsusi qiymətləri aşağıdakı kimi müəyən edilir:

$$E = \sum_{\vec{k},s=1,2} N_{\vec{k},s} \omega \geq 0. \quad (1.4.33)$$

İmpuls isə bu cür təyin olunur:

$$\vec{P} = \sum_{\vec{k},s=1,2} \vec{k} N_{\vec{k},s} \quad (1.4.34)$$

Beləliklə, uzununa və zaman fotonları müşahidə olunmur və həmin fotonlar sahənin enerjisinə, impulsuna pay vermir.

4-ölçülü polyarlaşma vektoru və 4-ölçülü impuls üçün aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$e^\mu k_\mu = 0. \quad (1.4.35)$$

Bu, o deməkdir ki, xüsusi halda bir zaman fotonunun

$$e^\mu = (1, 0, 0, 0) \quad (1.4.36)$$

və ya bir uzununa fotonun

$$e^\mu = (0, 0, 0, 1) \quad (1.4.37)$$

yerləşdiyi təmiz kvant halı mümkün deyil.

Polyarlaşması (1.4.35) münasibətini ödəyən foton 4-ölçülü eninə foton adlanır. (1.4.35) münasibəti polyarlaşma vektorunun

$$e_{\mu} \rightarrow e'_{\mu} = e_{\mu} + f k_{\mu}. \quad (1.4.38)$$

qradiyent çevrilməsinə nəzərən invariantdır. Burada f – ixtiyari skalyar funksiyadır və

$$k^2 = k^{\mu} k_{\mu} = 0. \quad (1.4.39)$$

Xüsusi halda f funksiyasını elə seçmək olar ki, verilmiş hesablama sistemində (1.4.35) münasibəti əvəzinə 3-ölçülü eninəlik şərti alınır:

$$e_0 = 0, (\vec{e}\vec{k}) = 0, \vec{e}^2 = 1. \quad (1.4.40)$$

Bu halda 4-ölçülü vektorun norması

$$e_{\mu} e^{\mu} = -1 \quad (1.4.41)$$

olacaq.

§1.5. Elektromaqnit sahəsinin yerdəyişmə funksiyası. Elektromaqnit sahəsinin operatorları üçün yerdəyişmə münasibəti

Elektromaqnit sahəsinin operatorunu

$$A_{\mu}(x) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{k}, \lambda} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} e_{\mu}^{(\lambda)} (c_{\vec{k}, \lambda} e^{-ikx} + c_{\vec{k}, \lambda}^+ e^{ikx}) \quad (1.5.1)$$

şəklində yazmaq olar. Burada $\lambda = 0, 1, 2, 3$ qiymətlərini alır.

Məlumdur ki, fotonların c^+ doğulma və c^- udulma operatorları

$$[c_{\vec{k},s}^-(t), c_{\vec{k}',s'}^+(t)] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'}, \quad (1.5.2)$$

$$[c_{\vec{k},0}^-(t), c_{\vec{k}',0}^+(t)] = -\delta_{\vec{k}\vec{k}'}. \quad (1.5.3)$$

yerdəyişmə münasibətlərini ödəyir. Burada, $s, s' = 1, 2, 3$ qiymətlərini alır.

İndi isə x və x' nöqtələrində A_μ sahə operatorlarının kommutatorunun hesablanmasına baxaq. Elektromaqnit sahəsi operatorunun (1.5.1) ifadəsi ilə verilən ayrılışından və

$$[c_{\vec{k},\lambda}^-, c_{\vec{k}',\lambda'}^+] = -\delta_{\vec{k}\vec{k}'} g_{\lambda\lambda'} \quad (1.5.4)$$

kommutatorlarından istifadə etməklə,

$$\begin{aligned} [A_\mu(x), A_\nu(x')] &= \\ &= \frac{2\pi}{L^3} \sum_{\vec{k}} \sum_{\lambda, \lambda'} \frac{1}{\omega} e_\mu^{(\lambda)} e_\nu^{(\lambda')} g_{\lambda\lambda'} (e^{ik(x-x')} - e^{-ik(x-x')}) \end{aligned} \quad (1.5.5)$$

alınır.

Polyarlaşmaya görə cəmləmə metrik tenzorla ifadə olunur:

$$\sum_{\lambda, \lambda'} e_\mu^{(\lambda)} e_\nu^{(\lambda')} g_{\lambda\lambda'} = g_{\mu\nu}. \quad (1.5.6)$$

Bu münasibəti alarkən $e^{(\lambda)}$ vahid polyarlaşma vektoru üçün

$$\left. \begin{aligned} e^{(0)} &= (1, 0, 0, 0); \\ e^{(1)} &= (0, 1, 0, 0); \\ e^{(2)} &= (0, 0, 1, 0); \\ e^{(3)} &= (0, 0, 0, 1) \end{aligned} \right\} \quad (1.5.7)$$

olduğu nəzərə alınmışdır.

(1.5.6) münasibətini (1.5.5) kommutatorlarında nəzərə almaqla, aşağıdakı nəticəni yazmaq olar:

$$[A_\mu(x), A_\nu(x')] = \frac{2\pi}{L^3} g_{\mu\nu} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\omega} (e^{ik(x-x')} - e^{-ik(x-x')}). \quad (1.5.8)$$

Cəmləmədən inteqrallamaya

$$\frac{1}{L^3} \sum_{\vec{k}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \quad (1.5.9)$$

qaydası üzrə keçdikdən və birinci inteqralda $\vec{k} \rightarrow -\vec{k}$ əvəzləməsi apardıqdan sonra

$$[A_\mu(x), A_\nu(x')] = 4\pi i g_{\mu\nu} D_0(x-x') \quad (1.5.10)$$

münasibəti alınır. Burada invariant

$$D_0(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{\omega} e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')} \sin \omega(t-t') \quad (1.5.11)$$

funksiyası *elektromağnit sahəsinin yerdəyişmə funksiyası* adlanır.

$A_\mu(x)$ və $A_\nu(x')$ bircins Dalamber tənliyini ödədiyi kimi, $D_0(x-x')$ funksiyası da Dalamber tənliyini ödəyir.

$D_0(x) = D_0(\vec{r}, t)$ funksiyası

$$D_0(\vec{r}, 0) = 0, \quad (1.5.12)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} D_0(\vec{r}, t) \right|_{t=0} = \delta(\vec{r}) \quad (1.5.13)$$

başlangıç şərtlərini ödəyir.

$t = t'$ olduqda (1.5.10) münasibətindən eyni zaman anları üçün aşağıdakı kommutator alınır:

$$\left[A_\mu(x), \frac{\partial}{\partial t'} A_\nu(x') \right]_{t=t'} = -4\pi i g_{\mu\nu} \delta(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (1.5.14)$$

Sahənin

$$\pi_\nu = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial A_\nu}{\partial t} \quad (1.5.15)$$

kanonik impuls operatoruna keçməklə (1.5.14) münasibətinin əvəzində aşağıdakı münasibəti almaq olar:

$$[A_\mu(x), \pi_\nu(x')]_{t=t'} = i g_{\mu\nu} \delta(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (1.5.16)$$

A_μ və π_ν operatorları kanonik qoşma kəmiyyətlərdir. Bu kəmiyyətlər kəsilməz sistem olan elektromaqnit sahəsinin ümumiləşmiş koordinatına və impulsuna uyğun gəlir. (1.5.16) düsturu ilə verilən kommutator *elektromaqnit sahəsinin opera-*

torları üçün yerdəyişmə münasibətini ifadə edir.

$D_0(x)$ funksiyasının inteqral ifadəsində \vec{k} üzrə inteqrallama apardıqda

$$D_0(x) = \frac{2\pi}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \omega d\omega \int_0^\pi \sin \theta d\theta e^{i\omega r \cos \theta} \sin \omega x =$$

$$= \frac{1}{2ir(2\pi)^2} \int_{-\infty}^\infty d\omega (e^{i\omega r} - e^{-i\omega r}) \sin \omega x, \quad (1.5.17)$$

ω üzrə inteqrallama apardıqdan sonra isə

$$D_0(x) = \frac{1}{4\pi r} [\delta(r-t) - \delta(r+t)] \quad (1.5.18)$$

alınır.

r dəyişəninin mənfi olmadığını nəzərə almaqla və δ -funksiyanın məlum xassəsindən istifadə etməklə

$$\delta(r^2 - t^2) = \frac{\delta(r - |t|)}{2r} \quad (1.5.19)$$

münasibətini yazmaq olar.

Nəticədə $D_0(x)$ funksiyası bu cür olur:

$$D_0(x) = \frac{1}{2\pi} \delta(x^2) \operatorname{sgn} x^0. \quad (1.5.20)$$

Burada

$$\operatorname{sgn} x^0 = \theta(x^0) - \theta(-x^0) = \frac{x^0}{|x^0|} = \begin{cases} 1, & x^0 > 0, \\ -1, & x^0 < 0 \end{cases} \quad (1.5.21)$$

işarə funksiyası, $\theta(x^0)$ isə Hevisayd funksiyasıdır.

$t = x^0$ zaman komponentinin işarəsi, yəni $\operatorname{sgn} x^0$ funksiyası $x^2 = 0$ izotrop vektoru üçün invariantdır. Bu isə $D_0(x)$ yerdəyişmə funksiyasının relyativistik invariant olduğunu sübut edir.

$D_0(x)$ funksiyasını gecikən və qabaqlayan Qrin funksiyaları vasitəsilə ifadə etmək olar:

$$D_0(x) = D_{ret}(x) - D_{adv}(x) = 2D_{rad}(x). \quad (1.5.22)$$

Burada

$$D_{ret}(x) = - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ikx}}{k^2 + i\epsilon k_0} \quad (1.5.23)$$

gecikən Qrin funksiyası,

$$D_{adv}(x) = - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ikx}}{k^2 - i\epsilon k_0} \quad (1.5.24)$$

qabaqlayan Qrin funksiyası, $D_{rad}(x)$ isə $D_{ret}(x)$ və $D_{adv}(x)$ funksiyalarının yarımferqidir:

$$D_{rad}(x) = 2\pi i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ikx} \operatorname{sgn} k^0 \delta(k^2). \quad (1.5.25)$$

$D_{ret}(x)$ və $D_{adv}(x)$ funksiyaları qeyri-bircins dalğa tənliyinin sinqulyar həlləridir.

Potensialların $A_\mu(x)A_\nu(x')$ kvadratik kombinasiyalarının vakuum orta qiyməti üçün:

$$\langle 0 | A_\mu(x)A_\nu(x') | 0 \rangle = -4\pi g_{\mu\nu} D_+(x-x'). \quad (1.5.26)$$

ifadəsi alınır. Burada

$$D_+(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2\omega} e^{-ik(x-x')}. \quad (1.5.27)$$

$A_\nu(x')A_\mu(x)$ kvadratik kombinasiyalarının vakuum orta qiyməti üçün isə

$$\langle 0 | A_\nu(x')A_\mu(x) | 0 \rangle = -4\pi g_{\mu\nu} D_-(x-x') \quad (1.5.28)$$

alınır. Burada

$$D_-(x-x') = D_+(x'-x) = D_+^*(x-x'). \quad (1.5.29)$$

Daha sonra (1.5.10) bərabərliyində vakuuma görə ortalama apardıqda aşağıdakı üç funksiya arasında belə bir münasibət alınır:

$$D_0(x-x') = i[D_+(x-x') - D_-(x-x')]. \quad (1.5.30)$$

$D_+(x-x')$ və $D_-(x-x')$ funksiyaları bircins dalğa tənliyinin sinqulyar həlləridir. Bu funksiyalar invariant funksiyalar-

dır və aşağıdakı aşkar şəkllə malikdir:

$$D_+(x-x') = -\frac{1}{(2\pi)^2(x-x')^2} - \frac{i}{4\pi} \delta[(x-x')^2] \operatorname{sgn}(x-x') \quad (1.5.31)$$

$$D_-(x-x') = -\frac{1}{(2\pi)^2(x-x')^2} + \frac{i}{4\pi} \delta[(x-x')^2] \operatorname{sgn}(x-x') \quad (1.5.32)$$

§1.6. Elektromağnit sahəsi operatorlarının normal və xronoloji hasiləri

Elektromağnit sahəsinin operatorlarının normal və xronoloji hasilərini daxil edək.

$A_\mu(x)$ və $A_\nu(x)$ operatorlarının *normal hasilı* elə təyin edilir ki, hasildə bütün *doğulma* operatorları *udulma* operatorlarından solda yazılır.

$A_\mu(x)$ operatorunu iki operatorun cəmi şəklində yazaraq:

$$A_\mu(x) = A_\mu^{(-)}(x) + A_\mu^{(+)}(x). \quad (1.6.1)$$

Mənfi tezlikli $A_\mu^{(-)}(x)$ hissəsinə yalnız doğulma operatorları, müsbət tezlikli $A_\mu^{(+)}(x)$ hissəsinə isə yalnız udulma operatorları daxildir. $A_\mu(x)$ və $A_\nu(x')$ *operatorlarının normal hasilı* N ilə işarə edilir və aşağıdakı kimi yazılır:

$$N(A_\mu(x)A_\nu(x')) = A_\mu^{(+)}(x)A_\nu^{(+)}(x') + A_\mu^{(-)}(x)A_\nu^{(-)}(x') + \\ + A_\mu^{(-)}(x)A_\nu^{(+)}(x') + A_\nu^{(-)}(x')A_\mu^{(+)}(x). \quad (1.6.2)$$

Operatorların nizamlanmasının digər tərifinə baxaq. Bu, *operatorların xronoloji hasili* və ya T -hasili adlanır. İki operatorun T -hasili aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$T(A_\mu(x)A_\nu(x')) = \begin{cases} A_\mu(x)A_\nu(x'), & t > t', \\ A_\nu(x')A_\mu(x), & t' > t. \end{cases} \quad (1.6.3)$$

Burada daha gec zaman anlarında götürülmüş operatorlar daha erkən zaman anlarında götürülmüş operatorlardan solda yazılır.

İxtiyari sayda operatorun N -hasilinin vakuum üzrə orta qiyməti sıfıra bərabərdir:

$$\langle 0 | NA_\mu(x)A_\nu(x')A_\lambda(x'') \dots | 0 \rangle = 0. \quad (1.6.4)$$

İndi isə operatorların əlaqəsini T -hasilin və N -hasilin fərqi kimi təyin edək:

$$\overline{A_\mu(x)A_\nu(x')} = TA_\mu(x)A_\nu(x') - NA_\mu(x)A_\nu(x'). \quad (1.6.5)$$

Bu ifadə *operatorların xronoloji cütləşməsi* adlanır. Xronoloji cütləşmə operator deyil, c -ədəddir.

$x^0 > x'^0$ olduqda

$$TA_\mu(x)A_\nu(x') - NA_\mu(x)A_\nu(x') =$$

$$= A_{\mu}^{(+)}(x)A_{\nu}^{(-)}(x') - A_{\nu}^{(-)}(x')A_{\mu}^{(+)}(x) = -4\pi g_{\mu\nu}D_{+}(x-x'), \quad (1.6.6)$$

$x^0 < x'^0$ olduqda isə

$$\begin{aligned} & TA_{\mu}(x)A_{\nu}(x') - NA_{\mu}(x)A_{\nu}(x') = \\ & = A_{\nu}^{(+)}(x')A_{\mu}^{(-)}(x) - A_{\mu}^{(-)}(x)A_{\nu}^{(+)}(x') = -4\pi g_{\mu\nu}D_{-}(x-x'), \end{aligned} \quad (1.6.7)$$

(1.6.4) ifadəsini nəzərə almaqla operatorların xronoloji cütləşməsi bu operatorların T -hasilinin vakuüm üzrə orta qiymətini verir:

$$\overline{A_{\mu}(x)A_{\nu}(x')} = \langle 0 | TA_{\mu}(x)A_{\nu}(x') | 0 \rangle = \langle TA_{\mu}(x)A_{\nu}(x') \rangle_0. \quad (1.6.8)$$

Digər tərəfdən

$$\langle 0 | A_{\mu}(x)A_{\nu}(x') | 0 \rangle = -4\pi g_{\mu\nu}D_{+}(x-x'), \quad (1.6.9)$$

$$\langle 0 | A_{\nu}(x')A_{\mu}(x) | 0 \rangle = -4\pi g_{\mu\nu}D_{-}(x-x') \quad (1.6.10)$$

münasibətlərindən istifadə etməklə operatorların xronoloji cütləşməsi üçün

$$\begin{aligned} & \overline{A_{\mu}(x)A_{\nu}(x')} = \\ & = \begin{cases} \langle A_{\mu}(x)A_{\nu}(x') \rangle_0 = -4\pi g_{\mu\nu}D_{+}(x-x'), & t > t', \\ \langle A_{\nu}(x')A_{\mu}(x) \rangle_0 = -4\pi g_{\mu\nu}D_{-}(x-x'), & t' > t. \end{cases} \end{aligned} \quad (1.6.11)$$

ifadələri alınır.

§1.7. Elektromaqnit sahəsinin səbəbiyyət funksiyası

Aşağıdakı funksiyanı daxil edək:

$$D_c(x-x') = \theta(x-x')D_+(x-x') + \theta(x'-x)D_-(x-x'). \quad (1.7.1)$$

Burada $D_c(x-x')$ – yayılmanın səbəbiyyət funksiyası və ya *propaqator* adlanır. $\theta(x-x')$ – kəsilən funksiya olub, *Hevisayd funksiyası* adlanır.

$$\theta(x-x') = \begin{cases} 0, & x < x', \\ 1, & x > x'. \end{cases} \quad (1.7.2)$$

Operatorların əlaqəsi propaqator vasitəsilə aşağıdakı kimi yazılır:

$$\overline{A_\mu(x)A_\nu(x')} = \langle TA_\mu(x)A_\nu(x') \rangle_0 = -4\pi g_{\mu\nu} D_c(x-x'). \quad (1.7.3)$$

Bundan əvvəlki paraqrafın (1.6.6) və bu paraqrafın (1.7.1) düsturlarından propaqatorun aşağıdakı hadisələr ardıcılığını təsvir etdiyi alınır. $t > t'$ olduqda x' nöqtəsində foton yaranır, sonra isə x nöqtəsində məhv olur. $t < t'$ olduqda isə x nöqtəsində foton yaranır və x' nöqtəsində məhv olur.

Yayılmanın səbəbiyyət funksiyası dördqat inteqral şəklində belə yazıla bilər:

$$D_c(x-x') = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{k^2 + i\epsilon} e^{-ik(x-x')}. \quad (1.7.4)$$

Burada $\varepsilon \rightarrow +0$.

$D_c(x-x')$ funksiyası qeyri-bircins dalğa tənliyinin

$$\square D_c(x-x') = -i\delta(x-x') \quad (1.7.5)$$

xüsusi həllidir. Bu tənliyin xüsusi həlləri arasındakı fərq inteqralaltı ifadədəki polyusları (qütbləri) dolanıb keçmək yolunun seçilməsindən ibarətdir.

(1.7.4) ifadəsində kiçik xəyali $i\varepsilon$ əlavəsinin daxil edilməsi o deməkdir ki, k^0 üzrə inteqralda 2 polyus (qütb) var. Bu polyuslar aşağıdakılardır:

$$k_0 = \pm(\omega - i\varepsilon). \quad (1.7.6)$$

Burada $\omega = |\vec{k}|$.

Soldakı polyus həqiqi oxdan yuxarıda yerləşir, sağdakı polyus isə həqiqi oxdan aşağıda yerləşir.

Əgər $t > 0$ olarsa, onda inteqrallama konturunu aşağı yarımmüstəvidə qapamaq lazımdır (şəkil 1), əgər $t < 0$ olarsa, onda inteqrallama konturunu yuxarı yarımmüstəvidə qapamaq lazımdır (şəkil 2).

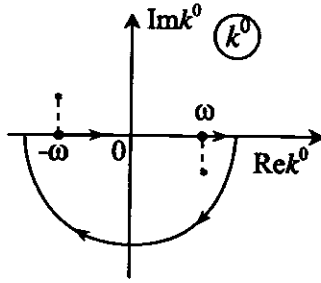
Beləliklə, yayılmanın səbəbiyyət funksiyası üçün aşağıdakıları yaza bilərik:

$$D_c(x-x') = D_+(x-x'), \quad t > 0, \quad (1.7.7)$$

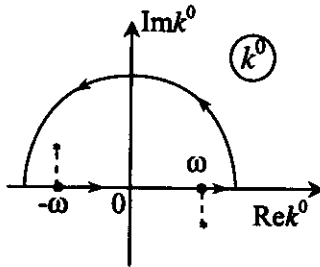
$$D_c(x-x') = D_-(x-x'), \quad t < 0. \quad (1.7.8)$$

$D_0(x-x')$ yerdəyişmə funksiyası da kontur inteqralı şəklində yazıla bilər:

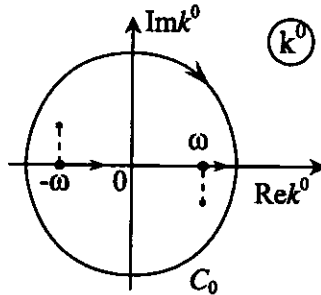
$$D_0(x-x') = -\frac{1}{(2\pi)^4} \int_{C_0} \frac{d^4 k}{k^2} e^{-ik(x-x')}. \quad (1.7.9)$$



Şəkil 1



Şəkil 2



Şəkil 3

(1.7.9) ifadəsindəki C_0 konturunun yolu şəkil 3-də verilib. Başqa bir kalibrəşmədə propaqator üçün fərqli ifadə alınə bilər:

$$D_{\mu\nu}^c(x-x') = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{k^2 + i\epsilon} e^{-ik(x-x')} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right). \quad (1.7.10)$$

§1.8. Dirak tənliyi. Dirak sahəsinin kvantlanması

Məlumdur ki, qeyri-relyativistik kvant mexanikasının əsas tənliyi olan Şredinger tənliyi

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi. \quad (1.8.1)$$

fəza koordinatlarına və zamana görə simmetrik deyil. Burada

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m}. \quad (1.8.2)$$

\vec{p} impuls operatorunun $\vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$ şəklində olduğunu nəzərə alsaq, Hamilton operatorunu

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla} \vec{\nabla} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (1.8.3)$$

şəklində yazmaq olar. Doğrudan da (1.8.1) tənliyində zamana görə birinci tərtib törəmə, fəza koordinatlarına görə isə ikinci tərtib törəmələr iştirak edir. (1.8.1) tənliyinin Lorens invariant olması üçün zaman və fəza koordinatları tənliyə bərabərhüquqlu şəkildə daxil olmalıdır. Bunun üçün (1.8.2) və ya (1.8.3) ifadəsi ilə verilən hamiltonian kvadratik deyil, fəza dəyişənlərinin törəmələrinə nəzərən xətti olmalıdır, yəni

$$H_D = c(\vec{\alpha}\vec{p}) + \beta mc^2. \quad (1.8.4)$$

Burada $\vec{\alpha}$ və β ilə koordinatlardan asılı olmayan hər hansı kəmiyyətlər işarə olunmuşdur. (1.8.4) ifadəsini (1.8.1) tənliyində yerinə yazmaqla yeni bir tənlik alınır:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = [c(\vec{\alpha}\vec{p}) + \beta mc^2] \psi \quad (1.8.5)$$

(1.8.5) tənliyində artıq zaman və fəza dəyişənləri eynihüquqlu iştirak edir. Bu tənlikdə zamana və fəza koordinatlarına görə birinci tərtib törəmələr iştirak edir.

(1.8.5) tənliyinin hər iki tərəfindən zamana görə törəmə almaqla

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= [c(\vec{\alpha}\vec{p}) + \beta mc^2] \frac{\partial \psi}{\partial t} = \\ &= -i[c(\vec{\alpha}\vec{p}) + \beta mc^2]^2 \psi \end{aligned} \quad (1.8.6)$$

ifadəsini yazmaq olar. E enerjisinə və \vec{p} impulsuna malik sərbəst zərrəciyin dalğa funksiyasının

$$\psi \sim e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p}\vec{r} - \frac{i}{\hbar} Et} \quad (1.8.7)$$

qanunu ilə dəyişdiyini (1.8.6) tənliyində nəzərə almaqla

$$\begin{aligned} E^2 \psi &= [c(\vec{\alpha}\vec{p}) + \beta mc^2]^2 \psi = \\ &= [\alpha_i \alpha_k p_i p_k + (\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) p_i m + \beta^2 m^2 c^4] \psi \end{aligned} \quad (1.8.8)$$

olduğunu yazmaq olar. Digər tərəfdən məlumdur ki, relyativistik zərrəciyin enerjisi, impulsu və kütləsi arasında aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (1.8.9)$$

(1.8.8) və (1.8.9) münasibətlərinin müqayisəsindən

$$\alpha_i \alpha_k + \alpha_k \alpha_i = 2\delta_{ik}, \quad (1.8.10)$$

$$\alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0, \quad (1.8.11)$$

$$\beta^2 = 1 \quad (1.8.12)$$

münasibətləri alınır.

$\vec{\alpha}$ və β kəmiyyətləri matrislər olub, aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}. \quad (1.8.13)$$

Burada $\vec{\sigma}$ – Pauli matrisləridir:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.8.14)$$

(1.8.10)-(1.8.12) münasibətlərini ödəyən $\vec{\alpha}$ və β matrislərinin daxil olduğu (1.8.5) tənliyi **Dirak tənliyi** adlanır. Dirak tənliyi yarım spinə malik olan zərrəcikləri xarakterizə edir. Sərbəst zərrəciyin Dirak tənliyini daha sadə şəkildə yazmaq olar:

$$(E - H_D)\psi = 0. \quad (1.8.15)$$

Burada enerji operatoru

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (1.8.16)$$

ifadəsi ilə, Hamilton operatoru isə (1.8.4) ifadəsi ilə müəyyən edilir.

$\bar{\alpha}$ və β matrisləri dördcərgəli matrislər olduğuna görə ψ dalğa funksiyasını bir sütunda yazılmış dörd komponentdən ibarət matris şəklində vermək olar:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}. \quad (1.8.17)$$

ψ funksiyasına qoşma olan funksiya bir sətirdən ibarət olan ermit-qoşma matris kimi başa düşülür:

$$\psi^+ = (\psi_1^* \quad \psi_2^* \quad \psi_3^* \quad \psi_4^*). \quad (1.8.18)$$

Φ skalyar potensialına və \bar{A} vektor potensialına malik olan elektromaqnit sahəsində hərəkət edən elektron üçün ümumiləşmiş enerji və impuls operatorları aşağıdakı kimidir:

$$\mathcal{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\Phi, \quad (1.8.19)$$

$$\vec{P} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \quad (1.8.20)$$

Beləliklə, elektromaqnit sahəsində hərəkət edən elektron üçün Dirak tənliyi belə yazılır:

$$[\mathcal{E} - c(\vec{\alpha}\vec{P}) - \beta mc^2]\psi = 0. \quad (1.8.21)$$

Bu tənlik aşağıdakı dörd tənlikdən ibarət sistemə ekvivalentdir:

$$(\mathcal{E} - mc^2)\psi_1 - c(P_x - iP_y)\psi_4 - cP_z\psi_3 = 0, \quad (1.8.22)$$

$$(\mathcal{E} - mc^2)\psi_2 - c(P_x + iP_y)\psi_3 + cP_z\psi_4 = 0, \quad (1.8.23)$$

$$(\mathcal{E} + mc^2)\psi_3 - c(P_x - iP_y)\psi_2 - cP_z\psi_1 = 0, \quad (1.8.24)$$

$$(\mathcal{E} + mc^2)\psi_4 - c(P_x + iP_y)\psi_1 + cP_z\psi_2 = 0. \quad (1.8.25)$$

(1.8.21) tənliyinə kompleks-qoşma olan tənliyi yazaq:

$$\psi^+[\mathcal{E} - c(\vec{\alpha}\vec{P}) - \beta mc^2] = 0. \quad (1.8.26)$$

Daha sonra

$$-\psi^+ i\hbar\vec{\nabla} \rightarrow i\hbar\vec{\nabla}\psi^+, \quad (1.8.27)$$

$$\psi^+ i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^+ \quad (1.8.28)$$

olduğunu nəzərə alsaq, (1.8.21) və (1.8.26) tənliklərini

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\Phi\right)\psi - c\left[\vec{\alpha}\left(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)\right]\psi - \beta mc^2\psi = 0, \quad (1.8.29)$$

$$\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-e\Phi\right)\psi^+ - c\left[\left(i\hbar\vec{\nabla}-\frac{e}{c}\vec{A}\right)\psi^+\vec{\alpha}\right] - mc^2\psi^+\beta = 0 \quad (1.8.30)$$

şəklində yazmaq olar.

(1.8.29) tənliyini sol tərəfdən ψ^+ funksiyasına, (1.8.30) tənliyini isə sağ tərəfdən ψ funksiyasına vurub, alınan birinci tənlikdən ikinci tənliyi çıxdıqda

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\psi^+\psi + \text{div}\psi^+\vec{\alpha}\psi = 0 \quad (1.8.31)$$

tənliyi alınır. ρ yük sıxlığını

$$\rho = e\psi^+\psi \quad (1.8.32)$$

şəklində və \vec{j} üçölçülü cərəyan sıxlığı vektorunu

$$\vec{j} = ec\psi^+\vec{\alpha}\psi \quad (1.8.33)$$

şəklində seçməklə (1.8.31) tənliyinə kəsilməzlik tənliyi kimi baxmaq olar:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\vec{j} = 0. \quad (1.8.34)$$

(1.8.33) ifadəsindən aydın olur ki, $c\vec{\alpha}$ matrisini sürət operatoru kimi başa düşmək olar.

(1.8.32) ifadəsindən istifadə etməklə zərrəciklər sıxlığını təyin etmək olar:

$$\rho_0 = \frac{\rho}{e} = \psi^\dagger \psi = (\psi_1^* \quad \psi_2^* \quad \psi_3^* \quad \psi_4^*) \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} =$$

$$= \psi_1^* \psi_1 + \psi_2^* \psi_2 + \psi_3^* \psi_3 + \psi_4^* \psi_4. \quad (1.8.35)$$

Kleyn-Qordon-Fok tənliyindən fərqli olaraq Dirak tənliyi halında zərrəciklər sıxlığını ifadə edən ρ_0 kəmiyyəti müsbət təyin olunub. Lakin bu, o demək deyil ki, Dirak nəzəriyyəsində ρ_0 kəmiyyətinə zərrəciklərin sayının sıxlığı kimi baxmaq lazımdır. Dirak nəzəriyyəsinə görə elektronlarla yanaşı əks işarəli yüklər də ola bilər. Bu əks işarəli yüklər *pozitronlar* adlanır.

(1.8.5) tənliyinin hər iki tərəfini β matrisinə vurmaqla və \vec{p} impuls operatorunun $\vec{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$ şəklində olduğunu nəzərə almaqla

$$i\hbar\beta\frac{\partial\psi}{\partial t} = -i\hbar c\beta\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\psi + mc^2\psi \quad (1.8.36)$$

bərabərliyi alınır.

Dirak tənliyini simmetrik şəkllə və ya simmetrik formaya gətirmək olar. Aşağıdakı şəkildə

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \equiv (\beta, \beta\vec{\alpha}) \quad (1.8.37)$$

Dirak matrisləri daxil etməklə (1.8.36) tənliyi

$$\left(i\hbar\gamma^0\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar c\vec{\gamma}\cdot\vec{\nabla} - mc^2 \right) \psi = 0 \quad (1.8.38)$$

şəklində yazılır. $\hbar = c = 1$ olan vahidlər sistemində (1.8.38) tənliyi

$$\left(i\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} - m \right) \psi = 0 \quad (1.8.39)$$

şəklində və ya daha da sadə olan

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (1.8.40)$$

şəklində yazılır. Bu, Dirak tənliyinin kovariant şəklidir. Aşağıdakı qayda üzrə

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 \quad (1.8.41)$$

Dirak qoşma kəmiyyəti daxil etməklə Dirak tənliyinə qoşma olan tənliyi almaq olar:

$$\bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu + m) = 0. \quad (1.8.42)$$

Spinor təsvirdə Dirak matrisləri aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.8.43)$$

$$\gamma^k = -\gamma_k, \quad \gamma^0 = \gamma_0. \quad (1.8.44)$$

Spinor təsvir *Veyl təsviri* və ya *kiral təsvir* də adlanır.

Spinor təsvirdəki matrislərə

$$V = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I & I \\ I & -I \end{pmatrix} \quad (1.8.45)$$

operatoru ilə təsir etdikdə Dirak matrislərinin standart təsviri alınır. Standart təsvirdə Dirak matrisləri

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.8.46)$$

şəklində yazmaq olar. Burada $\gamma^k = -\gamma_k$.

Artıq qeyd olundu ki, Dirak tənliyi yarım spinə malik zərrəcikləri, məsələn, elektron və pozitronu təsvir edir. Dirak sahəsinin bir halı olan elektron-pozitron sahəsinin kvantlanması elektromaqnit sahəsinin kvantlanmasından ilk növbədə onunla fərqlənir ki, Dirak tənliyi ilə təsvir olunan zərrəciklər fermiondur və fermionlar Fermi-Dirak statistikasına tabedir. Fermionlar üçün Pauli prinsipi ödənilir. *Pauli prinsipinə görə*, eyni bir kvant halında yalnız bir fermion yerləşə bilər.

Stasionar halın Dirak dalğa funksiyası aşağıdakı kimi yazılır:

$$\psi(\vec{r}, t) = A u e^{-iEt + i\vec{p}\vec{r}}. \quad (1.8.47)$$

burada E ilə $H_D = -i\vec{\alpha}\vec{\nabla} + \beta m$ operatorunun məxsusi qiyməti, \vec{p} ilə $\vec{p} = -i\vec{\nabla}$ operatorunun məxsusi qiyməti, u ilə sabit bispinor, A ilə isə normallaşdırıcı sabit vuruq işarə edilmişdir. Qeyd edək ki, burada $\psi(\vec{r}, t)$, H_D və \vec{p} üçün olan ifadələr $c = \hbar = 1$ olan vahidlər sistemində yazılmışdır və bundan sonrakı ifadələr də həmin sistemdə yazılacaq.

u bispinorunu ikikomponentli φ və χ spinorları vasitəsilə yazmaq olar:

$$u = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix}. \quad (1.8.48)$$

Dirak matrislərinin standart təsvirindən istifadə etdikdə, φ və χ spinorları üçün aşağıdakı tənliklər sistemi alınır:

$$\begin{cases} (E - m)\varphi = (\vec{\sigma}\vec{p})\chi \\ (E + m)\chi = (\vec{\sigma}\vec{p})\varphi \end{cases} \quad (1.8.49)$$

Bu tənliklərin uyğun olması $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ şərti ilə təmin olunur. Buradan Hamilton operatorunun məxsusi qiyməti ilə impuls arasında əlaqə tapılır:

$$E = \pm \varepsilon_{\vec{p}}; \quad \varepsilon_{\vec{p}} = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \quad (1.8.50)$$

Beləliklə, aydın olur ki, həll «+» tezlikli $E = \varepsilon_{\vec{p}}$ hissəsindən və «-» tezlikli $E = -\varepsilon_{\vec{p}}$ hissəsindən ibarət olur:

$$\psi^{(+)} \sim e^{-i\varepsilon_{\vec{p}}t}, \quad \psi^{(-)} \sim e^{i\varepsilon_{\vec{p}}t}. \quad (1.8.51)$$

«+» və «-» tezlikli həllər hamiltoniyanın müxtəlif məxsusi qiymətinə uyğun gəldiyinə görə onlar bir-birinə ortoqonal olmalıdır:

$$\int (\psi^{(+)})^+ \psi^{(-)} d^3x = 0. \quad (1.8.52)$$

Əgər φ spinoru verilibsə, onda χ spinoru (1.8.49) tənliklər sisteminin ikinci tənliyindən təyin edilir:

$$\chi = \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{E + m} \varphi \quad (1.8.53)$$

Sərbəst zərrəciklər üçün Dirak tənliyinin $E = \varepsilon_{\vec{p}}$ və $E = -\varepsilon_{\vec{p}}$ enerjilərinə uyğun həllərini yekun olaraq aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\psi_p^{(+)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\vec{p}}V}} u(\sigma, p) e^{-ipx}, \quad (1.8.54)$$

$$\psi_p^{(-)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\vec{p}}V}} u(\sigma, -p) e^{ipx}. \quad (1.8.55)$$

Burada V – normallaşdırıcı həcm,

$$p^\mu = (p^0, \vec{p}) = (\varepsilon_p, \vec{p}) \quad (1.8.56)$$

isə 4-ölçülü impulsdur. $u(\sigma, p)$ bispinoru

$$(\not{p} - m)u(\sigma, p) = 0 \quad (1.8.57)$$

tənliyini, $u(\sigma, -p)$ bispinoru isə

$$(\not{p} + m)u(\sigma, -p) = 0 \quad (1.8.58)$$

tənliyini ödəyir.

Normallaşdırıcı əmsal olan $A = (2\varepsilon_{\vec{p}}V)^{-1/2}$ elə seçilib ki, bispinorlar aşağıdakı normallaşma şərtini ödəyir:

$$\bar{u}(p)\gamma^\mu u(p) = 2p^\mu, \quad (1.8.59)$$

$$\bar{u}(-p)\gamma^\mu u(-p) = 2p^\mu. \quad (1.8.60)$$

Dirak tənliyinin «+» tezlikli həllini $E = \varepsilon_{\vec{p}} > 0$ enerjili elektronun dalğa funksiyası kimi şərh etmək olar.

$E = -\varepsilon_{\vec{p}} < 0$ həllini şərh etmək üçün $C = \gamma^2 \gamma^0$ yük qoşma operatoru daxil edək:

$$\psi^{C(+)}(x) = C\overline{\psi^{(-)}(x)}. \quad (1.8.61)$$

$\psi^{C(+)}$ funksiyası $\psi^{(-)}$ funksiyası kimi eyni bir tənliyi ödəyir. Lakin həmin tənlikdə yükün işarəsi əksinədir. Bu zaman $\psi^{C(+)}$ funksiyası «+» tezliyə, yəni normal enerji işarəsinə – $E = \varepsilon_{\vec{p}} > 0$ malik olur. $\psi^{C(+)}$ funksiyası yeni zərrəcik olan pozitronu təsvir edir. Pozitron elektronun antizərrəciyidir. Pozitronun yükü elektronun yükünün əksinədir.

Beləliklə, elektronun ψ_{el} və pozitronun ψ_{poz} dalğa funksiyaları Dirak tənliyinin həllərinin «+» tezlikli və «-» tezlikli hissələrindən qurulur:

$$\psi_{el} = \psi^{(+)}, \quad \psi_{poz} = C\overline{\psi^{(-)}}. \quad (1.8.62)$$

Sərbəst halda, yəni sahə olmadıqda Dirak tənliyinin ümumi həlli «+» tezlikli və «-» tezlikli hissələrə ayrılı bilər:

$$\psi(x) = \psi^{(+)}(x) + \psi^{(-)}(x) = \sum_s (\alpha_s \psi_s^{(+)}(x) + \beta_s^* \psi_s^{(-)}(x)). \quad (1.8.63)$$

Burada s ilə $\psi_s^{(+)}$ və $\psi_s^{(-)}$ stasionar hallarının kvant ədədlərinin dəsti işarə edilmişdir. (1.8.63) ifadəsində α_s və β_s^* vuruqları müsbət tezlikli və mənfi tezlikli hissələrə ayrılışın əmsallarıdır.

Kanonik enerji-impuls tenzorunun

$$T_{\mu}^{\nu} = \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^{\nu} \psi_{,\mu} - \bar{\psi}_{,\mu} \gamma^{\nu} \psi) \quad (1.8.64)$$

μ və ν indekslərinin $\mu = \nu = 0$ qiymətlərinə uyğun gələn sıfırıncı komponenti tam enerjini müəyyən edir:

$$H = \int T_0^0 d^3x = \frac{i}{2} \int (\psi^+ \psi_{,r} - \psi_{,r}^+ \psi). \quad (1.8.65)$$

(1.8.63) ayrılışının (1.8.65) ifadəsində nəzərə alınması Dirak sahəsinin tam enerjisini verir:

$$H = \sum_s (\varepsilon_s^{(+)} \alpha_s^* \alpha_s - \varepsilon_s^{(-)} \beta_s \beta_s^*). \quad (1.8.66)$$

(1.8.63) ayrılışının

$$Q = e \int d^3x \bar{\psi} \gamma^0 \psi = e \int d^3x \psi^+ \psi \quad (1.8.67)$$

düsturunda nəzərə alınması Dirak sahəsinin yükünü verir:

$$Q = e \sum_s (\alpha_s^* \alpha_s - \beta_s \beta_s^*). \quad (1.8.68)$$

Dirak sahəsinin enerjisi işarə cəhətdən təyin olunmamış

kəmiyyətdir. Yük isə müəyyən işarəyə malikdir. Q və e kəmiyyətlərinin işarələri üst-üstə düşür.

Dirak sahəsi üçün enerji və yük operatorlarını vermək üçün (1.8.66) və (1.8.68) ifadələrindəki α_s və β_s kəmiyyətlərini uyğun operatorlarla əvəz edək:

$$H = \sum_s (\varepsilon_s^{(+)} \hat{a}_s^+ \hat{a}_s - \varepsilon_s^{(-)} \hat{b}_s \hat{b}_s^+), \quad (1.8.69)$$

$$Q = e \sum_s (\hat{a}_s^+ a_s + \hat{b}_s \hat{b}_s^+). \quad (1.8.70)$$

Burada \hat{a}_s^+ və \hat{b}_s^+ – Ermit qoşma operatorlardır.

Bozon sahəsi olan elektromaqnit sahəsindən fərqli olaraq, Dirak sahəsi üçün \hat{a}_s və \hat{b}_s operatorlarının kommutatorları vasitəsilə verilən kommutasiya münasibətlərini yazmaq aşağıdakı fiziki nəticəyə gətirərdi: bu halda enerji müsbət təyin olunmayacaq, elektronlar və pozitronlar isə sahənin yükünə eyni işarəli pay verəcəklər.

Dirak sahəsinin operatorunun ayrılışını yazaq:

$$\psi(x) = \sum_s (\hat{a}_s \psi_s^{(+)}(x) + \hat{b}_s^+ \psi_s^{(-)}(x)), \quad (1.8.71)$$

$$\bar{\psi}(x) = \sum_s (\hat{a}_s^+ \overline{\psi_s^{(+)}(x)} + \hat{b}_s \overline{\psi_s^{(-)}(x)}). \quad (1.8.72)$$

Dirak sahəsi operatorunun ayrılışının kvantlanmış əmsalları olan \hat{a}_s və \hat{b}_s operatorları üçün antikommutatorlar vasitəsilə verilən aşağıdakı yerdəyişmə münasibətləri postulat kimi

qəbul edilir:

$$\{\hat{a}_s, \hat{a}_s^+\} \equiv \hat{a}_s \hat{a}_s^+ + \hat{a}_s^+ \hat{a}_s = \delta_{ss}, \quad (1.8.73)$$

$$\{\hat{a}_s, \hat{a}_{s'}\} \equiv \{\hat{a}_s^+, \hat{a}_{s'}^+\} = 0, \quad (1.8.74)$$

$$\{\hat{b}_s, \hat{b}_s^+\} = \delta_{ss}, \quad (1.8.75)$$

$$\{\hat{b}_s, \hat{b}_{s'}\} \equiv \{\hat{b}_s^+, \hat{b}_{s'}^+\} = 0, \quad (1.8.76)$$

$$\{\hat{a}_s, \hat{b}_{s'}\} \equiv \{\hat{a}_s^+, \hat{b}_{s'}\} = \{\hat{a}_s, \hat{b}_{s'}^+\} = 0. \quad (1.8.77)$$

Aşağıdakı qayda ilə təyin edilən

$$N_s^{(+)} = \hat{a}_s^+ \hat{a}_s \quad (1.8.78)$$

operatoru *elektronların sayı operatoru* adlanır.

$$N_s^{(-)} = \hat{b}_s^+ \hat{b}_s \quad (1.8.79)$$

operatoru isə *pozitronların sayı operatoru* adlanır.

(1.8.73) yerdəyişmə münasibətini nəzərə alsaq,

$$(N_s^{(+)})^2 = \hat{a}_s^+ \hat{a}_s \hat{a}_s^+ \hat{a}_s = -(\hat{a}_s^+)^2 (\hat{a}_s)^2 + \hat{a}_s^+ \hat{a}_s = N_s^{(+)}, \quad (1.8.80)$$

Beləliklə, $N_s^{(+)}$ operatoru 0 və 1 qiymətlərini alır. Eyni qayda ilə göstərmək olar ki, $N_s^{(-)}$ operatoru da 0 və 1 məxsusi qiymətlərini alır. Yəni,

$$N_s^{(+)} = 0, 1, \quad (1.8.81)$$

$$N_s^{(-)} = 0, 1. \quad (1.8.82)$$

Beləliklə, $N_s^{(\pm)} = 0, 1$ nəticəsi Pauli prinsipini ifadə edir, yəni fermion hallarının dolmasının maksimum sayı bir ola bilər. Başqa sözlə, eyni bir kvant halında yalnız bir fermion yerləşə bilər.

(1.8.73)-(1.8.76) yerdəyişmə münasibətlərindən istifadə etməklə enerji və yük operatorları aşağıdakı şəkildə yazıla bilər:

$$H = \sum_s (\epsilon_s^{(+)} N_s^{(+)} + \epsilon_s^{(-)} N_s^{(-)}) - \sum_s \epsilon_s^{(-)}, \quad (1.8.83)$$

$$Q = e \sum_s (N_s^{(+)} - N_s^{(-)}) - e \sum_{s,(-)} 1. \quad (1.8.84)$$

Burada $\sum_{s,(-)}$ əməliyyatı yalnız mənfi tezlikli hallar üzrə cəmləməni göstərir.

Sonuncu ifadədə c -ədəd xarakterli toplananları nəzərə almasaq, elektron-pozitron sahəsinin enerjisi və yükü üçün aşağıdakı ifadələri yazmaq olar:

$$E = \sum_s (\epsilon_s^{(+)} N_s^{(+)} + \epsilon_s^{(-)} N_s^{(-)}), \quad (1.8.85)$$

$$Q = e \sum_s (N_s^{(+)} - N_s^{(-)}). \quad (1.8.86)$$

(1.8.85) ifadəsindən Dirak sahəsinin enerjisinin müsbət müəyyən olunması alınır. (1.8.86) ifadəsindən görüldüyü kimi, Dirak sahəsinin yükünə elektronlar və pozitronlar müxtəlif işarəli pay verir.

Elektronların sayı operatoruna daxil olan \hat{a}_s , \hat{a}_s^+ opera-

torlarının və pozitronların sayı operatoruna daxil olan \hat{b}_s , \hat{b}_s^+ operatorlarının hansı mənə kəsb etdiyinə baxaq. \hat{a}_s^+ operatoru s halında elektronun doğulma operatoru, \hat{a}_s operatoru s halında elektronun udulma operatoru, \hat{b}_s^+ operatoru s halında pozitronun doğulma operatoru, \hat{b}_s isə s halında pozitronun udulma operatorudur:

$$\hat{a}_s^+ |0\rangle = |1_s^{(+)}\rangle, \quad (1.8.87)$$

$$\hat{a}_s |1_s^{(+)}\rangle = |0\rangle, \quad (1.8.88)$$

$$\hat{b}_s^+ |0\rangle = |1_s^{(-)}\rangle, \quad (1.8.89)$$

$$\hat{b}_s |1_s^{(-)}\rangle = |0\rangle. \quad (1.8.90)$$

Dirak sahəsi operatorlarının sərbəst halda olan elektron və pozitronların udulma və doğulma operatorlarına görə ayrılığı aşağıdakı şəkildədir:

$$\psi(x) = \sum_{\vec{p}, \sigma} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\vec{p}}V}} (\hat{a}_{\vec{p}\sigma} u(p, \sigma) e^{-ipx} + \hat{b}_{\vec{p}\sigma}^+ u(-p, \sigma) e^{ipx}), \quad (1.8.91)$$

$$\bar{\psi}(x) = \sum_{\vec{p}, \sigma} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\vec{p}}V}} (\hat{a}_{\vec{p}\sigma}^+ u(p, \sigma) e^{ipx} + \hat{b}_{\vec{p}\sigma} \bar{u}(-p, \sigma) e^{-ipx}). \quad (1.8.92)$$

Dirak sahəsinin antikommütatrların köməylə, elektromagnit sahəsinin isə kommutatrların köməylə kvantlanması hər iki halda sahə enerjisinin müsbət müəyyən olunmasını təmin edir.

Fermion sahəsi olan elektron-pozitron sahəsinin kvant-

lanması və bozon sahəsi olan elektromaqnit sahəsinin kvantlanması arasındakı fərq müxtəlif növ statistikalara gətirib çıxarır. Dirak sahəsinin kvantlanması Pauli prinsipinə əsaslanan Fermi-Dirak statistikasına, elektromaqnit sahəsinin kvantlanması isə Boze-Eynşteyn statistikasına gətirib çıxarır. Boze-Eynşteyn statistikasına görə, kvant hallarının dolmasının sayı ixtiyari ola bilər. Yəni eyni bir kvant halında ixtiyari sayda bozon yerləşə bilər.

§1.9. Dirak sahəsinin operatorları üçün yerdəyişmə münasibətləri. Dirak sahəsinin yerdəyişmə funksiyası

Dirak sahəsinin $\psi(x)$ və $\bar{\psi}(x)$ operatorları üçün yerdəyişmə münasibətlərinə baxaq. Bundan əvvəlki paraqrafın (1.8.71)-(1.8.77) ifadələrindən istifadə etməklə aşağıdakı yerdəyişmə münasibətlərini yazmaq olar:

$$\{\psi(x), \psi(x')\} = 0, \quad (1.9.1)$$

$$\{\bar{\psi}(x), \bar{\psi}(x')\} = 0. \quad (1.9.2)$$

Digər tərəfdən

$$S^{(+)}(x-x') = \sum_s \psi_s^{(+)}(x) \bar{\psi}_s^{(+)}(x'), \quad (1.9.3)$$

$$S^{(-)}(x-x') = \sum_s \psi_s^{(-)}(x) \bar{\psi}_s^{(-)}(x'), \quad (1.9.4)$$

işarələmələri aparmaqla aşağıdakı yerdəyişmə münasibətini yazmaq olar:

$$\{\psi(x), \bar{\psi}(x')\} = S^{(+)}(x-x') + S^{(-)}(x-x'). \quad (1.9.5)$$

Sərbəst elektronlar üçün Dirak operatorlarının

$$\psi(x) = \sum_{\bar{p}, \sigma} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\bar{p}}V}} [a_{\bar{p}\sigma} u(p, \sigma) e^{-ipx} + b_{\bar{p}\sigma}^+ u(-p, \sigma) e^{ipx}], \quad (1.9.6)$$

$$\bar{\psi}(x) = \sum_{\bar{p}, \sigma} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\bar{p}}V}} [a_{\bar{p}\sigma}^+ \bar{u}(p, \sigma) e^{ipx} + b_{\bar{p}\sigma} \bar{u}(-p, \sigma) e^{-ipx}] \quad (1.9.7)$$

ayrılışlarından istifadə etməklə $S^{(+)}(x-x')$ və $S^{(-)}(x-x')$ funksiyaları üçün, uyğun olaraq, aşağıdakı münasibətlər alınır:

$$\begin{aligned} S^{(+)}(x-x') &= \sum_{\bar{p}, \sigma} \psi_{\bar{p}\sigma}^{(+)}(x) \overline{\psi_{\bar{p}\sigma}^{(+)}(x')} = \\ &= \sum_{\bar{p}, \sigma} \frac{1}{2\varepsilon_{\bar{p}}V} u(\sigma, p) \bar{u}(\sigma, p) e^{-ip(x-x')}, \end{aligned} \quad (1.9.8)$$

$$\begin{aligned} S^{(-)}(x-x') &= \sum_{\bar{p}, \sigma} \psi_{\bar{p}\sigma}^{(-)}(x) \overline{\psi_{\bar{p}\sigma}^{(-)}(x')} = \\ &= \sum_{\bar{p}, \sigma} \frac{1}{2\varepsilon_{\bar{p}}V} u(\sigma, -p) \bar{u}(\sigma, -p) e^{ip(x-x')}. \end{aligned} \quad (1.9.9)$$

$u(p)$ və $\bar{u}(p)$ bispinorları üçün doğru olan

$$\bar{u}(p) \gamma^{\mu} u(p) = 2p^{\mu} \quad (1.9.10)$$

normallaşma şərtindən istifadə etməklə

$$\sum_{\sigma} u(\sigma, p) \bar{u}(\sigma, p) = \not{p} + m \quad (1.9.11)$$

bərabərliyi, $u(-p)$ və $\bar{u}(-p)$ bispinorları üçün doğru olan

$$\bar{u}(-p) \not{\gamma}^{\mu} u(-p) = 2p^{\mu} \quad (1.9.12)$$

normallaşma şərtindən istifadə etməklə isə

$$\sum_{\sigma} u(\sigma, -p) \bar{u}(\sigma, -p) = \not{p} - m \quad (1.9.13)$$

bərabərliyi alınır. **Dirak sahəsinin**

$$S(x - x') = \{\psi(x), \bar{\psi}(x')\}. \quad (1.9.14)$$

yerdəyişmə funksiyasının müsbət tezlikli hissəsi üçün

$$S^{(+)}(x - x') = \sum_{\bar{p}} \frac{\not{p} + m}{2\varepsilon_{\bar{p}} V} e^{-ip(x-x')} \quad (1.9.15)$$

ifadəsi, mənfi tezlikli hissəsi üçün isə

$$S^{(-)}(x - x') = \sum_{\bar{p}} \frac{\not{p} - m}{2\varepsilon_{\bar{p}} V} e^{ip(x-x')} \quad (1.9.16)$$

ifadəsi alınır.

Elektromaqnit sahəsi üçün doğru olan

$$D_{+}(x - x') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{2\omega} e^{-ik(x-x')}, \quad (1.9.17)$$

$$D_-(x-x') = D_+(x'-x) = D_+^*(x-x') \quad (1.9.18)$$

münasibətindən istifadə etməklə spinor sahənin uyğun düsturları alınır:

$$\Delta_{\pm}(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p}{2\varepsilon_{\vec{p}}} e^{\mp i p(x-x')} \quad (1.9.19)$$

(1.9.15) və (1.9.16) düsturlarında cəmdən integrallara keçməklə Dirak sahəsinin yerdəyişmə funksiyasının müsbət tezlikli hissəsi üçün

$$S^{(+)}(x-x') = (i\gamma\partial + m)\Delta_+(x-x') \quad (1.9.20)$$

düsturu, mənfi tezlikli hissəsi üçün isə

$$S^{(-)}(x-x') = -(i\gamma\partial + m)\Delta_-(x-x') \quad (1.9.21)$$

düsturu alınır.

Dirak sahəsinin tam yerdəyişmə funksiyası

$$S(x-x') = S^{(+)}(x-x') + S^{(-)}(x-x') \quad (1.9.22)$$

invariant

$$\Delta_0 = i(\Delta_+ - \Delta_-) \quad (1.9.23)$$

funksiyası vasitəsilə belə ifadə olunur:

$$S(x - x') = -i(\gamma\partial + m)\Delta_0(x - x') \quad (1.9.24)$$

Burada

$$\Delta_0(x - x') = -\frac{1}{(2\pi)^4} \int_{C_0} \frac{d^4 p}{p^2 - m^2} e^{-ip(x-x')}. \quad (1.9.25)$$

$\Delta_0(\vec{r}, t)$ funksiyası və onun zamana görə xüsusi törəməsi üçün aşağıdakı başlanğıc şərtlər ödənilir:

$$\Delta_0(\vec{r} - \vec{r}', t - t') \Big|_{t=t'} = 0, \quad (1.9.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta_0(\vec{r} - \vec{r}', t - t') \Big|_{t=t'} = \delta(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (1.9.27)$$

$t = 0$ anında yerdəyişmə funksiyası üçün

$$S(\vec{r} - \vec{r}', t - t') \Big|_{t=t'} = \gamma^0 \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.9.28)$$

ifadəsinin doğru olmasından istifadə etməklə

$$\{\psi(\vec{r}, t), \bar{\psi}(\vec{r}', t')\} \Big|_{t=t'} = \gamma^0 \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.9.29)$$

yerdəyişmə münasibəti alınır.

Spinor sahənin $S(x - x')$ tam yerdəyişmə funksiyası Dirak tənliyinin sinqulyar həllidir:

$$(i\gamma\partial - m)S(x - x') = 0. \quad (1.9.30)$$

Belə ki,

$$(\square + m^2)\Delta_0(x - x') = 0 \quad (1.9.31)$$

bərabərliyi doğrudur.

§1.10. Dirak sahəsi operatorlarının normal və xronoloji hasiləri

Dirak sahəsinin iki operatorunun normal hasilində zərəcikləri doğrulma operatoru zərrəciklərin udulma operatorlarından solda dayanır. Məsələn, $\psi(x)$ və $\bar{\psi}(x')$ Dirak operatorlarının normal hasilini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\begin{aligned} N\psi(x)\bar{\psi}(x') &= N[\psi^{(+)}(x) + \psi^{(-)}(x)][\bar{\psi}^{(+)}(x') + \bar{\psi}^{(-)}(x')] = \\ &= -\bar{\psi}^{(+)}(x')\psi^{(+)}(x) + \psi^{(+)}(x)\bar{\psi}^{(-)}(x') + \\ &+ \psi^{(-)}(x)\bar{\psi}^{(+)}(x') + \psi^{(-)}(x)\bar{\psi}^{(-)}(x'). \end{aligned} \quad (1.10.1)$$

Burada $\psi^{(-)}(x)$ və $\bar{\psi}^{(+)}(x)$ operatorları doğrulma operatorları mənasını, $\psi^{(+)}(x)$ və $\bar{\psi}^{(-)}(x)$ operatorları isə udulma operatorları mənasını daşıyır.

$\psi_1(x)$ və $\psi_2(x')$ Dirak operatorlarının xronoloji hasilini aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$T\psi_1(x)\psi_2(x') = \begin{cases} \psi_1(x)\psi_2(x'), & t > t', \\ -\psi_2(x')\psi_1(x), & t' > t. \end{cases} \quad (1.10.2)$$

Dirak operatorlarının xronoloji cütləşməsi

$$\overline{\psi_1(x)\psi_2(x')} \equiv T\psi_1(x)\psi_2(x') - N\psi_1(x)\psi_2(x') \quad (1.10.3)$$

kimi təyin edilir. İxtiyari x və x' üçün $\psi^{(-)}(x)$ və $\psi^{(+)}(x')$ operatorlarının kommutasiya etməməsi

$$\overline{\psi(x)\psi(x')} = 0, \quad (1.10.4)$$

$$\overline{\bar{\psi}(x)\bar{\psi}(x')} = 0 \quad (1.10.5)$$

münasibətlərinə gətirib çıxarır.

$\psi(x)$ və $\bar{\psi}(x')$ operatorları üçün xronoloji cütləşmə c -ədəd verir. Məsələn, $t > t'$ olduqda $\psi(x)$ və $\bar{\psi}(x')$ operatorlarının xronoloji cütləşməsi

$$\overline{\psi(x)\bar{\psi}(x')} = \psi^{(+)}(x)\bar{\psi}^{(+)}(x') + \bar{\psi}^{(+)}(x')\psi^{(+)}(x) \quad (1.10.6)$$

antikommutatorunu verir və bu antikommutator c -ədəddir. Oxşar nəticə $t < t'$ olan halda da alınır.

§1.11. Dirak sahəsinin səbəbiyyət funksiyası

İki Dirak operatorunun normal hasilinin vakuuma görə orta qiyməti sıfıra bərabərdir. Lakin iki Dirak operatorunun xronoloji hasilinin vakuuma görə orta qiyməti üçün aşağıdakı ifadə doğrudur:

$$\langle T\psi(x)\bar{\psi}(x') \rangle_0 = \overline{\psi(x)\bar{\psi}(x')}. \quad (1.11.1)$$

α və β – spinor indekslərini daxil etməklə (1.11.1) ifadəsindən aşağıdakı münasibətlər alınır:

$$\overline{\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(x')} = \begin{cases} \langle \psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(x') \rangle_0, & t > t', \\ -\langle \bar{\psi}_\beta(x')\psi_\alpha(x) \rangle_0, & t < t'. \end{cases} \quad (1.11.2)$$

Beləliklə, *yayılma funksiyası* və ya *propaqator* $\psi(x)$ və $\bar{\psi}(x')$ Dirak operatorlarının xronoloji hasilinin vakuuma görə orta qiymətinə bərabərdir:

$$S_c(x-x') = \langle T\psi(x)\bar{\psi}(x') \rangle_0 = \overline{\psi(x)\bar{\psi}(x')} \quad (1.11.3)$$

Yayılma funksiyasının fiziki mənasına baxaq. $t > t'$ olduqda $S_c(x-x')$ funksiyası x' nöqtəsində elektronun doğulmasını və x nöqtəsində onun udulmasını təsvir edir. $t < t'$ olduqda $S_c(x-x')$ funksiyası x nöqtəsində pozitronun doğulmasını və x' nöqtəsində onun udulmasını təsvir edir.

$S^{(+)}(x-x')$ və $S^{(-)}(x-x')$ funksiyalarından istifadə etməklə

$$\langle \psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(x') \rangle_0 = S_{\alpha\beta}^{(+)}(x-x'), \quad (1.11.4)$$

$$\langle \bar{\psi}_\beta(x')\psi_\alpha(x) \rangle_0 = S_{\alpha\beta}^{(-)}(x-x') \quad (1.11.5)$$

münasibətlərinin köməyi ilə yayılma funksiyasını aşağıdakı ifadə ilə vermək olar:

$$S_c(x-x') = \theta(x-x')S^{(+)}(x-x') - \theta(x'-x)S^{(-)}(x-x'). \quad (1.11.6)$$

(1.11.6) ifadəsində $S^{(+)}(x-x')$, $S^{(-)}(x-x')$ ifadələrinin aşkar şəkillərini yerinə yazıb,

$$\frac{\partial}{\partial x^0} \theta(x) = \delta(x^0), \quad (1.11.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^0} \theta(-x) = -\delta(x^0), \quad (1.11.8)$$

$$\Delta_+(x-x')\big|_{x^0=x'_0} = \Delta_-(x-x')\big|_{x^0=x'_0}, \quad (1.11.9)$$

münasibətlərindən istifadə etməklə

$$S_c(x-x') = (i\gamma\partial_x + m)\Delta_c(x-x') \quad (1.11.10)$$

alınır. Burada

$$\Delta_c(x-x') = \theta(x-x')\Delta_+(x-x') + \theta(x'-x)\Delta_-(x-x'). \quad (1.11.11)$$

kütləli skalyar sahənin propaqatorudur. Kütləli skalyar sahənin propaqatorunun integral təsviri

$$\Delta_c(x-x') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p}{2\varepsilon_{\vec{p}}} e^{i\vec{p}(\vec{r}-\vec{r}') - i\varepsilon_{\vec{p}}(|t-t'|)} \quad (1.11.12)$$

şəklindədir. $\Delta_c(x-x')$ yayılma funksiyasını dördqat integral şəklində də yazmaq olar:

$$\Delta_c(x-x') = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-ip(x-x')}}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} d^4 p. \quad (1.11.13)$$

(1.11.12) və (1.11.13) ifadələrində

$$\varepsilon_{\vec{p}} = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \quad (1.11.14)$$

şəklindədir.

(1.11.10), (1.11.11) və (1.11.13) ifadələrindən istifadə etməklə Dirak sahəsinin $S_c(x-x')$ yayılma funksiyası üçün

$$S_c(x-x') = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-ip(x-x')} d^4 p \quad (1.11.15)$$

inteqral təsviri alınır.

$S_c(x-x')$ yayılma funksiyasının inteqral təsvirinə $i\gamma\partial - m$ operatoru (Dirak operatoru) ilə təsir etməklə

$$(i\gamma\partial - m)S_c(x-x') = i\delta(x-x') \quad (1.11.16)$$

tənliyi alınır. Əgər

$$(\square + m^2)\Delta_c(x-x') = i\delta(x-x'). \quad (1.11.17)$$

olduğunu nəzərə alsaq, $S_c(x-x')$ funksiyasının ödədiyi (1.11.16) tənliyinin (1.11.15) inteqral təsvirindən, həmçinin (1.11.10) münasibətindən alındığı məlum olur.

Beləliklə, Dirak sahəsinin $S_c(x-x')$ yayılma funksiyası (propaqatoru) Dirak tənliyi üçün *Qrin səbəbiyyət funksiyasıdır*.

§1.12. Dirak tənliyi üçün enerji və cərəyan sıxlığının yenidən təyin olunması

Dirak sahəsinin kvantlanması (bax: §1.8) göstərildi ki, enerji və yük operatorları

$$H = \sum_s (\varepsilon_s^{(+)} N_s^{(+)} + \varepsilon_s^{(-)} N_s^{(-)}) - \sum_s \varepsilon_s^{(-)}, \quad (1.12.1)$$

$$Q = e \sum_s (N_s^{(+)} - N_s^{(-)}) - e \sum_{s,(-)} 1 \quad (1.12.2)$$

ifadələri ilə təyin edilir. Burada $\sum_{s,(-)}$ işarəsi cəmləmənin yalnız

mənfi tezlikli hallar üzrə aparıldığını göstərir. (1.12.1) və (1.12.2) ifadələrinin sağ tərəflərindəki ikinci hədlər, uyğun olaraq, hamiltonianın və yük operatorunun məxsusi qiymətlərində sonsuz sayda mənfi işarəli sabit toplananlara gətirib çıxarır. c -ədəd xarakterli dağılan toplananlardan xilas olmaq üçün H və Q operatorlarını lazımi şəkildə yenidən təyin etmək lazımdır. H operatoru üçün operatorların normal hasili şəklində tərif qəbul edilir. Bu, o deməkdir ki, bütün doğrulma operatorları udulma operatorlarından solda dayanmalıdır, yəni

$$b_s b_s^+ \rightarrow -b_s^+ b_s. \quad (1.12.3)$$

Onda

$$H = \sum_s (\varepsilon_s^{(+)} a_s^+ a_s - \varepsilon_s^{(-)} b_s b_s^+) \quad (1.12.4)$$

enerji operatorunu

$$H = \sum_s (\varepsilon_s^{(+)} \hat{a}_s^+ \hat{a}_s + \varepsilon_s^{(-)} \hat{b}_s^+ \hat{b}_s) \quad (1.12.5)$$

şəklində təyin etmək olar.

Cərəyan sıxlığı operatoru

$$j_\mu(x) = \frac{e}{2} [\bar{\psi}(x), \gamma_\mu \psi(x)] \quad (1.12.6)$$

kommutatoru vasitəsilə təyin edilir. Sonuncu ifadəni bir qədər sadələşdirib aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\begin{aligned} j_\mu(x) &= \frac{e}{2} [\bar{\psi}_\alpha (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} \psi_\beta - (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} \psi_\beta \bar{\psi}_\alpha] = \\ &= \frac{e}{2} [\bar{\psi} \gamma_\mu \psi - \psi \gamma_\mu^T \bar{\psi}]. \end{aligned} \quad (1.12.7)$$

Bu halda yük

$$Q = \frac{e}{2} \int (\bar{\psi} \gamma^0 \psi - \gamma^0 \psi \bar{\psi}) d^3x = e \sum_s (N_s^{(+)} - N_s^{(-)}) \quad (1.12.8)$$

şəklində təyin edilir və sonsuz sayda mənfi işarəli toplananlardan xilas olunur.

Cərəyan sıxlığı operatorunu

$$j_\mu(x) = e N \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) \quad (1.12.9)$$

normal hasili şəklində təyin etməklə yük üçün (1.12.8) ifadəsi alınır.

Yük qoşması əməliyyatından istifadə etməklə

$$\psi^c(x) = C\bar{\psi}(x), \quad (1.12.10)$$

$$\overline{\psi^c(x)} = C^{-1}\psi(x), \quad (1.12.11)$$

münasibətlərini yazmaq olar. C operatorunun xassələrinə görə

$$C = -C^T, \quad (1.12.12)$$

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T, \quad (1.12.13)$$

münasibətləri doğrudur. (1.12.10)-(1.12.13) münasibətlərinin köməyi ilə cərəyan sıxlığı operatorunun (1.12.7) düsturu ilə verilən ifadəsini yük-simmetrik formasında yazmaq olar:

$$j_\mu(x) = \frac{e}{2}(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi - \bar{\psi}^c\gamma_\mu\psi^c). \quad (1.12.14)$$

Beləliklə, cərəyan sıxlığı operatoru yük qoşması çevrilməsinə və eyni zamanda yükün işarəsinin dəyişilməsinə ($e \rightarrow -e$) nəzərən invariantdır.

II FƏSİL

ELEKTROMAQNİT QARŞILIQLI TƏSİRİ

§2.1. Şredinger, Heyzenberq və qarşılıqlı təsir təsvirləri. Təkamül operatoru

Hər hansı u operatorunun $\langle \varphi(t) | u | \Phi(t) \rangle$ matris elementinin zamana görə dəyişməsinə baxaq. Hal vektorlarının və operatorların zamandan müxtəlif asılılıqlarına uyğun olaraq müxtəlif təsvirlər mümkündür.

u operatorunun zamandan aşkar şəkildə asılı olmadığı hala baxaq. Bu halda

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (2.1.1)$$

və dalğa funksiyaları kimi $|\Phi(t)\rangle$ və $\langle \varphi(t)|$ hal vektorları da zaman keçdikcə Şredinger tənliyinə uyğun olaraq dəyişir. $|\Phi(t)\rangle$ ket vektorunun zaman keçdikcə dəyişməsi

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi(t)\rangle = H |\Phi(t)\rangle \quad (2.1.2)$$

tənliyi ilə, $\langle \varphi(t)|$ bra vektorunun zamana görə dəyişməsi isə

$$-i \frac{\partial}{\partial t} \langle \varphi(t)| = \langle \varphi(t)| H^+ \quad (2.1.3)$$

tənliyi ilə təsvir edilir. Buradan göründüyü kimi, ümumiyyətlə, matris elementi t zamanından asılı olan funksiyadır. Hamil-

ton operatorunun

$$H^+ = H \quad (2.1.4)$$

ermitlik şərtindən istifadə etməklə (2.1.3) tənliyini

$$-i \frac{\partial}{\partial t} \langle \varphi(t) | = \langle \varphi(t) | H \quad (2.1.5)$$

şəklində yazmaq olar. (2.1.1), (2.1.2) və (2.1.5) münasibətlərini nəzərə almaqla u operatorunun $\langle \varphi(t) | u | \Phi(t) \rangle$ matris elementinin zamana görə törəməsinə baxaq:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \varphi(t) | u | \Phi(t) \rangle &= \langle \varphi(t) | u \frac{1}{i} H | \Phi(t) \rangle - \\ &- \langle \varphi(t) | H u \frac{1}{i} | \Phi(t) \rangle = \langle \varphi(t) | i [H, u] | \Phi(t) \rangle. \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

t zamanından asılı olmayan yeni $|\Phi_H\rangle$ və $\langle \varphi_H|$ hallarına baxaq. Həm də onu qeyd edək ki, zamandan asılı olan əvvəlki $|\Phi(t)\rangle$ və $\langle \varphi(t)|$ hal vektorları yeni $|\Phi_H\rangle$ və $\langle \varphi_H|$ hal vektorlarından onlara $U(t)$ operatorunun təsiri vasitəsilə alınır:

$$|\Phi(t)\rangle = U(t) |\Phi_H\rangle, \quad (2.1.7)$$

$$\langle \varphi(t) | = \langle \varphi_H | U^+(t). \quad (2.1.8)$$

(2.1.7) və (2.1.8) münasibətlərinin ödənilməsi üçün $U(t)$ opera-

toru $\langle \varphi(t) |$ və $|\Phi(t)\rangle$ hal vektorlarının ödədiyi

$$i \frac{\partial}{\partial t} U(t) = H U(t). \quad (2.1.9)$$

tənliyini ödəməlidir. Hamilton operatorunun zamandan aşkar şəkildə asılı olmadığı halda (2.1.9) tənliyinin formal həlli

$$U(t) = e^{-iHt} \quad (2.1.10)$$

şəklində yazılır. Burada $U(t)$ – eksponentin Teylor sırasına ayrılışı şəklində olan operator kimi başa düşülür:

$$U(t) = 1 - iHt + \frac{1}{2!}(iHt)^2 - \dots \quad (2.1.11)$$

(2.1.10) ifadəsi ilə verilən həldə sabit elə seçilmişdir ki, $t = 0$ başlanğıc anında $|\Phi(t)\rangle$ halı $|\Phi_H\rangle$ halı ilə üst-üstə düşür.

(2.1.7) və (2.1.8) ifadələrini (2.1.6) münasibətində yerinə yazıb, (2.1.9) tənliyini nəzərə alsaq,

$$\frac{d}{dt} \langle \varphi_H | U^+(t) u U(t) | \Phi_H \rangle = \langle \varphi_H | U^+ [H, u] U | \Phi_H \rangle \quad (2.1.12)$$

ifadəsi alınar.

İndi isə əvvəlki u operatoru ilə aşağıdakı çevrilmə ilə bağlı olan yeni $u_H(t)$ operatoruna baxaq:

$$u_H(t) = U^+ u U = e^{iHt} u e^{-iHt}. \quad (2.1.13)$$

u operatorundan fərqli olaraq $u_H(t)$ operatoru zamandan asılıdır. (2.1.12) ifadəsindən göründüyü kimi, $u_H(t)$ operatoru

$$\frac{d}{dt}u_H(t) = i[H, u_H(t)] \quad (2.1.14)$$

tənliyini ödəyir.

Zamandan asılılığın hal vektoruna və ya operatora keçirilməsindən asılı olaraq matris elementləri iki müxtəlif təsvirdə hesablanı bilər. $|\Phi(t)\rangle$ hal vektorunun zamandan aşkar şəkildə asılı olduğu və Şredinger tənliyinə tabe olduğu, lakin u operatorunun zamandan asılı olmadığı təsvir *Şredinger təsviri* adlanır. Əgər t zamanından asılılıq (2.1.13) münasibətinə uyğun olaraq $u_H(t)$ operatoruna keçirilmişsə və U^{-1} tərs operatorunun təsiri ilə $|\Phi(t)\rangle$ halından alınmış

$$|\Phi_H(t)\rangle = U^{-1}(t)|\Phi(t)\rangle = e^{iHt}|\Phi(t)\rangle \quad (2.1.15)$$

halı zaman keçdikcə sabit qalarsa, onda belə təsvir *Heyzenberq təsviri* adlanır.

U operatorunun

$$U^+ = U^{-1} \quad (2.1.16)$$

unitarlıq şərtindən və Hamilton operatorunun ermitlik şərtindən matris elementi üçün hər iki təsvirdə eyni qiymət alınır:

$$\langle \varphi(t) | u | \Phi(t) \rangle = \langle \varphi_H | U^+ U u_H U^+ U | \Phi_H \rangle =$$

$$= \langle \varphi_H | u_H | \Phi_H \rangle. \quad (2.1.17)$$

Qarşılıqlı təsirdə olan sahələri təsvir edən tənliklər sistemini təqribi həll etmək üçün Heyzenberq təsvirindən qarşılıqlı təsir təsvirinə keçmək daha əlverişlidir. Qarşılıqlı təsir təsvirində operatorlar sərbəst sahə tənliklərini ödəyir. Qarşılıqlı təsir təsviri həm də *Dirak şəkli* və ya *Dirak mənzərəsi* adlanır.

Hal vektorunu $|\Phi(t)\rangle$ ilə, qarşılıqlı təsirdə olan sahələrin hamiltonianını isə

$$H = H_0 + H_{\text{int}} \quad (2.1.18)$$

ilə işarə edək. Burada H_0 – sahələrin sərbəst hamiltonianı, H_{int} isə sahələrin qarşılıqlı təsirinin hamiltonianıdır.

Şredinger təsvirində $|\Phi(t)\rangle$ hal vektoru Şredinger tənliyini ödəyir:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi(t)\rangle = H |\Phi(t)\rangle. \quad (2.1.19)$$

Məlumdur ki, Heyzenberq operatorları üçün olan sahə tənliklərinə

$$\frac{du(x)}{dt} = i[H, u(x)] \quad (2.1.20)$$

daxil olan $u(x)$ operatorları həm \bar{r} -dən, həm də t zamanından aşkar şəkildə asılıdır. (2.1.20) düsturuna daxil olan $u(x)$ operatoruna, məsələn, elektron-pozitron sahəsi halında $\psi(x)$,

$\bar{\psi}(x)$ sahə operatorları, elektromaqnit sahəsi halında isə $A_\mu(x)$ operatoru uyğun gəlir:

$$u(x) = \psi(x), \bar{\psi}(x), A_\mu(x). \quad (2.1.21)$$

Heyzenberq təsvirindən fərqli olaraq qarşılıqlı təsir təsvirində $u(\vec{r})$ operatorları zamandan asılı olmur. Qarşılıqlı təsir təsvirində $u_l(x)$ operatorlarının və $|\Phi_l(t)\rangle$ hal vektorlarının bərabər olduğunu fərz edək.

$$u_l(x) = e^{iH_0 t} u(\vec{r}) e^{-iH_0 t}, \quad (2.1.22)$$

$$|\Phi_l(t)\rangle = e^{iH_0 t} |\Phi(t)\rangle. \quad (2.1.23)$$

(2.1.22) düsturu ilə ifadə olunan $u_l(x)$ operatorları

$$\frac{du_l}{dt} = i[H_0, u_l] \quad (2.1.24)$$

tənliyini, (2.1.23) düsturu ilə ifadə olunan $|\Phi_l(t)\rangle$ hal vektoru isə

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi_l(t)\rangle = H_l(t) |\Phi_l(t)\rangle \quad (2.1.25)$$

tənliyini ödəyir. (2.1.25) tənliyinə daxil olan

$$H_l(t) = e^{iH_0 t} H_m(t) e^{-iH_0 t} \quad (2.1.26)$$

operatoru *qarşılıqlı təsir operatoru*, başqa sözlə, *Dirak şəklində qarşılıqlı təsir hamiltonianı* adlanır.

Heyzenberq və Şredinger operatorları arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$u(x) = e^{iHt} u(\bar{r}) e^{-iHt}. \quad (2.1.27)$$

Heyzenberq və Şredinger hal vektorları arasındakı əlaqə isə

$$|\Phi(t)\rangle = e^{-iHt} |\Phi\rangle \quad (2.1.28)$$

düsturu ilə verilir. Digər tərəfdən məlumdur ki, $u(x)$ Heyzenberq operatorları (2.1.20) düsturu ilə verilən Heyzenberq tənliyini ödəyir, Heyzenberq hal vektorları isə zamandan asılı olmur:

$$\frac{\partial}{\partial t} |\Phi\rangle = 0. \quad (2.1.29)$$

Qarşılıqlı təsir təsviri Şredinger təsviri ilə Heyzenberq təsviri arasında aralıq mövqe tutur. Qarşılıqlı təsir təsvirində operatorlar sərbəst hamiltonianlı Heyzenberq tənliyini, hal vektorları isə Hamilton operatoru rolunda qarşılıqlı təsir operatorunun çıxış etdiyi Şredinger tənliyi ödəyir.

(2.1.28) tənliyində

$$U(t) = e^{-iHt} \quad (2.1.30)$$

işarələməsi aparmaqla onu

$$|\Phi(t)\rangle = U(t)|\Phi\rangle \quad (2.1.31)$$

şəklində yazmaq olar. $U(t)$ operatoru *təkamül operatoru* adlanır. Təkamül operatoru $t=0$ anındakı $|\Phi(t)\rangle$ hal vektoru ilə $t \neq 0$ anındakı $|\Phi(t)\rangle$ hal vektoru arasında əlaqə yaradır. $t'' > t'$ şərtini ödəyən ixtiyari t' və t'' zaman anları üçün

$$|\Phi(t'')\rangle = U(t'' - t')|\Phi(t')\rangle \quad (2.1.32)$$

münasibəti doğrudur. Burada

$$U(t'' - t') = e^{-iH(t'' - t')} \quad (2.1.33)$$

(2.1.32) münasibəti ilə ifadə olunan $|\Phi(t'')\rangle$ hal vektoru Şredinqer tənliyinin formal həllidir. (2.1.23) münasibətindən istifadə etməklə

$$e^{-iH_0 t'} |\Phi_I(t')\rangle = |\Phi(t')\rangle \quad (2.1.34)$$

bərabərliyini yazmaq olar. (2.1.23), (2.1.32)-(2.1.34) münasibətlərindən istifadə etməklə

$$\begin{aligned} |\Phi_I(t'')\rangle &= e^{iH_0 t''} U(t'' - t') e^{-iH_0 t'} |\Phi_I(t')\rangle = \\ &= U_I(t'', t') |\Phi_I(t')\rangle \end{aligned} \quad (2.1.35)$$

alınır. Burada

$$U_I(t'', t') = e^{iH_0 t''} U(t'' - t') e^{-iH_0 t'} \quad (2.1.36)$$

qarşılıqlı təsir təsvirində yazılmış təkamül operatorudur. (2.1.36) bərabərliyi təkamül operatorunun aşkar şəklini təyin etməyə imkan vermir. Lakin (2.1.36) bərabərliyi ilə verilən təkamül operatoru qarşılıqlı təsir təsvirindəki hal vektoru kimi (2.1.25) tənliyini ödəyir:

$$i \frac{\partial}{\partial t} U_I(t, t') = H_I(t) U_I(t, t'). \quad (2.1.37)$$

Təkamül operatorunun aşkar şəklini tapmaq üçün (2.1.37) tənliyini həll etmək lazımdır. (2.1.37) tənliyinə daxil olan $H_I(t)$ qarşılıqlı təsir operatoru zamandan aşkar şəkildə asılı olduğuna görə həmin qeyri-xətti operator tənliyi dəqiq həll etmək mümkün olmur. Hal vektoru üçün olan (2.1.25) tənliyinə və təkamül operatoru üçün olan (2.1.37) tənliyinə daxil olan operatorlar qarşılıqlı təsir təsvirində verilmişdir. Qarşılıqlı təsir kiçik olduğu halda bu tənliklər təqribi həll oluna bilər. (2.1.37) tənliyinə ekvivalent olan inteqral tənliyi yazmaq:

$$U_I(t, t') = 1 - i \int_{t'}^t H_I(t_1) U_I(t_1, t') dt_1. \quad (2.1.38)$$

Ardıcıl iterasiya yolu ilə (2.1.38) tənliyini aşağıdakı sıra şəklində yazmaq olar:

$$\begin{aligned} U_I(t, t') = & 1 - i \int_{t'}^t H_I(t_1) dt_1 + (-i)^2 \int_{t'}^t dt_2 H_I(t_2) \int_{t'}^{t_2} dt_1 H_I(t_1) + \dots \\ & \dots + (-i)^n \int_{t'}^t dt_n \int_{t'}^{t_n} dt_{n-1} \dots \int_{t'}^{t_2} dt_1 H_I(t_n) H_I(t_{n-1}) \dots H_I(t_1) + \dots \end{aligned} \quad (2.1.39)$$

Burada $H_I(t_1), H_I(t_2), \dots, H_I(t_{n-1}), H_I(t_n)$ operatorlar olub, bir-biri ilə kommutasiya etmir. (2.1.39) ifadəsinə daxil olan $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, t_n$ zaman anları

$$t' < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n < t \quad (2.1.40)$$

şərtini ödəyir və sıranın hər bir həddindəki operatorlar xronoloji qaydada bir-birinin ardınca dayanır.

(2.1.39) ifadəsini yığcam olaraq aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$U_I(t'', t') = T \exp\left(-i \int_{t'}^{t''} H_I(t) dt\right). \quad (2.1.41)$$

Bu ifadə *T-eksponent* adlanır.

§2.2. S-matris. S-matris üçün Dayson düsturu

Elektromaqnit sahəsinin 4-ölçülü $A_\mu(x)$ potensialını və $j_\mu(x)$ cərəyanını bilməklə elektrodinamika üçün qarşılıqlı təsir operatorunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$H_I(t) = \int d^3x j_\mu(x) A^\mu(x). \quad (2.2.1)$$

Burada 4-ölçülü $j_\mu(x)$ cərəyanı

$$j_\mu(x) = \frac{e}{2} [\bar{\psi}(x), \gamma_\mu \psi(x)] \quad (2.2.2)$$

kimi təyin edilir.

Zərrəciklərin qarşılıqlı təsirdən çox-çox əvvəl və çox-çox sonra müşahidə olunduğu hallara baxaq. Başqa sözlə, zərrəciklərin $t' \rightarrow -\infty$ və $t'' \rightarrow +\infty$ olan hallarını müşahidə oluna bilən hallar sayacağıq. $t' \rightarrow -\infty$ və $t'' \rightarrow +\infty$ olan hallarda təkamül operatorunun uyğun limiti *S-matris* adlanır.

$$S = \lim_{\substack{t' \rightarrow -\infty \\ t'' \rightarrow +\infty}} e^{iH_0 t'} e^{-iH(t''-t')} e^{-iH_0 t''} = \lim_{\substack{t' \rightarrow -\infty \\ t'' \rightarrow +\infty}} T \exp \left(-i \int_{t'}^{t''} H_I(t) dt \right) \quad (2.2.3)$$

Nəzərə almaq lazımdır ki, $t \rightarrow \pm\infty$ olan asimptotik hallarda qarşılıqlı təsir itir:

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} H_I(t) = 0. \quad (2.2.4)$$

Bu zaman həm də onu fərz edirik ki, qarşılıqlı təsir təsvirində $t \rightarrow +\infty$ və $t \rightarrow -\infty$ olan halda zərrəciklər sisteminin hallarının dəstləri, yəni asimptotik halların vektorları

$$|\Phi_s(+\infty)\rangle \equiv |\Phi_s^{(+)}\rangle, \quad (2.2.5)$$

$$|\Phi_s(-\infty)\rangle \equiv |\Phi_s^{(-)}\rangle \quad (2.2.6)$$

sərbəst hamiltonianın məxsusi vektorları ilə üst-üstə düşür.

$t \rightarrow -\infty$ olduqda qarşılıqlı təsirdə olan sahələr sisteminin $|\Phi^{(-)}\rangle \equiv |\Phi_i\rangle$ məxsusi vektoru ilə təsvir olunan hər hansı başlanğıc stasionar halda yerləşdiyini fərz edək. Burada $|\Phi^{(-)}\rangle \equiv |\Phi_i\rangle$ – sərbəst H_0 hamiltonianının məxsusi vektorudur. $t \rightarrow +\infty$ olduqda qarşılıqlı təsirdə olan sahələr sisteminin

son halı aşağıdakı ayrılış şəklində verilə bilər:

$$|\Phi^{(+)}\rangle = \sum_f a_f |\Phi_f\rangle = S |\Phi^{(-)}\rangle. \quad (2.2.7)$$

(2.2.7) ifadəsinə daxil olan ayrılış əmsalları sistemin $|\Phi_i\rangle$ başlanğıc halından mümkün $|\Phi_f\rangle$ hallarından hər hansı birinə keçidin ehtimalının amplitudunu xarakterizə edir:

$$a_f = \langle f | S | i \rangle = S_{fi}. \quad (2.2.8)$$

S-matris üçün aşağıdakı ayrılış doğrudur:

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} S_n. \quad (2.2.9)$$

Burada

$$S_n = (-i)^n \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n \times \\ \times H_I(t_1) H_I(t_2) \dots H_I(t_n) \quad (n \neq 0). \quad (2.2.10)$$

$n=0$ olduqda S_n üçün

$$S_0 = 1 \quad (2.2.11)$$

doğrudur.

n -ölçülü fəzada $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, t_n$ zaman anları

$$-\infty < t_n \leq t_{n-1} \leq \dots \leq t_2 \leq t_1 < \infty. \quad (2.2.12)$$

şertini ödəyir. Əslində bu şərt sıranın n -ci həddi üçün n -ölçülü fəzədə inteqrallama oblastını müəyyən edir.

Sıranın $n = 2$ olan həddi üçün $t_1 \leftrightarrow t_2$ yerdəyişməsi etməklə

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_1 H_I(t_2) H_I(t_1) \quad (2.2.13)$$

münasibəti, (2.2.13) bərabərliyinin sol və sağ tərəflərini topladıqda

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) + \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_1 H_I(t_2) H_I(t_1) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 T H_I(t_1) H_I(t_2) \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

alınır. (2.2.13) və (2.2.14) bərabərliklərini nəzərə almaqla

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 T H_I(t_1) H_I(t_2) \quad (2.2.15)$$

münasibəti alınır.

t_1, t_2, \dots, t_n dəyişənləri üçün $t_1, t_2, \dots, t_n \rightarrow t_{i_1}, t_{i_2}, \dots, t_{i_n}$ yerdəyişməsi etməklə və (2.2.7) sırasının ixtiyari həddini yuxarıdakı qaydada yazmaqla öz aralarında uyğun və bərabər olan inteqralları topladıqda

$$(-i)^n \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n TH_I(t_1)H_I(t_2)\dots H_I(t_n) \quad (2.2.16)$$

alınır. (2.2.16) ifadəsini bütün mümkün yerdəyişmələr sayının $n!$ qiymətinə bölməklə S_n üçün

$$S_n = \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n TH_I(t_1)H_I(t_2)\dots H_I(t_n) \quad (2.2.17)$$

düsturu alınır. (2.2.9) və (2.2.17) ifadələrini nəzərə almaqla S -matrisi T -eksponent şəklində yazmaq olar:

$$S = T \exp \left(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt H_I(t) \right). \quad (2.2.18)$$

Bu düstur S -matris üçün *Dayson düsturu* adlanır.

Elektromağnit qarşılıqlı təsiri halında hamiltonian aşağıdakı kimidir:

$$H_I(t) = \int d^3x j_\mu(x) A^\mu(x) = e \int d^3x N \bar{\psi}(x) \gamma_\mu A^\mu(x) \psi(x). \quad (2.2.19)$$

(2.2.19) ifadəsinə daxil olan sahə operatorları qarşılıqlı təsir təsvirində götürülmüşdür. Elektromağnit cərəyanı isə normal hasil vasitəsilə təyin edilmişdir.

§2.3. Vik teoremləri

$t = -\infty$ olduqda $A_I^{(-)}(-\infty)$ doğulma operatoru vasitəsilə $|0\rangle$ vakuüm vektoruna təsir etməklə

$$|i\rangle = A_i^{(-)}(-\infty)|0\rangle. \quad (2.3.1)$$

başlangıç halı alınır. $\langle f|$ son halını almaq üçün $t = +\infty$ anına uyğun $B_i^{(+)}(\infty)$ udulma operatoru vasitəsilə $\langle 0|$ vektoruna təsir etmək lazımdır:

$$\langle f| = \langle 0| B_i^{(+)}(\infty). \quad (2.3.2)$$

$|i\rangle$ başlangıç halından $\langle f|$ son halına keçidi hesablayarkən

$$\langle f| T u_1 u_2 \dots u_n |i\rangle. \quad (2.3.3)$$

şəklində kəmiyyətləri hesablamaq lazım gəlir. S -matrisin ifadəsinə daxil olan S_n kəmiyyətini o şəkildə göstərmək əlverişli olardı ki, operatorlar T -hasil əvəzinə N -hasil işarəsi altında durmuş olsun, başqa sözlə, bütün doğrulma operatorları bütün udulma operatorlarından solda dayanmış olsun. Vik teoremlərindən istifadə etməklə S -matrisi normal şəkə gətirmək mümkündür.

Vikin 1-ci teoremi. Operatorların T -hasili onların növbələşmə ardıcılığı saxlanmaqla bütün mümkün üsullarla operatorların xronoloji cütləşməsinin yerinə yetirildiyi N -hasillərin cəminə bərabərdir.

Vik teoremini riyazi olaraq aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\begin{aligned} T u_1 u_2 \dots u_n &= N u_1 u_2 \dots u_n + \sum N \overline{u_1 u_2} \dots u_n + \dots \\ &+ \sum \overline{u_1 u_2 u_3} \dots u_n. \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

İkinci həddə yalnız iki operator cütləşir. Sonuncu həddə isə maksimal sayda operator cütləşir. Belə ki, qarşılıqlı təsir

təsvirində götürülmüş operatorlar sərbəst sahələrin operatorlarıdır.

$n = 2$ olduqda Vik teoremi riyazi olaraq aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$Tu_1u_2 = Nu_1u_2 + \overline{u_1}u_2. \quad (2.3.5)$$

Əgər T -hasil işarəsi altında N -hasil dayanarsa, onda belə T -hasilə qarışıq T -hasil deyilir. Məsələn,

$$T\{Nu_1u_2u_3\dots Nu_{n-2}u_{n-1}u_n\}. \quad (2.3.6)$$

Vikin 2-ci teoremi. Sahə operatorlarının qarışıq T -hasili eyni bir N -hasil çərçivəsindəki operatorlar arasındakı əlaqələr istisna olmaqla operatorların bütün mümkün əlaqələrlə bağlı olduğu N -hasillərin cəminə bərabərdir.

§2.4. Kvant elektrodinamikasında Feynman diaqramları və qaydaları

Kvant sistemi başlanğıc haldan son hala keçdikdə S -matris elementini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\langle f | S | i \rangle = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta(\sum p_i - \sum p_f) T_f. \quad (2.4.1)$$

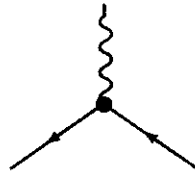
δ_{fi} həddi qarşılıqlı təsir olmayan hala uyğundur. T_f prosesin amplitududur. İkinci həddəki δ -funksiya qarşılıqlı təsir prosesi zamanı 4-ölçülü impulsun saxlanması qanununun ödənildiyini göstərir. Beləliklə, biz quruluşu S -matrisin quruluşundan alınan matris elementlərini aldıq. Amplitudları, o cümlədən S -matris operatorunun ayrılışının ayrı-ayrı hədlərini

Feynman diaqramları vasitəsilə təsvir etmək əlverişlidir. Feynman diaqramları zərrəciklərin qarşılıqlı təsir proseslərini qrafik təsvir edən diaqramlardır. Feynman diaqramlarının əsas elementləri sahələrin (zərrəciklərin) həyəcanlanmalarını təsvir edən xətlər və onların lokal qarşılıqlı təsvirlərini təsvir edən zirvələrdir. «Zirvə» termini əvəzinə bəzən «təpə» termini də işlədilir.

Diaqramlar və amplitudlar arasındakı qarşılıqlı uyğunluq Feynman tərəfindən verilmiş qaydalar vasitəsilə yerinə yetirilir.

1) Amplituda qarşı qoyulan diaqramlardan hər biri başlanğıc haldakı bütün zərrəciklərin və son haldakı bütün zərrəciklərin sayı qədər xarici daxil olan və çıxan xəttə (şüaya) malikdir. Diaqramdakı zirvələrin sayı həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin yaxınlaşma tərtibinə (S-matris həddinin nömrəsinə) uyğundur.

2) Hər bir zirvəyə (şəkil 4) γ^μ matrisi qarşı qoyulur.

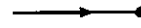


Şəkil 4

3) Hər bir daxil olan bütöv xəttə başlanğıc haldakı elektronu təsvir edən (şəkil 5) müsbət tezlikli

$$\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_p V}} u(p, \sigma)$$

(2.4.2)

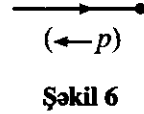


($\rightarrow p$)

Şəkil 5

bispinoru, yaxud son haldakı pozitronu təsvir edən (şəkil 6) mənfi tezlikli

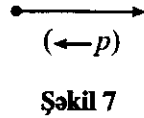
$$\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\bar{p}}V}} u(-p, \sigma) \quad (2.4.3)$$



bispinoru qarşı qoyulur.

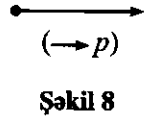
4) Hər bir çıxan bütöv xəttə başlanğıc haldakı pozitronu təsvir edən (şəkil 7) mənfi tezlikli

$$\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\bar{p}}V}} \bar{u}(-p, \sigma) \quad (2.4.4)$$



Dirak qoşma bispinoru, yaxud son haldakı elektronu təsvir edən (şəkil 8) müsbət tezlikli

$$\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_{\bar{p}}V}} \bar{u}(p, \sigma) \quad (2.4.5)$$



Dirak qoşma bispinoru qarşı qoyulur.

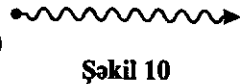
5) Hər bir daxil olan ştrixli və ya dalğalı xəttə (şəkil 9) 4-ölçülü polyarlaşma vektoru

$$\frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2\omega V}} e_{\mu}^{(\lambda)}, \quad (2.4.6)$$



hər bir çıxan ştrixli və ya dalğalı xəttə (şəkil 10)

$$\frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2\omega V}} e_{\mu}^{*(\lambda)}, \quad (2.4.7)$$

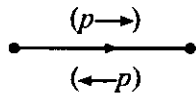


4-ölçülü polyarlaşma vektoru qarşı qoyulur.

6) Hər bir daxili bütöv xəttə (şəkil 11) spinor sahənin pro-

paqatorunun Furrye obrazı

$$\frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} = S_c(p), \quad (2.4.8)$$



Şəkil 11

hər bir daxili ştrixli və ya dalğalı xəttə isə (şəkil 12) elektro-
maqnit sahəsinin propaqatorunun əks işarə ilə götürülmüş
Furrye obrazı

$$-\frac{4\pi i}{k^2 + i\epsilon} g_{\mu\nu} = D^c_{\mu\nu}(k) \quad (2.4.9)$$



Şəkil 12

qarşı qoyulur.

7) Qapalı elektron ilgəyinə (şəkil 13) onun boyunca yer-
ləşmiş bispinor matrislərin hasilinin izi (şpuru) uyğun gəlir.



Şəkil 13

8) Hər bir daxili xəttin 4-ölçülü impulsunun qiyməti zirvə-
dəki saxlanma qanunu ilə müəyyən edilir. Əgər zirvəyə birdən
artıq daxili xətt girirsə, onda impuls müəyyən qiymətə malik
olmaya bilər və bu halda impuls üzrə $1/(2\pi)^4$ vuruqlu inteqral
götürülür. Daxili xətlər propaqatorlarla təsvir olunan virtual
zərrəciklərə uyğun gəlir. Virtual zərrəciklərin impulsları kütlə
səthində yerləşmir, yəni $p^2 \neq m^2$ (məsələn, elektron və ya pozitron
xətləri üçün), yaxud $k^2 \neq 0$ (foton xətləri üçün). Daxil
olan və çıxan xətlərin impulsları elə verilir ki, onlar 4-ölçülü
impulsun saxlanması qanununu ödəsin. Pozitronun impulsu

elektronun impulsunun əks işarəsi ilə götürülür:

$$p_{poz} = -p. \quad (2.4.10)$$

9) n -tərtibli amplituda $(-ie)^n$ vuruğu qarşı qoyulur. Əgər diaqramda qapalı fermion ilgəyi varsa, onda amplitudu tərtib edərkən əlavə olaraq (-1) vuruğu ortaya çıxır.

Eyni bir amplituda bir neçə fərqli diaqram uyğun gələ bilər. Bunlar eyni sayda xarici xətlərə malik olan eyni tərtibli diaqramlar olsa da onların zirvələri və xətləri öz aralarında yerlərini dəyişmiş olur. Prosesin tam amplitudunu almaq üçün bütün bu diaqramları toplamaq lazımdır. Nəzərə almaq lazımdır ki, yalnız yekun amplitud kalibrləşmə (qradiyent) invariantlığı şərtini ödəyir. Bu, o deməkdir ki, yekun amplitud

$$e_{\mu}^{(\lambda)} \rightarrow e_{\mu}^{\prime(\lambda)} = e_{\mu}^{(\lambda)} + f^{(\lambda)} k_{\mu} \quad (2.4.11)$$

çevrilməsinə nəzərən invariantdır. Burada $f^{(\lambda)}$ – ixtiyari skalyar funksiyadır. Məsələn, $f^{(\lambda)}$ skalyar funksiyası

$$f^{(\lambda)} = -\frac{k^{\lambda}}{k^2} \quad (2.4.12)$$

şəklində ola bilər. Ümumiyyətlə,

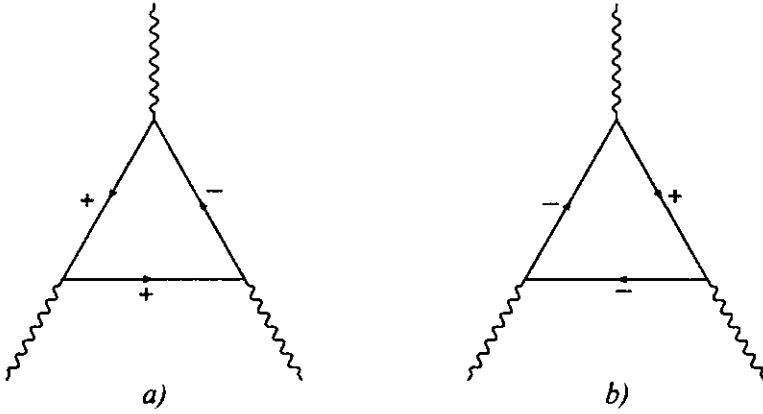
$$k^2 \neq 0. \quad (2.4.13)$$

Kalibrləşmənin konkret olaraq seçilməsi baxılan məsələnin xüsusiyyəti ilə müəyyən edilir. Kalibrləşmə invariantlığına görə son nəticələr kalibrləşmənin seçilməsindən asılı deyil.

§2.5. Farri teoremi

Farri teoremi. Tək sayda xətlərdən təşkil olunmuş qapalı daxili elektron və ya digər fermion ilgəklərinə malik olan diaqramlara uyğun yekun matris elementi sıfıra bərabərdir.

İsbati. Tək sayda virtual fotonun iştirak etdiyi proses topoloji olaraq iki diaqramla təsvir olunur. Bu diaqramlardakı ilgəklərin dolanma istiqamətləri bir-birinin əksinədir (şəkil 14).



Şəkil 14

Bu diaqramlara uyğun $S_{i \rightarrow f}^a$ və $S_{i \rightarrow f}^b$ matris elementlərinin cəmi bütün prosesi müəyyən edir:

$$S_{i \rightarrow f} = S_{i \rightarrow f}^a + S_{i \rightarrow f}^b. \quad (2.5.1)$$

Şəkil 14-də təsvir olunmuş ilgəklərə $S_{i \rightarrow f}^a$ və $S_{i \rightarrow f}^b$ matris elementlərinə daxil olan $S_{i \rightarrow f}^A$ və $S_{i \rightarrow f}^B$ vuruqları uyğun gəlir:

$$S_{i \rightarrow j}^A = \int d^4 p \text{Sp}[\gamma_{\mu_1} S^F(p+k_1) \gamma_{\mu_2} S^F(p+k_1+k_2) \dots \times$$

$$\times S^F(p - k_N) \gamma_{\mu N} S^F(p)], \quad (2.5.2)$$

$$S_{i \rightarrow f}^B = \int d^4 p' \text{Sp} [S^F(p) \hat{\gamma}_{\mu_N} S^F(p' + k_N) \dots \times \\ \times S^F(p' - k_2 - k_1) \gamma_{\mu_2} S^F(p' - k_1) \gamma_{\mu_1}]. \quad (2.5.3)$$

(2.5.2) və (2.5.3) ifadələrinə daxil olan N ilgəkdəki zirvələrin sayını göstərir.

İxtiyari A və C matrisləri üçün doğru olan

$$\text{Sp } A = \text{Sp } C^{-1} A C \quad (2.5.4)$$

münasibətindən istifadə edərək $S_{i \rightarrow f}^B$ üçün olan ifadəni aşağıdakı kimi çevirmək olar:

$$S_{i \rightarrow f}^B = \int d^4 p' \text{Sp} [C^{-1} S^F(p) C C^{-1} \gamma_{\mu_N} C C^{-1} S^F(p' + k_N) \hat{C} \dots \times \\ \times C^{-1} S^F(p' - k_1) C C^{-1} \gamma_{\mu_1} C]. \quad (2.5.5)$$

Nəzərə almaq lazımdır ki, (2.5.4) və (2.5.5) ifadələrinə daxil olan C matrisi sinqulyar olmalı deyil. C matrisi elə seçilir ki,

$$C^{-1} \gamma_{\mu} C = -\tilde{\gamma}_{\mu} \quad (2.5.6)$$

münasibəti ödənilsin. $\tilde{\gamma}_{\mu}$ matrisi γ_{μ} matrisinə nəzərən transponirə olunmuş matrisdir. (2.5.6) düsturuna görə

$$C^{-1} S^F(p) C = \tilde{S}^F(-p) \quad (2.5.7)$$

olduğu alınır. Axırncı iki düsturun köməyi ilə

$$S_{i \rightarrow f}^B = (-1)^N \int d^4 p' \text{Sp}[\tilde{S}^F(-p') \tilde{\gamma}_{\mu_N} \tilde{S}^F(-p' - k_N) \dots \times \\ \times \tilde{S}^F(-p' + k_1) \tilde{\gamma}_{\mu_1}] \quad (2.5.8)$$

ifadəsi alınır. Daha sonra dəyişənlərin $p' = -p$ əvəzləməsini etməklə və ixtiyari A matrisi üçün

$$\text{Sp } A = \text{Sp } \tilde{A} \quad (2.5.9)$$

münasibətini nəzərə almaqla

$$S_{i \rightarrow f}^B = (-1)^N \int d^4 p \text{Sp}[\gamma_{\mu_1} S^F(p + k_1) \gamma_{\mu_2} S^F(p + k_1 + k_2) \dots \times \\ \times S^F(p - k_N) \gamma_{\mu_N} S^F(p)] \quad (2.5.10)$$

ifadəsi alınır. N ədədinin tək qiymətlərində

$$S_{i \rightarrow f}^B = - \int d^4 p \text{Sp}[\gamma_{\mu_1} S^F(p + k_1) \gamma_{\mu_2} S^F(p + k_1 + k_2) \dots \times \\ \times S^F(p - k_N) \gamma_{\mu_N} S^F(p)] \quad (2.5.11)$$

olur. (2.5.2) və (2.5.11) düsturlarını nəzərə almaqla ilgəkli zirvələrin N sayının tək qiymətlərində

$$S' = S_{i \rightarrow f}^A + S_{i \rightarrow f}^B = 0 \quad (2.5.12)$$

olduğu alınır. Beləliklə, Farri teoremi isbat olundu.

§2.6. Prosesin ehtimalı və effektiv kəsiyi

Başlangıçda $|i\rangle$ halında yerləşən sistemin $|f\rangle$ son halına keçməsinin ehtimalı bu keçidin matris elementinin modulunun

kvadratı ilə müəyyən edilir:

$$|\langle f | S | i \rangle|^2. \quad (2.6.1)$$

Qarşılıqlı təsir olmadıqda, yəni zərrəciklərin halı dəyişmədikdə S səpilmə matrisi vahid matrislə üst-üstə düşür. Qarşılıqlı təsiri nəzərə aldıqda S -matris aşağıdakı kimi yazılır:

$$S = I + iT. \quad (2.6.2)$$

Müxtəlif $i \rightarrow f$ keçidlərinin $P_{i \rightarrow f}$ ehtimalı ilə T -matris arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$P_{i \rightarrow f} = |\langle f | T | i \rangle|^2. \quad (2.6.3)$$

Əgər prosesdə yalnız sərbəst zərrəciklər iştirak edərsə, onda $\langle f | T | i \rangle$ *matris elementindən* başlanğıc haldakı zərrəciklərin p_i və son haldakı zərrəciklərin p_f 4-ölçülü impulslarını özündə ehtiva edən δ -funksiyamı ayırmaq olar:

$$\langle f | T | i \rangle = (2\pi)^4 M_{i \rightarrow f} \delta(\Sigma p_i - \Sigma p_f). \quad (2.6.4)$$

Burada $M_{i \rightarrow f}$ uyğun proses üçün *səpilmə amplitudu* adlanır. Bu zaman səpilmənin ehtimalı $|\delta(\Sigma p_i - \Sigma p_f)|^2$ ilə mütənasib olacaq:

$$P_{i \rightarrow f} = |\langle f | T | i \rangle|^2 = (2\pi)^8 |M_{i \rightarrow f}|^2 [\delta(\Sigma p_i - \Sigma p_f)]^2. \quad (2.6.5)$$

(2.6.5) ifadəsinə daxil olan δ -funksiyanın arqumentində

$$q = \Sigma p_i - \Sigma p_f \quad (2.6.6)$$

işarələməsi aparıb həmin ifadədəki δ -funksiyalardan birini aşağıdakı inteqralla əvəz etmək olar:

$$\delta(q) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{iqx} d^4x. \quad (2.6.7)$$

(2.6.7) ifadəsi ilə verilən inteqrallama sərhədlərinin sonsuz olması baxılan fəza və zamanın sonsuz olması deməkdir. Rast gələnən bu sonsuzluğu (qeyri-məhdudluqdan) aradan götürmək üçün məhdud fəza-zaman «qutu»suna baxılır. Fəza-zaman «qutu»sunun fəza hissəsinə uyğun gələn fəza «qutu»sunu tilinin uzunluğu L olan V həcmli kub kimi təsəvvür etmək olar:

$$V = L_x L_y L_z = L^3. \quad (2.6.8)$$

Burada

$$L_x = L_y = L_z = L. \quad (2.6.9)$$

L_x, L_y, L_z kubun uyğun olaraq Ox, Oy və Oz oxları boyunca yönəlmiş tilləridir. x, y və z fəza koordinatları aşağıdakı intervallarda dəyişir:

$$-\frac{L_x}{2} \leq x \leq \frac{L_x}{2}, \quad (2.6.10)$$

$$-\frac{L_y}{2} \leq y \leq \frac{L_y}{2}, \quad (2.6.11)$$

$$-\frac{L_z}{2} \leq z \leq \frac{L_z}{2}, \quad (2.6.12)$$

Fəza-zaman «qutu»sunun zaman hissəsinə uyğun gələn «til»in dəyişmə intervalı isə aşağıdakı kimidir:

$$-\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2}, \quad (2.6.13)$$

Beləliklə,

$$\begin{aligned} \delta(q) &= \frac{1}{2\pi} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{iq_0 t} dt \frac{1}{2\pi} \lim_{L_x \rightarrow \infty} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} e^{iq_x x} dx \frac{1}{2\pi} \lim_{L_y \rightarrow \infty} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} e^{iq_y y} dy \times \\ &\times \lim_{L_z \rightarrow \infty} \int_{-L_z/2}^{L_z/2} e^{iq_z z} dz = \frac{\tau}{2\pi} \cdot \frac{L_x}{2\pi} \cdot \frac{L_y}{2\pi} \cdot \frac{L_z}{2\pi} = \frac{\tau L^3}{(2\pi)^4} = \frac{V \tau}{(2\pi)^4} \quad (2.6.14) \end{aligned}$$

(2.6.14) ifadəsinə daxil olan V kəmiyyəti prosesin baş verdiyi fəzanın həcmi, τ isə prosesin baş vermə müddətini, başqa sözlə, qarşılıqlı təsir müddətini göstərir.

Beləliklə, $i \rightarrow f$ keçidinin ehtimalı V həcmi və τ zaman intervalı ilə mütənasibdir:

$$P_{i \rightarrow f} = (2\pi)^4 |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\Sigma p_i - \Sigma p_f) V \tau. \quad (2.6.15)$$

Son haldakı zərrəciklərin 3-ölçülü p_f impulslarının $d^3 p_f$ intervalında yerləşdiyi hal praktik baxımdan maraq kəsb edir. Ona görə də V həcmində son haldakı zərrəciklərin impulsları-

nın $d^3 p_f$ intervalında olma ehtimalını tapmaq üçün $P_{i \rightarrow f}$ ehtimalını $\Pi \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}$ həllinə vurmaq lazımdır:

$$dP_{i \rightarrow f} = (2\pi)^4 |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\Sigma p_i - \Sigma p_f) V \tau \Pi \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}. \quad (2.6.16)$$

$\frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}$ kəmiyyəti \vec{p}_f impulsarı $d^3 p_f$ intervalında yerləşən

müəyyən polyarlaşmaya malik zərrəciklərin halları sayıdır.

Prosesin vahid zamanda başvermə ehtimalını tapmaq üçün (2.6.16) ifadəsinin hər iki tərəfini τ qarşılıqlı təsir zamanına bölmək lazımdır:

$$dw = \frac{dP_{i \rightarrow f}}{\tau} = (2\pi)^4 \delta(\Sigma p_i - \Sigma p_f) |M_{i \rightarrow f}|^2 V \Pi \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}, \quad (2.6.17)$$

\vec{p}_f impulslarının biri üzrə inteqrallama apardıqdan sonra diferensial ehtimal üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$dw = (2\pi)^4 |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\Sigma \varepsilon_i - \Sigma \varepsilon_f) V \Pi' \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}. \quad (2.6.18)$$

Burada hasil işarəsi üzərindəki ştrix hasildən $\frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3}$ vuruqlarından birinin ayrıldığını göstərir; ε_i və ε_f , uyğun olaraq, başlanğıc və son hallardakı zərrəciklərin uyğun enerjiləridir.

Enerjiden asılı olan δ -funksiyanı aradan qaldırmaq üçün

Π' hasilinə daxil olan vuruqlardan hər hansı birini

$$\frac{d^3 p'_f}{(2\pi)^3} = \frac{|\vec{p}'_f| \varepsilon'_f}{(2\pi)^3} d\varepsilon'_f d\Omega \quad (2.6.19)$$

şəklində göstərmək olar. ε'_f dəyişəni üzrə inteqrallama aparıldıqdan sonra prosesin vahid zamandakı diferensial ehtimalı üçün

$$dw = 2\pi |M_{i \rightarrow f}|^2 \rho V d\Omega \Pi'' \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}. \quad (2.6.20)$$

düsturu alınır. Burada

$$\rho = \int \frac{|\vec{p}'_f| \varepsilon'_f}{(2\pi)^3} \delta(\Sigma \varepsilon_i - \Sigma \varepsilon_f) d\varepsilon'_f. \quad (2.6.21)$$

Π'' işarələməsi $\frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}$ vuruqlarından birinin olmadığı Π' hasilini göstərir.

Əgər prosədə sabit xarici sahədə yerləşən zərrəciklər iştirak edərsə, onda impuls saxlanmır, yalnız enerji saxlanılır. Bu halda $\langle f | T | i \rangle$ matris elementindən zərrəciklərin enerjilərinin daxil olduğu δ -funksiyanı ayırmaq olar:

$$\langle f | T | i \rangle = 2\pi M_{i \rightarrow f} \delta(\Sigma \varepsilon_i - \Sigma \varepsilon_f). \quad (2.6.22)$$

Xarici sahənin olmadığı sərbəst haldakı kimi davam etməklə $i \rightarrow f$ prosesinin ehtimalı tapılır:

$$P_{i \rightarrow f} = 2\pi |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\Sigma \varepsilon_i - \Sigma \varepsilon_f) \tau \quad (2.6.23)$$

Prosesin $P_{i \rightarrow f}$ ehtimalını $\Pi \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}$ hasilinə vurmaqla və τ qarşılıqlı təsir zamanına bölməklə zərrəciyin \vec{p}_f impulsunun $d^3 p_f$ intervalında yerləşməsinin vahid zamandakı diferensial ehtimalı üçün

$$dw = 2\pi |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(\Sigma \varepsilon_i - \Sigma \varepsilon_f) \Pi \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3} \quad (2.6.24)$$

ümumi düsturu alınır.

(2.6.20) ifadəsindən fərqli olaraq (2.6.24) ifadəsinə son haldakı bütün zərrəciklərin impulsları daxildir.

Başlanğıc hal bir zərrəcli olduqda prosesin fiziki real ölçülə bilən xarakteristikası onun ehtimalıdır. Əgər iki sərbəst zərrəcik toqquşarsa, onda prosesin ehtimalı normallaşdırıcı həcmə tərs mütənasib olur. Normallaşdırıcı həcm isə ixtiyari seçilə bilər. Səpilmə prosesini xarakterizə edən və V həcmindən asılı olmayan kəmiyyət almaq üçün səpilmənin dw diferensial ehtimalını toqquşan zərrəciklər selinin sıxlığına, yəni j -yə bölmək lazımdır. Zərrəciklər selinin sıxlığı V həcmi ilə tərs mütənasibdir. Beləliklə, *səpilmənin diferensial effektiv kəsiyini* $d\sigma$ ilə işarə etməklə onu aşağıdakı düsturdan tapmaq olar:

$$d\sigma = \frac{dw}{j}. \quad (2.6.25)$$

Toqquşan zərrəciklərin ətalət mərkəzi sistemində ($\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$) zərrəciklər seli sıxlığı

$$j = \frac{v_1 + v_2}{V} \quad (2.6.26)$$

düsturu ilə təyin edilir. Burada $v_1 = v_2$ ətalət mərkəzi sisteminə zərrəciklərin sürətləridir.

Zərrəciklər seli sıxlığının tərifinin kovariant ümumiləşməsini

$$j = \frac{I}{V\varepsilon_1\varepsilon_2} \quad (2.6.27)$$

şəklində vermək olar. Burada skalyar kəmiyyət olan I aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$I = \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}. \quad (2.6.28)$$

Beləliklə, (2.6.17), (2.6.27) və (2.6.28) ifadələrinin səpilmənin (2.6.25) ifadəsi ilə verilən diferensial effektiv kəsiyində nəzərə alınması iki zərrəciyin səpilmə prosesinin diferensial effektiv kəsiyi üçün aşağıdakı ümumi düstura gətirib çıxarır:

$$d\sigma = (2\pi)^4 |M_{i \rightarrow f}|^2 \delta(p_1 + p_2 - \sum p_f) \times \\ \times \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} V^2 \prod_f \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3}. \quad (2.6.29)$$

Diferensial effektiv kəsiyin ifadəsini elə şəkildə yazmaq

olar ki, $d\sigma$ yalnız invariant kəmiyyətlərdən ibarət olsun. Bu məqsədlə $M_{i \rightarrow f}$ amplitudu əvəzinə

$$M_{i \rightarrow f} = A_{i \rightarrow f} \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_i V}} \prod_f \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_f V}} \quad (2.6.30)$$

münasibəti ilə təyin edilən yeni $A_{i \rightarrow f}$ amplitudu daxil etmək olar. Bu halda (2.6.30) münasibətini (2.6.17) ifadəsində nəzərə almaqla vahid zamandakı diferensial ehtimalın yeni $A_{i \rightarrow f}$ amplitudu ilə ifadə olunmuş düsturu alınır:

$$dw = (2\pi)^4 \delta(\sum_i p_i - \sum_f p_f) \frac{|A_{i \rightarrow f}|^2 V}{\prod_f 2\varepsilon_f V} \prod_f \frac{d^3 p_f}{2\varepsilon_f (2\pi)^3}. \quad (2.6.31)$$

ε_1 və ε_2 enerjili \vec{p}_1 və \vec{p}_2 impulsu iki zərrəciyin toqquşması halında prosesin diferensial effektiv kəsiyi üçün yeni $A_{i \rightarrow f}$ amplitudu ilə ifadə olunmuş

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - \sum_f p_f) \frac{|A_{i \rightarrow f}|^2}{4I} \prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2\varepsilon_f}. \quad (2.6.32)$$

düsturu doğrudur. Buraya daxil olan $A_{i \rightarrow f}$ amplitudu və I kəmiyyəti relyativistik invariant kəmiyyətlərdir. Digər tərəfdən (2.6.32) ifadəsinə daxil olan invariant

$$\delta(p_1 + p_2 - \sum_f p_f) \prod_f \frac{d^3 p_f}{2\varepsilon_f} = \text{inv} \quad (2.6.33)$$

hasilinin nəzərə alınması onu göstərir ki, prosesin diferensial effektiv kəsiyi relyativistik invariant kəmiyyət olub, normallaşdırıcı həcmdən asılı deyil. Aşağıdakı qayda ilə

$$\int \frac{d^3 p_f}{\varepsilon_f} = 2 \int d^4 p_f \delta(p_f^2 + m_f^2) \theta(\varepsilon_f) \quad (2.6.34)$$

üçölçülü inteqraldan dördölçülü inteqrala keçməklə diferensial effektiv kəsiyi aşağıdakı relyativistik invariant formada da yazmaq olar:

$$d\sigma = (2\pi)^4 |A_{i \rightarrow f}|^2 \frac{\delta(p_1 + p_2 - \sum_f p_f)}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \times \\ \times \prod_f \left(\frac{d^4 p_f \delta(p_f^2 + m_f^2) \theta(\varepsilon_f)}{(2\pi)^3} \right). \quad (2.6.35)$$

§2.7. Elektron və fotonların polyarlaşma halları üzrə cəmləmə

Bir çox hallarda yaranan zərrəciklərin polyarlaşma halları, yəni elektronların spinlərinin oriyentasiyası və fotonların polyarlaşma istiqamətlərini nəzərə almaq maraqlı kəsb etmir. Bu zaman prosesin dw ehtimalı zərrəciklərin son hallardakı mümkün polyarlaşma halları üzrə cəmlənməlidir. Əgər zərrəciklər başlanğıc halda polyarlaşmış olmasalar, onda prosesin dw ehtimalı başlanğıc haldakı zərrəciklərin polyarlaşmaları üzrə yenidən ortalananmalıdır.

Zərrəciklərin polyarlaşma halları üzrə cəmləmə və ortalananın necə yerinə yetirildiyini göstərək. Başlanğıc və son

hallarda yalnız bir elektronun olduğu hala baxaq. Onda səpilmə amplitudu

$$M_{i \rightarrow f} = \bar{u}_f Q u_i \quad (2.7.1)$$

şəklində olur. Burada u_i və u_f , uyğun olaraq, başlanğıc və son hallardakı elektronların spinor amplitudları, Q isə hər hansı bir matrisdir.

Biz $\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_f} |M_{i \rightarrow f}|^2$ kəmiyyəti ilə maraqlanırıq. Burada σ_i

və σ_f , uyğun olaraq, başlanğıc və son hallardakı elektronların spinlərinin proyeksiyalarıdır.

Müsbət tezlikli bispinorlar üçün

$$\sum_{\sigma} u(p, \sigma) \bar{u}(p, \sigma) = \not{p} + m \quad (2.7.2)$$

eyniliyindən istifadə etməklə elektronların son polyarlaşmalarına görə cəmləmə və onların başlanğıc polyarlaşmalarına görə ortalama

$$\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_f} |\bar{u}_f Q u_i|^2 = \frac{1}{2} \text{Sp}[(\not{p}_i + m) \bar{Q} (\not{p}_f + m) Q] \quad (2.7.3)$$

ifadəsini verir. Burada

$$\bar{Q} = \gamma^0 Q^+ \gamma^0 \quad (2.7.4)$$

Əgər başlanğıc və son hallarda yalnız bir pozitron olarsa, onda səpilmə amplitudu

$$M_{i \rightarrow f} = \bar{v}_i Q v_f. \quad (2.7.5)$$

şəklində olur. Burada $v_i = u(-p_i)$ və $v_f = u(-p_f)$, uyğun olaraq, başlanğıc və son hallarda pozitronun spinor amplitudları, p_i, p_f isə bu hallarda pozitronun impulslarıdır. Baxılan halda pozitronların son polyarlaşmalarına görə cəmləmə və onların başlanğıc polyarlaşmalarına görə ortalama

$$\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_f} |\bar{v}_i Q v_f|^2 = \frac{1}{2} Sp[(\not{p}_i - m)\bar{Q}(\not{p}_f - m)Q] \quad (2.7.6)$$

ifadəsini verir. Bu ifadəni alarkən

$$\sum_{\sigma} v(p, \sigma) \bar{v}(p, \sigma) = \sum_{\sigma} u(-p, \sigma) \bar{u}(-p, \sigma) = \not{p} - m \quad (2.7.7)$$

münasibətindən istifadə olunmuşdur.

Nəhayət, əgər hallardan biri elektron, digəri isə pozitron olarsa, onda

$$M_{i \rightarrow f} = \begin{cases} \bar{u}_f Q v_f, & \text{cütün yaranması halında,} \\ \bar{v}_i Q u_i, & \text{cütün annihilyasiyası halında} \end{cases} \quad (2.7.8)$$

olur və uyğun kəmiyyətlər aşağıdakı düsturlarla verilir:

$$\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_f} |\bar{u}_f Q v_f|^2 = -\frac{1}{2} Sp[(\not{p}^- - m)\bar{Q}(\not{p}^+ + m)Q], \quad (2.7.9)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_f} |\bar{v}_i Q u_i|^2 = -\frac{1}{2} Sp[(\not{p}^+ + m)\bar{Q}(\not{p}^- - m)Q], \quad (2.7.10)$$

burada p^+ və p^- , uyğun olaraq, elektron və pozitronun impulslarıdır.

Oxşar qayda ilə prosesdə bir neçə elektron və pozitronun iştirak etdiyi daha mürəkkəb hallarda polyarlaşma üzrə cəmləmə aparmaq olar. Bu zaman Q matrisinin özündə spinor amplitudların olduğunu nəzərə alıb, (2.7.1)-(2.7.3) düsturlarına əsasən polyarlaşma halları üzrə yenidən cəmləmə aparmaq lazımdır.

İndi isə fotonların polyarlaşma halları üzrə cəmləmə və ortalamamanın necə aparıldığını göstərək. Tutaq ki, son halda \bar{k} impulsuna və λ ($\lambda = 1, 2$) polyarlaşmasına malik foton var.

Əgər başlanğıc və son hallarda elektron varsa, onda $M_{i \rightarrow f}$ amplitudunu

$$M_{i \rightarrow f} = \bar{u}_f Q \hat{e}^{(\lambda)} Q' u_i, \quad (2.7.11)$$

şəklində göstərmək olar. Burada Q və Q' hər hansı matrislər,

$$\hat{e}^{(\lambda)} = e_\mu^{(\lambda)} \gamma^\mu, \quad (2.7.12)$$

$e_\mu^{(\lambda)}$ isə fotonun vahid polyarlaşma vektorudur. (2.7.11) və (2.7.12) ifadələrindən istifadə etməklə

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda=1,2} |M_{i \rightarrow f}|^2 &= \sum_{\lambda=1,2} |\bar{u}_f Q \hat{e}^{(\lambda)} Q' u_i|^2 = \\ &= - \sum_{\lambda=1,2} (\bar{u}_f Q \hat{e}^{(\lambda)} Q' u_i) (\bar{u}_i \bar{Q}' \hat{e}^{(\lambda)} \bar{Q} u_f) \end{aligned} \quad (2.7.13)$$

olduğu alınır.

Fotonların polyarlaşma halları üzrə cəmləmə

$$\sum_{\lambda} e_{\mu}^{(\lambda)} e_{\nu}^{*(\lambda)} = -g_{\mu\nu} \quad (2.7.14)$$

düsturu üzrə yerinə yetirilir. Fotonların polyarlaşma halları üzrə ortalama isə

$$\overline{e_i e_k^*} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1,2} e_i^{(\lambda)} e_k^{*(\lambda)} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} - n_i n_k) \quad (2.7.15)$$

düsturu üzrə yerinə yetirilir.

Ümumi halda fotonların polyarlaşma hallarına görə ortalama

$$\overline{e_{\mu} e_{\nu}^*} = -\frac{1}{2} g_{\mu\nu} \quad (2.7.16)$$

düsturundan istifadə etməklə yerinə yetirilir.

Nəhayət, $\sum_{\lambda=1,2} |M_{i \rightarrow f}|^2$ kəmiyyəti üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$\sum_{\lambda=1,2} |M_{i \rightarrow f}|^2 = -(\bar{u}_f Q \gamma^{\mu} Q' u_i) (\bar{u}_i \bar{Q}' \gamma_{\mu} \bar{Q} u_f). \quad (2.7.17)$$

$\lambda = 1, 2$ qiymətlərini alması zaman fotonlarının və uzununa fotonların müşahidə olunmaması ilə izah olunur. Bu baxımdan polyarlaşma halına görə cəmləmə fotonun eninə iki polyarlaşma halı üzrə aparılır. Fotonun eninə iki polyarlaşma halı üzrə cəmləmə zaman və uzununa fotonların da daxil olduğu dörd polyarlaşma halı üzrə cəmləmə ilə əvəz edilə bilər. Dörd polyarlaşma halı üzrə cəmləmə apararkən aşağıdakı düsturlardan istifadə etmək lazım gəlir:

$$\gamma_{\mu} s \gamma^{\mu} = 4s, \quad (2.7.18)$$

$$\gamma_{\mu} \hat{a} \gamma^{\mu} = -2\hat{a}, \quad (2.7.19)$$

$$\gamma_{\mu} \hat{a} \hat{b} \gamma^{\mu} = 4ab, \quad (2.7.20)$$

$$\gamma_{\mu} \hat{a} \hat{b} \hat{c} \gamma^{\mu} = -2\hat{c} \hat{b} \hat{a}. \quad (2.7.21)$$

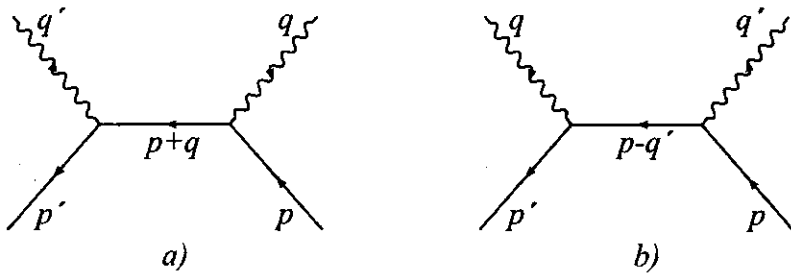
Bu düsturlarda s – skalyar, a, b, c – 4-ölçülü vektorlar və $ab = a_{\mu} b^{\mu}$ isə a və b dördölçülü vektorlarının skalyar hasilidir.

§2.8. Kompton səpilməsi

Fotonların sərbəst elektronlardan səpilməsi *Kompton səpilməsi* adlanır. Foton sərbəst elektrondan səpilərəkən səpilən fotonun tezliyinin düşən fotonun tezliyinə nəzərən sürüşməsi *Kompton effekti* adlanır. Bu effekt ilk dəfə A. Kompton tərəfindən müşahidə edilmişdir. Kompton səpilməsi aşağıdakı reaksiya üzrə baş verir:

$$\gamma + e \rightarrow \gamma + e. \quad (2.8.1)$$

Kompton səpilməsinə topoloji baxımdan iki Feynman diaqramı uyğun gəlir (şəkil 15).



Şəkil 15

Birinci diaqrama uyğun amplitud

$$A_{\hat{f}}^{(a)} = (-ie\sqrt{4\pi})^2 \bar{u}'(p', \sigma') \hat{e}^* \frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m} \hat{e} u(p, \sigma) \quad (2.8.2)$$

şəklində, ikinci diaqrama uyğun amplitud isə

$$A_{\hat{f}}^{(b)} = (-ie\sqrt{4\pi})^2 \bar{u}'(p', \sigma') \hat{e} \frac{1}{\hat{p} - \hat{q}' - m} \hat{e}^* u(p, \sigma) \quad (2.8.3)$$

şəklindədir.

Kompton səpilməsinin yekun amplitudu

$$A_{\hat{f}} = A_{\hat{f}}^{(a)} + A_{\hat{f}}^{(b)} \quad (2.8.4)$$

cəmi ilə, başqa sözlə,

$$A_{\hat{f}} = (-\sqrt{4\pi}ie)^2 \times \\ \times \bar{u}'(p', \sigma') \left(\hat{e}^* \frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m} \hat{e} + \hat{e} \frac{1}{\hat{p} - \hat{q}' - m} \hat{e}^* \right) u(p, \sigma) \quad (2.8.5)$$

ifadəsi ilə müəyyən edilir. (2.8.2), (2.8.3) və (2.8.5) ifadələrində $\hat{p} = p_\mu \gamma^\mu = p^\mu \gamma_\mu$, $p^\mu = (\varepsilon, \vec{p})$ – başlanğıc haldakı elektronun 4-ölçülü impulsu, ε – onun enerjisi, \vec{p} – onun 3-ölçülü impulsu, $\hat{p}' = p'_\mu \gamma^\mu = p'^\mu \gamma_\mu$, $p'^\mu = (\varepsilon', \vec{p}')$ – son haldakı elektronun 4-ölçülü impulsu, ε' – onun enerjisi, \vec{p}' – onun 3-ölçülü impulsu, $\hat{q} = q_\mu \gamma^\mu = q^\mu \gamma_\mu$, $q^\mu = (\omega, \vec{q})$ – düşən fotonun 4-ölçülü impulsu, ω – onun enerjisi, \vec{q} – düşən fotonun 3-ölçülü impulsu,

$\hat{q}' = q'_\mu \gamma^\mu = q'^\mu \gamma_\mu$, $q'^\mu = (\omega', \vec{q}')$ – səpilən fotonun 4-ölçülü impulsu, ω' – onun enerjisi, \vec{q}' – səpilən fotonun 3-ölçülü impulsu, $\hat{e} = e_\mu \gamma^\mu = e^\mu \gamma_\mu$, e^μ – düşən fotonun 4-ölçülü polyarlaşma vektoru, $\hat{e}' = e'_\mu \gamma^\mu = e'^\mu \gamma_\mu$, e'^μ – səpilən fotonun 4-ölçülü polyarlaşma vektoru, $u(p, \sigma)$ – başlanğıc haldakı elektronun bispinor amplitudu, $u'(p', \sigma')$ – son haldakı elektronun bispinor amplitudu, σ – balanğıc haldakı elektronun spininin proyeksiyası, σ' – son haldakı elektronun spininin proyeksiyası, e – elementar yüküdür.

A_{fi} gətirilmiş amplitudu

$$M_{fi} = (2\pi)^4 T_{fi} \delta(\sum k_i - \sum k_f) \quad (2.8.6)$$

matris elementinə daxil olan T_{fi} amplitudu ilə aşağıdakı şəkildə əlaqəlidir:

$$T_{fi} = A_{fi} \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\mathcal{E}_i V}} \prod_f \frac{1}{\sqrt{2\mathcal{E}_f V}}. \quad (2.8.7)$$

Burada \prod_i və \prod_f , uyğun olaraq, başlanğıc və son haldakı zərrəciklər üzrə hasil işarəsidir. (2.8.6) ifadəsində k_i impulsları zərrəciklərin səpilmədən əvvəlki impulslarını, k'_i impulsları isə zərrəciklərin səpilmədən sonrakı impulslarını göstərir.

Prosesin amplitudunu bilməklə onun diferensial kəsiyini aşağıdakı düsturla hesablamaq olar:

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta(p + q - p' - q') \frac{|A_{fi}|^2}{4I} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2\varepsilon'} \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3 2\omega'}. \quad (2.8.8)$$

Burada

$$I = \sqrt{(pq)^2 - p^2 q^2} \quad (2.8.9)$$

invariant seldir. Foton üçün

$$q^2 = 0 \quad (2.8.10)$$

olduğunu və buna uyğun olaraq prosesin selinin

$$I = (pq) \quad (2.8.11)$$

ifadəsi ilə müəyyən edildiyini nəzərə alsaq, diferensial effektiv kəsik üçün aşağıdakı ümumi düstur doğru olar:

$$d\sigma = \frac{1}{4(pq)} (2\pi)^4 \delta(p + q - p' - q') |A_{fi}|^2 \times \\ \times \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2\varepsilon'} \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3 2\omega'}. \quad (2.8.12)$$

Prosesin amplitudunu

$$A_{fi} = \bar{u}'_{\alpha} R_{\alpha\beta} u_{\beta} \quad (2.8.13)$$

şəklində yazmaq. Müsbət tezlikli bispinorlar üçün olan

$$\sum_{\sigma} u(p, \sigma) \bar{u}(p, \sigma) = \not{p} + m \quad (2.8.14)$$

münasibətindən istifadə etməklə prosesdə iştirak edən zərrəciklərin son polyarlaşma halları üzrə cəmləmə və başlanğıc polyarlaşma halları üzrə ortalama aparmaq olar. Elmi ədəbiyyatlarda zərrəciklərin polyarlaşma halları əvəzinə zərrəciklərin spin halları termini də işlədilir.

Kompton səpilməsində başlanğıc və son halların hər birində bir elektron var. Ona görə də (2.8.14) münasibətindən istifadə etməklə elektronların son polyarlaşma halları üzrə cəmləməni və başlanğıc polyarlaşma halları üzrə ortalamanı aşağıdakı ifadə ilə vermək olar:

$$\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_f} |A_{fi}|^2 = \frac{1}{2} \text{Sp}[\bar{R}(\hat{p}'+m)R(\hat{p}+m)]. \quad (2.8.15)$$

Burada

$$\bar{R} = \gamma^0 R^+ \gamma^0. \quad (2.8.16)$$

(2.8.16) münasibətini almaq üçün γ – matrislərin aşağıdakı xassəsindən istifadə edilmişdir:

$$\overline{\gamma^\mu \gamma^\nu \dots \gamma^\lambda \gamma^\rho} = \gamma^0 (\gamma^\mu \gamma^\nu \dots \gamma^\lambda \gamma^\rho)^+ \gamma^0 = \gamma^\rho \gamma^\lambda \dots \gamma^\nu \gamma^\mu. \quad (2.8.17)$$

Amplitudun (2.8.5) ifadəsini və 4-ölçülü tam impulsun

$$p + q = p' + q'. \quad (2.8.18)$$

ifadəsi ilə verilən saxlanma qanununu (2.8.15) ifadəsində nəzərə alsaq,

$$\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_j} |A_{fi}|^2 = (4\pi e^2)^2 \frac{1}{2} \times$$

$$\times \text{Sp}\{[\hat{e}(\hat{p} + \hat{q} - m)^{-1} \hat{e}' + \hat{e}'(\hat{p} - \hat{q}' - m)^{-1} \hat{e}](\hat{p} + \hat{q} - \hat{q}' + m) \times$$

$$\times [\hat{e}'(\hat{p} + \hat{q} - m)^{-1} \hat{e} + \hat{e}(\hat{p} - \hat{q}' - m)^{-1} \hat{e}'](\hat{p} + m)\}. \quad (2.8.19)$$

olar.

γ -matrislərin xassələrindən istifadə etməklə sonrakı hesablamalarda lazım olan aşağıdakı faydalı düsturlar alınır:

$$\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 2(AB), \quad (2.8.20)$$

$$\hat{A}\hat{A} = A^2, \quad (2.8.21)$$

$$\frac{1}{4} \text{Sp}\hat{A}\hat{B} = (AB), \quad (2.8.22)$$

$$\frac{1}{4} \text{Sp}(\hat{A}\hat{B}\hat{C}\hat{D}) = (AB)(CD) - (AC)(BD) + (AD)(BC). \quad (2.8.23)$$

Hesablamaları sadələşdirmək üçün

$$e \rightarrow \tilde{e} = e - \frac{(pe)}{(pq)} q, \quad (2.8.24)$$

$$e' \rightarrow \tilde{e}' = e' - \frac{(pe')}{(pq')} q' \quad (2.8.25)$$

kalibrləşmə çevrilmələrindən istifadə edək. Bu kalibrləşmə çevrilmələrinə görə

$$e^2 = e'^2 = -1, \quad (2.8.26)$$

$$ek = e'q = 0, \quad (2.8.27)$$

münasibətləri həmişə doğru olur. Foton kütləsiz olduğuna görə

$$q^2 = q'^2 = 0 \quad (2.8.28)$$

doğrudur. Digər tərəfdən

$$\tilde{e}p = 0, \quad (2.8.29)$$

$$\tilde{e}'p = 0 \quad (2.8.30)$$

münasibətlərinin ödənilməsi sonrakı hesablamaları daha da sadələşdirir.

(2.8.26)-(2.8.30) ifadələrinin köməyi ilə aşağıdakı münasibətlər alınır:

$$\hat{e}\hat{p} = -\hat{p}\hat{e}, \quad (2.8.31)$$

$$\hat{e}\hat{q} = -\hat{q}\hat{e}, \quad (2.8.32)$$

$$\hat{q}\hat{q} = 0, \quad (2.8.33)$$

$$\hat{e}\hat{e} = -1, \quad (2.8.34)$$

$$\hat{p}\hat{p} = m^2, \quad (2.8.35)$$

$$\hat{e}\hat{q}\hat{e} = \hat{q}, \quad (2.8.36)$$

$$\hat{e}\hat{p}\hat{e} = \hat{p}. \quad (2.8.37)$$

(2.8.19) ifadəsini sadələşdirmək üçün

$$(-\hat{p} + m)(-\hat{p} + \hat{q} - m)^{-1} = \frac{1}{2(pq)}(-\hat{p} + m)(\hat{p} + \hat{q} + m) =$$

$$= (-\hat{p} + m) \frac{\hat{q}}{2(pq)}, \quad (2.8.38)$$

$$(\hat{p} + \hat{q} - m)^{-1} (-\hat{p} + m) = \frac{\hat{q}}{2(pq)} (-\hat{p} + m), \quad (2.8.39)$$

$$(\hat{p} + m) \hat{e}' \hat{q} \hat{e} = \hat{e}' \hat{q} \hat{e} (\hat{p} + m) - 2(qp) \hat{e}' \hat{e} \quad (2.8.40)$$

eyniliklərindən,

$$\hat{e}' (\hat{p} + m) = (-\hat{p} + m) \hat{e}' \quad (2.8.41)$$

münasibətindən və matrislər hasilinin izinin

$$\text{Sp}(AB...X) = \text{Sp}(XAB...) \quad (2.8.42)$$

xassəsindən istifadə edək. Nəticədə

$$\frac{1}{2} \sum_{\sigma_i, \sigma_j} |A_{fi}|^2 = (4\pi e^2)^2 (L_1 + L_2) \quad (2.8.43)$$

alınır. Burada

$$L_1 = \frac{1}{2} \text{Sp} \left\{ (\hat{p} + m) \left[\frac{\hat{e}' \hat{q} \hat{e}'}{2(qp)} + \frac{\hat{e}' \hat{q}' \hat{e}}{2(q'p)} \right] \times \right. \\ \left. \times (\hat{p} + m) \left[\frac{\hat{e}' \hat{q} \hat{e}}{2(qp)} + \frac{\hat{e}' \hat{q}' \hat{e}'}{2(q'p)} \right] \right\}, \quad (2.8.44)$$

$$L_2 = \frac{1}{2} \text{Sp} \left\{ (\hat{p} + m) \left[\frac{\hat{e}' \hat{q} \hat{e}'}{2(qp)} + \frac{\hat{e}' \hat{q}' \hat{e}}{2(q'p)} \right] \times \right. \\ \left. \times (\hat{q} - \hat{q}') \left[\frac{\hat{e}' \hat{q} \hat{e}}{2(qp)} + \frac{\hat{e} \hat{q}' \hat{e}'}{2(q'p)} \right] \right\}, \quad (2.8.45)$$

L_1 həddi elektronlarda geriyyə təkanalmanın olmadığı səpilmə halına ($p = p'$) uyğun gəlir. L_2 həddi isə elektronların geriyyə təkan almasına uyğun gəlir. Elektronların geriyyə təkan almadığı halda, yəni klassik limitdə $q' \rightarrow q$ olur və L_2 həddinin verdiyi pay sıfıra yaxınlaşır.

Daha sonra

$$(\hat{p} + m)(\hat{p} - m) = p^2 - m^2 = 0, \quad (2.8.46)$$

$$\text{Sp} \left[\frac{\hat{e}' \hat{q} \hat{e}}{2(qp)} + \frac{\hat{e} \hat{q}' \hat{e}'}{2(q'p)} \right] = 0 \quad (2.8.47)$$

bərabərliklərindən və (2.8.20)-(2.8.23), (2.8.26)-(2.8.28) münasibətlərindən istifadə etməklə L_1 üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$L_1 = 4(\tilde{e} \tilde{e}')^2. \quad (2.8.48)$$

4-ölçülü tam impulsun (2.8.18) ifadəsi ilə verilən saxlanma qanunundan istifadə etməklə

$$qq' = p(q - q') \quad (2.8.49)$$

münasibəti alınır. (2.8.31)-(2.8.37) və (2.8.49) münasibətlərindən istifadə etməklə mürəkkəb olmayan hesablamalardan sonra L_2 üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$L_2 = \frac{pq}{pq'} + \frac{pq'}{pq} - 2 \quad (2.8.50)$$

(2.8.43), (2.8.48), (2.8.49) ifadələrinin diferensial effektiv kəsik üçün olan (2.8.12) düsturunda nəzərə alınmasından və alınmış ifadənin inteqrallanmasından sonra

$$\sigma = \frac{\alpha^2}{qp} \int L \delta(p+q-p'-q') \frac{d^3 q'}{2\omega'} \frac{d^3 p'}{2\varepsilon'} \quad (2.8.51)$$

alınır. Burada $\alpha = e^2 (= e^2/\hbar c)$ və

$$L = L_1 + L_2 = 4(\tilde{e}\tilde{e}')^2 - 2 + \frac{pq}{pq'} + \frac{pq'}{pq}. \quad (2.8.52)$$

(2.8.51) düsturu fotonun polyarlaşmamış elektrondan səpilməsinin ümumi halda effektiv kəsiyini ifadə edir.

Aşağıdakı

$$\int \frac{d^3 q'}{2\omega'} \frac{d^3 p'}{2\varepsilon'} = \int d^4 q' d^4 p' \delta(q'^2) \delta(p'^2 - m^2) \quad (2.8.53)$$

münasibətindən istifadə etməklə effektiv kəsiyin ifadəsini aşkar invariant şəkildə göstərmək olar:

$$\sigma = \frac{\alpha^2}{qp} \int L \delta(q'^2) \delta[(p+q-q')^2 - m^2] d^4 q'. \quad (2.8.54)$$

Başlanğıcdakı fotonların polyarlaşma halları üzrə ortalama və sondakı fotonların polyarlaşma halları üzrə cəmləmə aşağıdakı ifadəni verir:

$$\begin{aligned} \tilde{L} &= \frac{1}{2} \sum_{\text{polyar.}} L = \\ &= 2 \left[\frac{pq}{pq'} + \frac{pq'}{pq} + m^4 \frac{(qq')^2}{(pq)^2 (pq')^2} - 2m^2 \frac{(qq')}{(pq)(pq')} \right] \end{aligned} \quad (2.8.55)$$

Sondakı fotonların polyarlaşma halları üzrə cəmləmə apararkən

$$\sum_{\text{polyar.}} e_{\mu} e_{\nu}^{*} = -g_{\mu\nu} \quad (2.8.56)$$

düsturundan istifadə edilmişdir.

Polyarlaşmamış zərrəciklər üçün Kompton səpilməsinin effektiv kəsiyi aşağıdakı ümumi düsturla müəyyən edilir:

$$\sigma = \frac{\alpha^2}{qp} \int \tilde{L} \delta[(p+q-q')^2 - m^2] \frac{d^3 q'}{2\omega'}. \quad (2.8.57)$$

İndi isə s spektral dəyişənini

$$s = \frac{qq'}{qp'} \quad (2.8.58)$$

və κ parametrini

$$\kappa = \frac{2qp}{m^2} \quad (2.8.59)$$

daxil edək. 4-ölçülü tam impulsun saxlanma qanunundan istifadə etməklə s spektral dəyişəni üçün

$$s = \frac{qq'}{qp - qq'}, \quad (2.8.60)$$

qq' və pq' üçün isə, uyğun olaraq,

$$qq' = \frac{s}{1+s} qp, \quad (2.8.61)$$

$$pq' = \frac{1}{1+s} qp \quad (2.8.62)$$

alınır.

(2.8.60)-(2.8.62) ifadələrini (2.8.57) düsturunda yerinə yazdıqda effektiv kəsik üçün

$$\sigma = \frac{4\alpha^2}{m^2\kappa} \int \left[2 + \frac{s^2}{1+s} - 4 \frac{s}{\kappa} \left(1 - \frac{s}{\kappa} \right) \right] \times \\ \times \delta[(p+q-q')^2 - m^2] \frac{d^3q'}{2\omega'} \quad (2.8.63)$$

alınır.

Hesablamaların sadəliyi üçün ətalət mərkəzi sisteminə keçək. Ətalət mərkəzi sistemində

$$\vec{p} + \vec{q} = \vec{p}' + \vec{q}' = 0. \quad (2.8.64)$$

(2.8.63) ifadəsinə daxil olan δ -funksiyanı sadələşdirək. δ -funksiyanın arqumentində duran funksiyanı t ilə işarə edək:

$$t = (p+q-q')^2 - m^2. \quad (2.8.65)$$

$p^2 = m^2, q^2 = q'^2 = 0$ olduğunu nəzərə alsaq,

$$t = 2[qp - q'(p + q)] \quad (2.8.66)$$

olar. Ətalət mərkəzi sistemində

$$qp = q^0 p^0 - \bar{q}\bar{p} = \omega\varepsilon + \omega^2 = \omega(\varepsilon + \omega), \quad (2.8.67)$$

$$q'(p + q) = q'^0(p^0 + q^0) - \bar{q}'(\bar{p} + \bar{q}) = \omega'(\varepsilon + \omega), \quad (2.8.68)$$

və

$$t = 2(\varepsilon + \omega)(\omega - \omega'). \quad (2.8.69)$$

Digər tərəfdən (2.8.49) və (2.8.66) münasibətindən istifadə etməklə

$$t = 2(qp - q'p - qq') = 2(qp - q'p - qp + q'p) = 0, \quad (2.8.70)$$

(2.8.69) və (2.8.70) ifadələrinin müqayisəsi göstərir ki, ətalət mərkəzi sistemində

$$\omega = \omega' \quad (2.8.71)$$

olur. Bu, o deməkdir ki, Kompton səpilməsi zamanı ətalət mərkəzi sistemində tezlik dəyişmir.

t -yə ω' dəyişənindən asılı funksiya kimi baxıb, $\delta[t(\omega')]$ mürəkkəb funksiyasını sadələşdirək:

$$\delta[t(\omega')] = \delta[2(\varepsilon + \omega)(\omega' - \omega)] = \frac{\delta(\omega' - \omega)}{|t'(\omega' = \omega)|} = \frac{\delta(\omega' - \omega)}{2(\varepsilon + \omega)}. \quad (2.8.72)$$

İndi isə $\frac{d^3q'}{2\omega'}$ faza həcmi sadələşdirək.

$$d^3q' = \omega'^2 d\omega' d\Omega = \omega'^2 d\omega' \sin\theta d\theta d\varphi \quad (2.8.73)$$

olduğunu nəzərə alsaq, onda

$$\frac{d^3q'}{2\omega'} = -\frac{1}{2\omega'} \omega'^2 d\omega' d \cos\theta d\varphi \quad (2.8.74)$$

olar. Burada θ – başlanğıc haldakı fotonun \vec{q} impulsu ilə son haldakı fotonun \vec{q}' impulsu arasında qalan bucaq, φ – başlanğıc haldakı fotonun \vec{q} impulsuna perpendikulyar olan müstəvidə \vec{q}' vektorunun azimutal bucağıdır.

s spektral dəyişəninə dəyişmə intervalını tapmaq üçün əvvəlcə qq' kəmiyyətini ətalət mərkəzi sistemində hesablayaq və $|\vec{q}| = |\vec{q}'| = \omega = \omega'$ olduğunu nəzərə alaq:

$$qq' = q^0 q'^0 - \vec{q}\vec{q}' = \omega\omega' - |\vec{q}| |\vec{q}'| \cos\theta = \omega^2 (1 - \cos\theta). \quad (2.8.75)$$

Daha sonra s dəyişənini hesablamaq üçün

$$qp' = qp - qq' \quad (2.8.76)$$

münasibətindən istifadə edək:

$$s = \frac{qq'}{qp - qq'} = \frac{qp}{qp - qq'} - \frac{qp'}{qp - qq'}. \quad (2.8.77)$$

(2.8.75) və (2.8.76) münasibətlərini (2.8.77) ifadəsində nə-

zərə aldıqda

$$0 \leq s = \frac{qp}{qp - \omega^2(1 - \cos \theta)} - 1 \leq \kappa \quad (2.8.78)$$

olur. Burada s dəyişəninin ən kiçik qiyməti $\theta = 0$ bucağına, ən böyük qiyməti isə $\theta = \pi$ bucağına uyğun gəlir. (2.8.78) ifadəsindən və daha sonra (2.8.67) ifadəsindən istifadə etməklə $d \cos \theta$ diferensialını hesablamaq olar:

$$d \cos \theta = -\frac{qp}{\omega^2} \frac{ds}{(1+s)^2} = -\frac{\varepsilon + \omega}{\omega} \frac{ds}{(1+s)^2}. \quad (2.8.79)$$

(2.8.72) və (2.8.74) ifadələrini

$$\delta[(p+q-q')^2 - m^2] \frac{d^3 q'}{2\omega'} = \delta[t(\omega')] \frac{d^3 q'}{2\omega'} \quad (2.8.80)$$

ifadəsində nəzərə alaq:

$$\delta[t(\omega')] \frac{d^3 q'}{2\omega'} = \frac{1}{4} \frac{\omega'}{\omega} \delta(\omega' - \omega) d\omega' d\varphi \frac{ds}{(1+s)^2}. \quad (2.8.81)$$

(2.8.81) ifadəsini (2.8.63) düsturunda yerinə yazsaq, φ dəyişəni üzrə inteqralın 2π -yə bərabər olduğunu və

$$r_0 = \frac{\alpha}{m} \left(= \frac{e^2}{mc^2} \right) \quad (2.8.82)$$

kəmiyyətinin *elektronun klassik radiusu* olduğunu nəzərə alsaq, Kompton səpilməsinin effektiv kəsiyini almış oluruq:

$$\sigma = \frac{2\pi r_0^2}{\kappa} \int_0^{\kappa} \left[2 + \frac{s^2}{1+s} - 4 \frac{s}{\kappa} \left(1 - \frac{s}{\kappa} \right) \right] \frac{ds}{(1+s)^2}. \quad (2.8.83)$$

Sonuncu düsturda s spektral dəyişəninə görə inteqralla-
ma aparsaq, Kompton səpilməsinin tam effektiv kəsiyini almış
olarıq:

$$\sigma = 2\pi r_0^2 \left[\left(\frac{1}{\kappa} - \frac{4}{\kappa^2} - \frac{8}{\kappa^3} \right) \ln(1+\kappa) + \frac{1}{2} \frac{1+\kappa/2}{(1+\kappa)^2} + \frac{8}{\kappa^2} \right]. \quad (2.8.84)$$

κ parametrinin vahiddən çox-çox kiçik qiymətlərində
Kompton səpilməsinin tam effektiv kəsiyi üçün aşağıdakı
asimptotik ifadə alınır:

$$\sigma = \frac{8\pi r_0^2}{3} (1-\kappa), \quad \kappa \ll 1. \quad (2.8.85)$$

$\kappa \rightarrow 0$ limit halında klassik Tomson səpilməsinin kəsiyi
üçün düstur alınır:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2. \quad (2.8.86)$$

κ parametrinin vahiddən çox-çox böyük qiymətlərində
Kompton səpilməsinin tam effektiv kəsiyi üçün aşağıdakı
asimptotika doğrudur:

$$\sigma = \frac{2\pi r_0^2}{\kappa} \left(\ln \kappa + \frac{1}{2} \right), \quad \kappa \gg 1. \quad (2.8.87)$$

κ parametri sonsuzluğa yaxınlaşanda ($\kappa \rightarrow \infty$) Kompton səpilməsinin tam effektiv kəsiyi

$$\sigma(\kappa) \sim \frac{\ln \kappa}{\kappa} \quad (2.8.88)$$

qanunu üzrə azalır.

İndi isə başlanğıc haldakı elektronun sükunətdə olduğu ($\vec{p} = 0$) sistemdə, yəni laboratoriya sistemində Kompton səpilməsini təhlil edək. \hbar , c vahidlərini κ parametrinin ifadəsində bərpa etsək,

$$\kappa = \frac{2\hbar\omega}{mc^2} \quad (2.8.89)$$

olar. $\kappa \ll 1$ olduqda Kompton səpilməsi zamanı kvant effektləri nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur. Lakin $\kappa \gg 1$ olduqda kvant effektləri əhəmiyyətli dərəcədə olur. (2.8.49) münasibətindən istifadə edib, aşağıdakı ifadəni yazmaq olar:

$$q^0 q'^0 - \vec{q} \vec{q}' = p^0 (q^0 - q'^0) - \vec{p} (\vec{q} - \vec{q}'). \quad (2.8.90)$$

Laboratoriya sistemində $\vec{p} = 0$, $p^0 = \varepsilon = m$ olduğunu,

$$\vec{q} \vec{q}' = |\vec{q}| |\vec{q}'| \cos \theta = \omega \omega' \cos \theta$$

münasibətini (2.8.90) ifadəsində nəzərə aldıqda

$$\omega \omega' (1 - \cos \theta) = m(\omega - \omega') \quad (2.8.91)$$

bərabərliyi alınır. Buradan son haldakı fotonun tezliyi üçün

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{\hbar\omega}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (2.8.92)$$

düsturu və ya dalğa uzunluğu üçün

$$\lambda' = \lambda + 2\pi\lambda_e(1 - \cos\theta) \quad (2.8.93)$$

düsturu alınır. Burada

$$\lambda_e = \frac{\hbar}{mc} \quad (2.8.94)$$

elektronun Kompton dalğa uzunluğudur. Kompton səpilməsi zamanı dalğa uzunluğunun sürüşməsi

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\pi\lambda_e(1 - \cos\theta) \quad (2.8.95)$$

düsturu ilə hesablanır. Bu düstur *Kompton düsturu* adlanır.

Tezlik üçün olan (2.8.92) və (2.8.93) düsturlarının təhlili göstərir ki, laboratoriya sistemində səpilən fotonun tezliyi azalır, dalğa uzunluğu isə artır.

(2.8.62) düsturundan istifadə etməklə son haldakı fotonun ω' tezliyini başlanğıc haldakı fotonun ω tezliyi və s spektral dəyişəni vasitəsilə ifadə etmək olar:

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + s}. \quad (2.8.96)$$

(2.8.59), (2.8.78) və (2.8.96) ifadələrindən istifadə etməklə ω' tezliyinin dəyişmə oblastını müəyyən etmək olar:

$$\frac{\omega}{1 + 2\omega/m} \leq \omega' \leq \omega. \quad (2.8.97)$$

(2.8.83) ifadəsində s spektral dəyişənindən ω' dəyişəninə keçmək üçün:

$$s = \frac{\omega}{\omega'} - 1 \quad (2.8.98)$$

ifadəsindən istifadə edək. Nəticədə, Kompton səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyinin son haldakı fotonun ω' enerjisindən ($\hbar\omega$) asılılığı alınır:

$$\frac{d\sigma}{d\omega'} = \pi_0^2 \frac{m}{\omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega'} + \frac{\omega'}{\omega} + \left(\frac{m}{\omega'} - \frac{m}{\omega} \right)^2 - 2 \left(\frac{m}{\omega'} - \frac{m}{\omega} \right) \right]. \quad (2.8.99)$$

$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ cisim bucağının köməyi ilə Kompton səpilməsi zamanı son haldakı fotonların bucaq paylanması aşağıdakı düsturla verilir:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \left[\frac{\omega}{\omega'} + \frac{\omega'}{\omega} - \sin^2 \theta \right]. \quad (2.8.100)$$

Son düstur *Kleyn-Nişina-Tamm düsturu* adlanır.

$\hbar\omega \ll mc^2$ klassik limit halında

$$\omega' \cong \omega. \quad (2.8.101)$$

olur və (2.8.100) düsturundan məlum Tomson düsturu alınır:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} (1 + \cos^2 \theta). \quad (2.8.102)$$

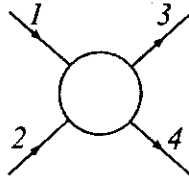
Sonuncu ifadənin inteqrallanması (2.8.86) düsturunu verir.

§2.9. Mandelstam dəyişənləri. Reaksiya amplitudunun çarpaz simmetriyası. Elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması və annihilyasiyası

Başlanğıc haldakı iki zərrəciyin son haldakı iki zərrəciyə keçdiyi reaksiyaya baxaq. Başlanğıc haldakı zərrəcikləri 1 və 2 ilə, son haldakı zərrəcikləri isə 3 və 4 ilə işarə edək:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4, \quad (2.9.1)$$

(2.9.1) reaksiyasını təsvir edən diaqramı aşağıdakı kimi vermək olar:



Şəkil 16

(2.9.1) reaksiyası üçün 4-ölçülü impulsun saxlanması qanunu doğrudur:

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4, \quad (2.9.2)$$

Dördölçülü impulsun saxlanması qanunu ilə yanaşı yükün saxlanması qanunu da ödənilməlidir. Yük dedikdə təkcə elektrik yükü deyil, həm də zərrəcik və antizərrəciklər üçün müxtəlif işarəyə malik olan digər saxlanan kəmiyyətlər başa düşülür.

(2.9.1) reaksiyası ilə yanaşı aşağıdakı reaksiyalar da mümkündür:

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4, \quad (2.9.3)$$

$$1 + \bar{4} \rightarrow \bar{2} + 3. \quad (2.9.4)$$

Rəqəmin üstündəki xətt antizərrəciyi zərrəcikdən fərqləndirmək üçün qoyulur. Üç müxtəlif (2.9.1), (2.9.3) və (2.9.4) reaksiyaları ümumiləşmiş bir reaksiyanın *çarpaz kanalları* və ya *kross kanalları* adlanır. Bu cür reaksiyalara misallar göstərək. Əgər 1 və 3 zərrəcikləri elektronlardırsa, 2 və 4 zərrəcikləri fotonlardırsa, onda (2.9.1) reaksiyası ilə təsvir olunan kanal fotonun elektrondan səpilməsini təsvir edir. Foton həqiqi neytral zərrəcik olduğuna görə (2.9.4) reaksiyası ilə təsvir olunan reaksiya da (2.9.1) reaksiyası ilə eyni olacaq. Bu zaman (2.9.3) reaksiyası ilə təsvir olunan kanal elektron-pozitron cütünün iki fotona annihilyasiyasını təsvir edəcək. Əgər (2.9.1) reaksiyasında iştirak edən dörd zərrəciyin hamısı elektrondursa, onda (2.9.1) reaksiyası elektronun elektrondan səpilməsini təsvir edəcək. Bu halda (2.9.3) və (2.9.4) reaksiyaları pozitronun elektrondan səpilməsini təsvir edəcək. Əgər 1 və 3 zərrəcikləri elektronlardırsa, 2 və 4 zərrəcikləri müonlardırsa, onda (2.9.1) reaksiyasına uyğun kanal elektronun müondan səpilməsini, (2.9.4) reaksiyasına uyğun kanal elektronun antimüondan səpilməsini, (2.9.3) reaksiyasına uyğun kanal elektron-pozitron cütünün müon-antimüon cütünə çevrilməsini təsvir edir.

(2.9.3) və (2.9.4) reaksiyalarına aşağıdakı saxlanma qa-

nunları uyğun gəlir:

$$p_1 + p_3 = p_2 + p_4, \quad (2.9.5)$$

$$p_1 + p_4 = p_2 + p_3. \quad (2.9.6)$$

Əgər $p_3 = -p_3$, $p_2 = -p_2$, $p_4 = -p_4$ olarsa, onda (2.9.5) və (2.9.6) şəklində olan saxlanma qanunları (2.9.2) şəklində olan saxlanma qanununa çevrilir.

(2.9.2) ifadəsi ilə verilən saxlanma qanunundan görüldüyü kimi, zərrəciklərin dörd impulsundan düzəldilə bilən mümkün invariant dəyişənlər aşağıdakı skalyar hasiləldir:

$$p_1 p_2, p_1 p_3, p_1 p_4. \quad (2.9.7)$$

Dördölçülü impulsun saxlanması qanunu və prosesdə iştirak edən zərrəciklər üçün

$$p_i^2 = m_i^2 \quad (2.9.8)$$

düsturu əsasında belə nəticəyə gəlmək olar ki, həmin üç invariant dəyişəndən yalnız ikisi asılı deyil. Elmi ədəbiyyatda asılı olmayan həmin iki invariant dəyişəndən deyil, həmin dəyişənlərlə bağlı olan s , t , u dəyişənlərindən istifadə olunur:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \quad (2.9.9)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, \quad (2.9.10)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2. \quad (2.9.11)$$

s , t , u dəyişənləri *Mandelstam dəyişənləri* adlanır. Bu dəyişənlər aşağıdakı münasibətlə bir-biri ilə bağlıdır:

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2. \quad (2.9.12)$$

m_1, m_2, m_3, m_4 reaksiyalarda (məsələn, (2.9.1) reaksiyası) iştirak edən zərrəciklərin kütlələridir.

(2.9.1) reaksiyası ilə təsvir olunan əsas kanalda s invariant dəyişəni toqquşan 1 və 2 zərrəciklərinin ətalət mərkəzi sisteminə həmin zərrəciklərin tam enerjisinin kvadratıdır:

$$s = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2. \quad (2.9.13)$$

(2.9.3) reaksiyası ilə təsvir olunan kanalda analogi rolunu t invariant dəyişəni oynayır. (2.9.4) reaksiyası ilə təsvir olunan kanalda u invariant dəyişəni tam enerjinin kvadratı rolunu oynayır. Bu baxımdan (2.9.1), (2.9.3) və (2.9.4) reaksiyaları ilə təsvir olunan kanalları *reaksiyanın s-kanalı, t-kanalı* və ya *u-kanalı* adlandırırırlar.

(2.9.8) münasibətini (2.9.9)-(2.9.11) ifadələrində nəzərə alaraq s, t və u dəyişənləri üçün aşağıdakı ifadələri yazmaq olar:

$$s = m_1^2 + m_2^2 + 2p_1p_2, \quad (2.9.14)$$

$$t = m_1^2 + m_3^2 - 2p_1p_3, \quad (2.9.15)$$

$$u = m_1^2 + m_4^2 - 2p_1p_4. \quad (2.9.16)$$

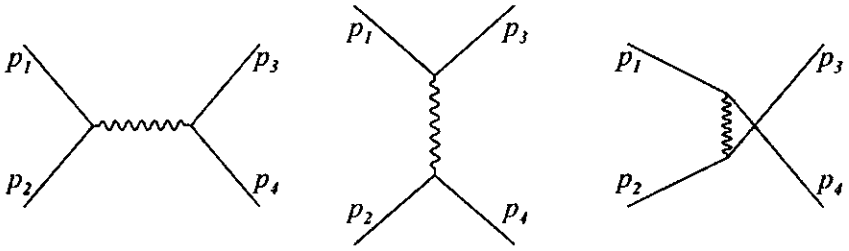
Relyativistik limit halında zərrəciklərin kütləsini nəzərə almamaq olar və bu halda Mandelstam dəyişənləri üçün aşağıdakı ifadələr doğrudur:

$$s \approx 2p_1p_2 \approx 2p_3p_4, \quad (2.9.17)$$

$$t \approx -2p_1p_3 \approx -2p_2p_4, \quad (2.9.18)$$

$$u \approx -2p_1p_4 \approx -2p_2p_3. \quad (2.9.19)$$

Şəkil 17-də olan s -kanal 1 və 2 zərrəciklərinin birləşib aralıq zərrəciyə keçməsinə və nəticədə 3 və 4 zərrəciklərinə parçalanmasını göstərir. Həmin şəkildə t -kanal 1 zərrəciyinin digər bir aralıq zərrəcik şüalandıraraq son haldakı 3 zərrəciyinə çevrilməsi və 2 zərrəciyinin həmin aralıq zərrəciyi udaraq son haldakı 4 zərrəciyinə çevrilməsi prosesini təsvir edir. Şəkil 17-də olan u -kanal 1 zərrəciyinin digər bir aralıq zərrəcik şüalandıraraq son haldakı 4 zərrəciyinə çevrilməsi və 2 zərrəciyinin həmin aralıq zərrəciyi udaraq son haldakı 3 zərrəciyinə çevrilməsi prosesinə uyğun gəlir.



Şəkil 17

Reaksiyalar s -kanalda, t -kanalda və u -kanalda eyni bir amplitudla təsvir olunur. Müxtəlif kanallarda s , t , u dəyişənlərinin dəyişmə oblastı fərqli olur. Bu kanallar, yuxarıda qeyd olunduğu kimi, **çarpaz kanallar** adlanır. Amplitudun uyğun xassəsi isə **reaksiya amplitudunun çarpaz simmetriyası** adlanır. s -kanaldan t -kanala keçmək üçün amplitudda

$$(p_3)_i = -(p_3)_f, \quad (2.9.20)$$

$$(p_2)_f = -(p_2)_i \quad (2.9.21)$$

əvəzləmələri, u -kanala keçmək üçün isə (2.9.21) əvəzləməsi ilə yanaşı

$$(p_{\bar{a}})_i = -(p_a)_f \quad (2.9.22)$$

əvəzləməsi də etmək lazımdır. i və f hərfləri başlanğıc və son halları göstərir. Çarpaz simmetriyadan istifadə etməklə reaksiyanın hər hansı bir kanaldakı məlum effektiv kəsiyindən həmin reaksiyanın digər kanaldakı effektiv kəsiyini asanlıqla almaq olur. Çarpaz simmetriya məlum kanaldakı amplituda görə baxılan kanaldakı amplitudu yazmağa imkan verir. Daha sonra isə reaksiyanın sonundakı zərrəciklərin faza həcmiini çevirmək lazımdır.

Reaksiya amplitudunun çarpaz simmetriyasını aşağıdakı reaksiyalara tətbiq edək:

$$e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ \quad (2.9.23)$$

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- \quad (2.9.24)$$

(2.9.23) reaksiyasının amplitudunu $A_{e^-e^+}(s, t, u)$ ilə işarə edək. Reaksiya amplitudunun çarpaz simmetriyasına görə (2.9.23) reaksiyasının amplitudundan (2.9.24) reaksiyasının amplitudunu almaq üçün $s \leftrightarrow u$ yerdəyişməsi etmək lazımdır. Onda

$$A_{e^-e^+}(s, t, u) = A_{e^-e^-}(u, t, s) \quad (2.9.25)$$

olar. Burada

$$A_{e^-e^+}(s, t, u) = e^2 \left(\frac{s-u}{t} + \frac{t-u}{s} \right), \quad (2.9.26)$$

$$A_{e^-e^-}(u, t, s) = e^2 \left(\frac{u-s}{t} + \frac{t-s}{u} \right). \quad (2.9.27)$$

Reaksiya amplitudunun çarpaz simmetriyasının elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması və annihilyasiyası proseslərinə tətbiqinə baxaq. Elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması və annihilyasiyası eyni bir blok diaqramla təsvir edilir. Çarpaz simmetriya əsasında hər iki prosesin effektiv kəsiyi Kompton səpilməsinin effektiv kəsiyindən alınır. Bu reaksiyalar üçün elektronun və pozitronun 4-ölçülü impulslarını, uyğun olaraq, p_- və p_+ ilə fotonların 4-ölçülü impulslarını isə q_1 və q_2 ilə işarə edək. Kompton səpilməsinə baxarkən başlanğıc haldakı elektronun 4-ölçülü impulsunu p ilə, başlanğıc haldakı fotonun 4-ölçülü impulsunu q ilə, son haldakı elektronun impulsunu p' ilə və son haldakı fotonun 4-ölçülü impulsunu q' ilə işarə etmişdik. Ümumi blok diaqrama görə Kompton səpilməsi üçün

$$p_1 = q, \quad p_2 = p, \quad (2.9.28)$$

$$p_3 = p', \quad p_4 = q'. \quad (2.9.29)$$

Əvvəlcə elektron-pozitron cütünün iki foton hesabına yaranmasına (doğulmasına) baxaq. Bu proses aşağıdakı reaksiya üzrə baş verir:

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+. \quad (2.9.30)$$

Bu proses üçün

$$p_1 = q_1, \quad -p_4 = q_2, \quad (2.9.31)$$

$$-p_2 = p_+, \quad p_3 = p_-. \quad (2.9.32)$$

(2.9.31) və (2.9.32) ifadələrinin (2.9.28) və (2.9.29) ifadələri ilə müqayisəsi göstərir ki, elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması prosesinin amplitudu Kompton səpilməsinin amplitudundan

$$q = q_1, \quad q' = -q_2, \quad (2.9.33)$$

$$p = -p_+, \quad p' = p_-. \quad (2.9.34)$$

əvəzləmələri ilə alınır. Bu əvəzləmələri nəzərə almaqla Kompton səpilməsinin uyğun ifadəsindən elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması prosesinin amplitudunun kvadratı alınır:

$$\frac{1}{4} \sum_{\substack{\text{spin}(e^-e^+) \\ \text{polyar}(\gamma\gamma)}} |A_{fi}|^2 = -2 \left[-\frac{(p_+q_1)}{(p_+q_2)} - \frac{(p_+q_2)}{(p_+q_1)} + \right. \\ \left. + m^4 \frac{(q_1q_2)^2}{(q_1p_+)^2(q_2p_+)^2} - 2m^2 \frac{(q_1q_2)}{(p_+q_1)(p_+q_2)} \right]. \quad (2.9.35)$$

Biz burada polyarlaşma effektləri ilə maraqlanmadığımıza görə başlanğıc haldakı zərrəciklərin polyarlaşma (spin) halları üzrə cəmləmə aparılıb. (2.9.35) ifadəsində minus işarəsinin qarşıda durması onunla izah olunur ki, pozitronun spin halları üzrə cəmləmə aşağıdakı qayda üzrə aparılır:

$$\hat{p}_+ - m = -(-p_+ + m) \quad (2.9.36)$$

və nəticədə minus işarəsi ortaya çıxır.

İnvariant

$$u = \frac{(q_1 q_2)^2}{4(q_1 p_+)(q_2 p_+)} \quad (2.9.37)$$

dəyişəni və

$$\kappa_1 = \frac{(q_1 q_2)}{2m^2} \quad (2.9.38)$$

parametri daxil etməklə (2.9.35) ifadəsini daha yığcam şəkildə yazmaq olar:

$$\frac{1}{4} \sum |A_{f_i}|^2 = 4 \left[2u - 1 - 2 \left(\frac{u}{\kappa_1} \right)^2 + 2 \frac{u}{\kappa_1} \right]. \quad (2.9.39)$$

İnvariant u dəyişənindən və κ_1 parametrindən asılı olan

$$D(u, \kappa_1) = \frac{1}{2} \left[2u - 1 - 2 \left(\frac{u}{\kappa_1} \right)^2 + 2 \frac{u}{\kappa_1} \right] \quad (2.9.40)$$

funksiyası daxil etməklə (2.9.39) ifadəsini

$$\frac{1}{4} \sum |A_{f_i}|^2 = 8D(u, \kappa_1) \quad (2.9.41)$$

şəklində yazmaq olar. u dəyişəni

$$1 \leq u \leq \kappa_1 \quad (2.9.42)$$

oblastında (parçasında) dəyişir.

(2.9.41) ifadəsinin və $I = q_1 q_2$ invariant selinin effektiv kəsiyin ümumi düsturunda nəzərə alınması

$$\sigma = \frac{8\alpha^2}{q_1 q_2} \int \frac{d^3 p_+}{2\varepsilon_+} \frac{d^3 p_-}{2\varepsilon_-} \delta_4(q_1 + q_2 - p_+ - p_-) D(u, \kappa_1) \quad (2.9.43)$$

ifadəsini verir. p_- dəyişəni üzrə inteqrallamadan sonra

$$\sigma = \frac{8\alpha^2}{q_1 q_2} \int \frac{d^3 p_+}{2\varepsilon_+} \delta[(p_+ - q_1 - q_2)^2 - m^2] D(u, \kappa_1). \quad (2.9.44)$$

Fotonların ətalət mərkəzi sistemində

$$\vec{q}_1 + \vec{q}_2 = 0, \quad (2.9.45)$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \varepsilon_+ = \varepsilon_- = \omega. \quad (2.9.46)$$

Bu halda κ_1 parametri və u dəyişəni aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\kappa_1 = \left(\frac{\omega}{m} \right)^2, \quad (2.9.47)$$

$$u = \frac{\omega^2}{\omega^2 - |\vec{p}_+|^2 \cos^2 \theta}. \quad (2.9.48)$$

Burada θ bucağı \vec{p}_+ vektoru ilə \vec{q}_1 vektoru arasında qalan bucaqdır. u dəyişəninin (2.9.42) ifadəsi ilə verilən dəyişmə ob-

lastı, məhz, (2.9.47) və (2.9.48) münasibətlərindən tapılır.

Fotonların laborator sistemində alın-alına toqquşmasında ($\bar{q}_1 \uparrow \downarrow \bar{q}_2$)

$$q_1 q_2 = 2\omega_1 \omega_2 \quad (2.9.49)$$

olur və reaksiyanın getmə şəraiti

$$\kappa_1 > 1 \quad (2.9.50)$$

bərabərsizliyi ilə, başqa sözlə,

$$\omega_1 \omega_2 > m^2 \quad (2.9.51)$$

bərabərsizliyi ilə müəyyən edilir. Bu sonuncu bərabərsizliyi

$$\frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{4} \geq 0 \quad (2.9.52)$$

bərabərsizliyi ilə toplamaqla (2.9.51) şərtinə ekvivalent olan

$$\omega_1 + \omega_2 > 2m \quad (2.9.53)$$

şərti alınır.

Ətalət mərkəzi sistemində (2.9.44) ifadəsinə daxil olan δ -funksiyanın arqumentini aşağıdakı qayda ilə

$$z = (p_+ - q_1 - q_2)^2 - m^2 = 4\omega(\varepsilon_+ - \omega) \quad (2.9.54)$$

sadələşdirib,

$$\delta(z) = \frac{1}{4\omega} \delta(\varepsilon_+ - \omega) \quad (2.9.55)$$

münasibətini yazmaq olar. Bu zaman faza həcm elementini də aşağıdakı kimi sadələşdirmək olar:

$$d^3 p_+ = d \cos \theta d\varphi |\bar{p}_+|^2 d\bar{p}_+, \quad (2.9.56)$$

$$|\bar{p}_+| d\bar{p}_+ = \varepsilon_+ d\varepsilon_+ \quad (2.9.57)$$

(2.9.55)-(2.9.57) ifadələrini (2.9.44) düsturunda yerinə yazmaqla, φ azimutal bucağı üzrə inteqralın 2π -yə bərabər olduğunu, ε_+ üzrə inteqralın δ -funksiya vasitəsilə aradan götürüldüyünü, $\cos \theta$ üzrə inteqralın (2.9.48) düsturuna əsasən u dəyişəni üzrə inteqrala gətirildiyini nəzərə almaqla $\gamma\gamma \rightarrow e^- e^+$ prosesinin invariant şəkildə effektiv kəsiyini almaq olur:

$$\sigma_p = \frac{\pi_0^2}{\kappa_1} \int_1^{\kappa_1} \left[u - \frac{1}{2} + \frac{u}{\kappa_1} - \left(\frac{u}{\kappa_1} \right)^2 \right] \frac{du}{u\sqrt{u(u-1)}}. \quad (2.9.58)$$

(2.9.58) düsturunun çıxarılışında o fakt nəzərə alınmışdır ki, θ dəyişəni 0-dan π -yə qədər dəyişərkən u dəyişəninə (2.9.42) ifadəsi ilə verilən intervalını iki dəfə keçmək lazımdır. Bu səbəbdən, ümumi vuruq olan 2 effektiv kəsiyin çıxarılışında nəzərə alınmışdır.

u dəyişəninə

$$u = ch^2 t \quad (2.9.59)$$

əvəzləməsini aparmaqla $\gamma\gamma \rightarrow e^-e^+$ prosesinin tam effektiv kəsiyi üçün düstur alınır:

$$\sigma_p = \frac{\pi r_0^2}{2} (1-v^2) \left[(3-v^4) \ln \frac{1+v}{1-v} - 2v(2-v^2) \right]. \quad (2.9.60)$$

Burada v – ətalət mərkəzi sistemində elektron-pozitron cütünün sürətidir. v sürəti ilə κ_1 parametri arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$\kappa_1 = \frac{1}{1-v^2} \quad (2.9.61)$$

və ya

$$v = \sqrt{1 - \frac{1}{\kappa_1}}. \quad (2.9.62)$$

(2.9.60) düsturu elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması üçün *Breyt-Uiler düsturu* adlanır.

İndi isə elektron-pozitron cütünün ikifotonlu annihilyasiyasına baxaq. Bu proses aşağıdakı reaksiya üzrə gedir:



Bu proses elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranmasına tərs olan bir prosesdir. Bu səbəbdən hər iki prosesin amplitudunun kvadratı eynidir. Əvvəlcə annihilyasiya prosesinin, yəni (2.9.63) prosesinin diferensial effektiv kəsiyini yazaq:

$$d\sigma_a = \frac{D}{2I_a} \delta_4(p_+ + p_- - q_1 - q_2) \frac{d^3 q_1}{\omega_1} \frac{d^3 q_2}{\omega_2}. \quad (2.9.64)$$

Müqayisə üçün indi də elektron-pozitron cütünün ikifotonlu yaranması prosesinin diferensial effektiv kəsiyini yazaq:

$$d\sigma_p = \frac{D}{I_p} \delta_4(p_+ + p_- - q_1 - q_2) \frac{d^3 p_+}{\varepsilon_1} \frac{d^3 p_-}{\varepsilon_2}. \quad (2.9.65)$$

Fotonların eyni olması səbəbindən (2.9.64) ifadəsinə əlavə olaraq 1/2 vuruğu daxil edilmişdir. $d^3 q_2$ və $d^3 p_-$ üzrə olan inteqrallar $\delta(\vec{p}_+ + \vec{p}_- - \vec{q}_1 - \vec{q}_2)$ funksiyasının, $d\omega_1$ və $d|\vec{p}_+| = \varepsilon_+ \frac{d\varepsilon_+}{|\vec{p}_+|}$ üzrə olan inteqrallar isə $\delta(\varepsilon_+ + \varepsilon_- - \omega_1 - \omega_2)$ funksiyasının köməyi ilə hesablanır. Nəticədə hər iki prosesin diferensial effektiv kəsiklərinin nisbəti üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$\frac{d\sigma_a}{d\sigma_p} = \frac{I_p}{2I_a} \frac{\omega_1 \varepsilon_-}{\omega_2 |\vec{p}_+|} \quad (2.9.66)$$

ətalət mərkəzi sistemində

$$I_p = q_1 q_2 = 2\omega^2, \quad (2.9.67)$$

$$I_a = 2\omega |\vec{p}|, \quad (2.9.68)$$

və

$$\varepsilon_+ = \varepsilon_- = \omega \quad (2.9.69)$$

olduğuna görə (2.9.66) ifadəsi üçün

$$\frac{d\sigma_a}{d\sigma_p} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{|\vec{p}|} \right)^2 = \frac{1}{2v^2}. \quad (2.9.70)$$

Burada v – elektron-pozitron cütünün ətalət mərkəzi sisteminə sürəti olub, (2.9.62) düsturu ilə müəyyən edilir.

4-ölçülü impulsun saxlanması qanununu

$$p_+ + p_- = q_1 + q_2 \quad (2.9.71)$$

və fotonun kütləsiz olması faktını

$$q_1^2 = q_2^2 = 0 \quad (2.9.72)$$

nəzərə almaqla κ_1 parametrini aşağıdakı kimi vermək olar:

$$\kappa_1 = \frac{(p_+ + p_-)^2}{4m^2} = \frac{(p_+ p_-)}{2m^2} + \frac{1}{2}. \quad (2.9.73)$$

(2.9.70) və (2.9.60) düsturlarından istifadə etməklə elektron-pozitron cütünün ikifotonlu annihilyasiyası prosesinin effektiv kəsiyi üçün

$$\sigma_a = \frac{\sigma_p}{2v^2} = \pi_0^2 \frac{1-v^2}{4v^2} \left[(3-v^4) \ln \frac{1+v}{1-v} - 2v(2-v^2) \right]. \quad (2.9.74)$$

düsturu alınır.

Qeyri-relyativistik halda ($v \ll 1$) baxılan prosesin effektiv

kəsiyi sadə şəklə malik olur:

$$\sigma_a = \frac{\pi_0^2}{2v}. \quad (2.9.75)$$

Bu düstur $v \leq \alpha$ olan halda tətbiq olunmur.
Laborator sistemdə

$$\vec{p}_- = 0, \quad \vec{v}_- = 0 \quad (2.9.76)$$

olduğuna görə

$$2v = v_+ \quad (2.9.77)$$

münasibəti alınır. Burada v_+ – pozitronun sürətidir.

Ultrarelyativistik limit halında ($1 - v^2 \ll 1$) effektiv kəşik üçün

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \pi_0^2 (1 - v^2) \left(\ln \frac{2}{1 - v} - 1 \right) = \frac{\pi_0^2}{2\gamma^2} (\ln 4\gamma^2 - 1) \quad (2.9.78)$$

düsturu doğrudur. Burada

$$\gamma = (1 - v^2)^{1/2} = \frac{\mathcal{E}}{m} \quad (2.9.79)$$

və

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_+ = \mathcal{E}_- \quad (2.9.80)$$

ətalət mərkəzi sistemində cütün enerjisidir.

Laborator sistemdə ($\bar{p}_- = 0, \varepsilon_+ \gg m$) elektron-pozitron cütünün ikifotonlu annihilyasiyası prosesinin effektiv kəsiyi üçün

$$\sigma_a = \pi_0^2 \frac{m}{\varepsilon_+} \left(\ln \frac{2\varepsilon_+}{m} - 1 \right) \quad (2.9.81)$$

düsturu alınır.

§2.10. Optik teorem

S – matris operatorunun ümumi unitarlıq şərtindən

$$S^+ S = I \quad (2.10.1)$$

nəticə olaraq alınır ki, $|i\rangle$ başlanğıc halından $|f\rangle$ son halına keçidin

$$\langle f | S | i \rangle = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta(\sum p_i - \sum p_f) T_{fi} \quad (2.10.2)$$

matris elementi

$$\sum_f |\langle f | S | i \rangle|^2 = 1 \quad (2.10.3)$$

normallaşma şərtini ödəyir. Burada T_{fi} – prosesin amplitududur. (2.10.2) bərabərliyini daha açıq şəkildə

$$\sum_f \langle i | S | f \rangle \langle f | S | i \rangle = 1 \quad (2.10.4)$$

yazmaq olar.

İndi isə (2.10.1) şərtini

$$\sum_f \langle i | S^+ | f \rangle \langle f | S | i' \rangle = \delta_{ii'} \quad (2.10.5)$$

şəklində yazmaq. (2.10.5) ifadəsini matris elementinin (2.10.2) düsturu ilə verilən ifadəsində yerinə yazdıqda

$$T_{ii'} - T_{ii'}^* = i(2\pi)^4 \sum_f \delta(\sum p_i - \sum p_f) T_{fi}^* T_{fi} \quad (2.10.6)$$

münasibəti alınır. Bu münasibətin köməyi ilə proseslərin ehtimallarını və ya effektiv kəsiklərini təyin etmək mümkündür.

$i = i'$ olan hala baxaq. Bu halda prosesin T_{ii} amplitudu elastik səpilməni xarakterizə edir, yəni sistemin halı dəyişmir.

$T_{ii} = T_{ii}^*$ münasibətindən istifadə edərək (2.10.6) ifadəsini

$$2 \operatorname{Im} T_{ii} = (2\pi)^4 \sum_f |T_{fi}|^2 \delta(\sum p_i - \sum p_f) \quad (2.10.7)$$

şəklində yazmaq olar. (2.10.7) bərabərliyinin sol tərəfində sistemin halının dəyişmədiyi $|i\rangle \rightarrow |i\rangle$ elastik prosesinin amplitudunun xəyali hissəsi durur. (2.10.7) bərabərliyinin sağ tərəfində isə sistemin $|i\rangle$ başlanğıc halından $|f\rangle$ son halına keçidinin vuruq dəqiqliyi ilə tam ehtimalı dayanır. Sistemin $|i\rangle$ başlanğıc halından $|f\rangle$ son halına keçidinin ehtimalı

$$w_{fi} = (2\pi)^4 \delta(\sum p_i - \sum p_f) |T_{fi}|^2 V \quad (2.10.8)$$

ilə (2.10.7) düsturunun müqayisəsindən

$$2 \operatorname{Im} T_{ii} = \frac{1}{V} \sum_f w_{fi} \quad (2.10.9)$$

münasibəti alınır. Tam effektiv kəsiklə tam ehtimal arasındakı

$$\sigma_{tam} = \frac{w_{fi}}{j} \quad (2.10.10)$$

ifadəsindən istifadə etməklə (2.9.9) düsturundan tam effektiv kəsiyin düsturu alınır:

$$\sigma_{tam} = \frac{2V}{j} \operatorname{Im} T_{ii} \quad (2.10.11)$$

(2.10.10) və (2.10.11) ifadələrində j – zərrəciklər selinin sıxlığıdır.

(2.10.9) düsturunun fiziki mənası ondan ibarətdir ki, prosesin amplitudunun diaqonal elementinin xəyali hissəsinin iki misli prosesin vahid həcmdəki tam ehtimalına bərabərdir. (2.10.11) düsturu prosesin $|i\rangle$ başlanğıc halından $|f\rangle$ son halına keçidinin tam effektiv kəsiyini sistemin halını dəyişməyən sıfır bucağı altında elastik səpilmənin amplitudunun xəyali hissəsi ilə əlaqələndirir. (2.10.11) düsturuna uyğun bu nəticə və ya (2.10.9) düsturunun mahiyyəti *optik teoremi* ifadə edir.

§2.11. Törədici funksional

Funksional fəzada arqumenti $f(x)$ funksiyası olan $F[f]$ funksionalına baxaq. Konkretlik üçün sonlu sayda $f_i = f(x_i)$ dəyişənlərinə baxaq. Burada $i = 1, 2, \dots, k$ olduğunu nəzərə al-

saq,

$$f_i = f_1, f_2, \dots, f_k \quad (2.11.1)$$

və ya

$$f(x_i) = f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_k) \quad (2.11.2)$$

olar. *Törədici funksional* dedikdə elə $F[f]$ funksionalı başa düşülür ki, onun $f(x)$ dəyişəninə görə funksional törəməsi tədqiq olunan funksiyaların dəstini vermiş olsun. Törədici funksionalı formal olaraq aşağıdakı sıra şəklində daxil etmək olar:

$$F[f(x)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int dx_1 \dots \int dx_n F_n(x_1, \dots, x_n) f(x_1) \dots f(x_n). \quad (2.11.3)$$

$\frac{\partial}{\partial f_i}$ xüsusi törəmələrinin əvəzinə $\frac{\delta}{\mathcal{F}(x)}$ funksional törəmələrindən istifadə edəcəyik. $\frac{\delta}{\mathcal{F}(x_i)}$ funksional törəmələrinin bəzi xassələrini nəzərdən keçirək:

$$\frac{\delta}{\mathcal{F}(x)} 1 = 0, \quad (2.11.4)$$

$$\frac{\delta}{\mathcal{F}(x)} f(x') = \delta(x - x'). \quad (2.11.5)$$

(2.11.6) ifadəsindəki əmsal rolunu oynayan F_n funksiyalarını $F[f]$ funksionalının funksional törəməsi kimi vermək olar:

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\delta}{\delta f(x_1)} \dots \frac{\delta}{\delta f(x_n)} F[f] \Big|_{f=0}. \quad (2.11.6)$$

Burada $F[f]$ funksionalı $F_n(x_1, \dots, x_n)$ funksiyaları üçün törədicı funksional adlanır.

Əgər sərbəst sahənin törədicı funksionalı məlumdursa, onda bütün $G_n(x_1, \dots, x_n)$ Qrin funksiyaları törədicı funksionalın diferensiasıllanması yolu ilə tapıla bilər. Məsələn, aşağıdakı şəkildə verilmiş törədicı funksionala baxaq:

$$T[j(x)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int dx_1 \dots dx_n G_n(x_1, \dots, x_n) j(x_1) \dots j(x_n). \quad (2.11.7)$$

Onda n -nöqtəli Qrin funksiyasını tapmaq üçün (2.11.7) ifadəsi ilə verilən törədicı funksionalın n -tərtibli funksional törəməsini almaq lazımdır:

$$G_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = (-i)^n \frac{\delta^n}{\delta f(x_1) \dots \delta f(x_n)} T[j(x)] \Big|_{j=0}. \quad (2.11.8)$$

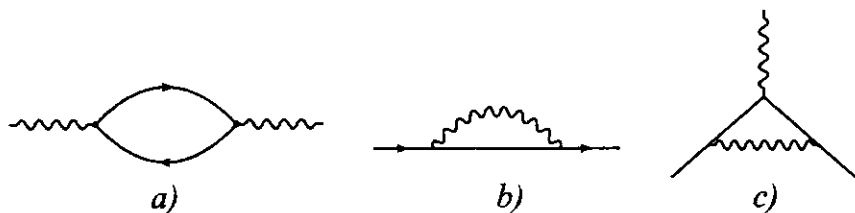
Sonrakı paraqraflarda görəcəyik ki, uyğun törədicı funksionalın diferensiasıllanması yolu ilə zirvə funksiyasını da tapmaq olur. Funksional arqumenti Φ olan $W[\Phi]$ funksionalı güclü əlaqəli zirvə funksiyaları üçün törədicı funksionaldır:

$$\Gamma_{1, \dots, n}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\delta^n W[\Phi]}{\delta \Phi_1(x_1) \dots \delta \Phi_n(x_n)}. \quad (2.11.9)$$

§2.12. Kvant elektrodinamikasında tam Qrin funksiyaları. Dayson tənlikləri. Uord eyniliyi

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin yüksək tərtibli yaxınlaşmalarında elektron və fotonların iştirakı ilə gedən proseslərdə ortaya çıxan effektlərə ümumi halda baxaq. Bu effektlər elektron və fotonların hərəkətinə *radiasiya əlavələri* adlanır.

Kvant elektrodinamikasında müxtəlif proseslərə uyğun gələn Feynman diaqramlarında üç tip ümumi strukturlu bloka rast gəlinir: foton məxsusi energetik diaqramı, elektron məxsusi energetik diaqramı və zirvə diaqramı. Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin birinci yaxınlaşmasında bu diaqramlar şəkil 18-də göstəriləndiyi kimidir.



Şəkil 18

Şəkil 18-dəki a) diaqramı foton məxsusi energetik diaqramına, b) diaqramı elektron məxsusi energetik diaqramına, c) diaqramı isə zirvəyə əlavə diaqramına uyğun gəlir.

Əgər diaqramın hər hansı bir hissəsi onun digər hissələri ilə yalnız iki foton xətti vasitəsilə birləşibsə, onda diaqramın həmin hissəsinə *foton məxsusi energetik diaqramı* deyilir.

Əgər diaqramın hər hansı bir hissəsi onun digər hissələri ilə yalnız iki elektron xətti vasitəsilə birləşibsə, onda diaqramın həmin hissəsinə *elektron məxsusi energetik diaqramı* deyilir.

Zirvəyə əlavə diaqramı ixtiyari diaqramın digər hissələri ilə

yalnız iki elektron xətti və bir foton xətti vasitəsilə birləşir.

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin daha yüksək tərtibli yaxınlaşmalarında radiasiya əlavələrini əks etdirən diaqramların sayı artır və onlar mürəkkəbləşir. Məsələn, həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin daha yüksək tərtibli yaxınlaşmalarını əks etdirən elektron məxsusi energetik diaqramı şəkil 19-da təsvir edilmişdir.

$$\frac{e^2 \Sigma_2}{i} + \frac{e^4 \Sigma_4}{i} + \dots = \frac{\Sigma}{i}$$

Şəkil 19

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin daha yüksək tərtibli yaxınlaşmalarında mürəkkəb diaqramları kompakt və kompakt olmayan diaqramlara ayırmaq qəbul edilmişdir. Əgər foton məxsusi energetik diaqramını yalnız bir foton xətti ilə birləşmiş hissələrə ayırmaq mümkün olmazsa, onda belə diaqrama *kompakt foton məxsusi energetik diaqramı* deyilir.

Əgər elektron məxsusi energetik diaqramını yalnız bir elektron xətti ilə birləşmiş hissələrə ayırmaq mümkün olmazsa, onda belə diaqrama *kompakt elektron məxsusi energetik diaqramı* deyilir. Əgər zirvə diaqramını öz aralarında yalnız elektron və ya foton xətti ilə birləşmiş hissələrə ayırmaq mümkün deyilsə, belə diaqram *kompakt zirvə diaqramı* adlanır.

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin daha yüksək tərtibli yaxınlaşmalarında mürəkkəb diaqramlar həm də götürilən və götürilə bilməyən diaqramlara ayrılır. Öz daxilində məxsusi energetik diaqramlara və zirvə diaqramlarına malik olan mürəkkəb diaqrama *gətirilə bilən diaqram* deyilir. Öz daxilində məxsusi ene-

rgetik diaqramlara və zirvə diaqramlarına malik olmayan diaqrama *gətirilə bilməyən diaqram* deyilir.

Əgər diaqramın daxili xətləri boyunca hərəkət edərək onun ixtiyari zirvəsindən istənilən başqa bir zirvəsinə düşmək mümkündürsə, onda belə diaqram *əlaqəli diaqram* adlanır. Əks halda diaqram *əlaqəsiz diaqram* adlanır. Əgər diaqramın ixtiyari bir daxili xəttinin qırılmasından və ya kəsilməsindən sonra həmin diaqram əlaqəli diaqram kimi qalırsa, onda belə diaqram *güclü əlaqəli diaqram* və ya *birzərrəcikli gətirilməyən diaqram* adlanır.

Kvant sahə nəzəriyyəsində birzərrəcikli (iki nöqtəli) tam Qrin funksiyası

$$G(x_1, x_2) = i \frac{\langle 0 | T \{ u_1(x_1) u_2(x_2) \} S | 0 \rangle}{\langle 0 | S | 0 \rangle} \quad (2.12.1)$$

kimi təyin edilir. Burada $u_1(x_1)$ və $u_2(x_2)$ operatorları qarşılıqlı təsir təsvirindədir. Çoxzərrəcikli və ya n -nöqtəli tam Qrin funksiyası aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$G_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = i \frac{\langle 0 | T \{ u_1(x_1) u_2(x_2) \dots u_1(x_1) \} S | 0 \rangle}{\langle 0 | S | 0 \rangle} \quad (2.12.2)$$

Məsələn, kvant elektrodinamikasında elektronun birzərrəcikli (iki nöqtəli) tam Qrin funksiyası

$$G(x, y) = -i \frac{\langle 0 | T \{ \psi_i^{\text{int.}}(x) \bar{\psi}_k^{\text{int.}}(y) \} S | 0 \rangle}{\langle 0 | S | 0 \rangle} \quad (2.12.3)$$

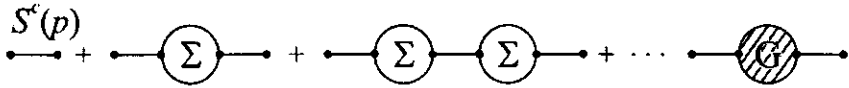
kimi təyin edilir. Burada «int.» işarəsi operatorların qarşılıqlı

təsir təsvirində götürüldüyünü göstərir.

Elektronun tam Qrin funksiyasına aşağıdakı kimi tərif vermək olar.

İxtiyari diaqramda bütün mümkün elektron məxsusi enerji diaqramlarının nəzərə alınması ilə götürülmüş hər hansı daxili elektron xəttinə uyğun gələn funksiya *elektronun tam Qrin funksiyası* adlanır.

Elektronun tam Qrin funksiyasında bütün uyğun radiasiya əlavələri nəzərə alınmış olur. Elektronun tam Qrin funksiyası qrafik olaraq şəkil 20-də göstərilmişdir.



Şəkil 20

Şəkil 20-də $S^c(p)$ – həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin propaqatoru olub, *elektronun Qrin funksiyası* adlanır. Şəkil 20-də Σ ilə kütlə operatoru işarə edilmişdir. Kütlə operatoru diaqramın giriş və çıxışına uyğun gələn p_1 və p_2 impulslarının funksiyasıdır. Digər tərəfdən

$$p_1 + p_2 = 0 \quad (2.12.4)$$

olduğuna görə

$$-p_1 = p_2 = p \quad (2.12.5)$$

yazmaq olar və kütlə operatoruna p impulsunun və α incə quruluş sabitinin funksiyası kimi baxmaq olar:

$$\Sigma = \Sigma(p, \alpha). \quad (2.12.6)$$

α parametru olduğuna görə

$$\Sigma = \Sigma(p) \quad (2.12.7)$$

kimi də yazıla bilər.

Elektronun tam Qrin funksiyasını riyazi olaraq aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$G(p) = S^c(p) + S_c(p) \Sigma(p) G(p). \quad (2.12.8)$$

Şəkil 20-dən istifadə edib aşağıdakı bərabərliyi yazmaq olar:

$$\frac{S^c}{i} + \frac{S^c}{i} \cdot \frac{\Sigma}{i} \cdot \frac{S^c}{i} + \frac{S^c}{i} \cdot \frac{\Sigma}{i} \cdot \frac{S^c}{i} \cdot \frac{\Sigma}{i} \cdot \frac{S^c}{i} + \dots = \frac{G}{i}. \quad (2.12.9)$$

Elektronun həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin propaqatoru kimi baxdığınız Qrin funksiyasının

$$S^c = \frac{1}{m - \hat{p}} \quad (2.12.10)$$

aşkar ifadəsindən istifadə etməklə (2.12.9) bərabərliyindən

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i(m - \hat{p})} + \frac{1}{i(m - \hat{p})} \cdot \frac{\Sigma}{i} \cdot \frac{1}{i(m - \hat{p})} + \\ & + \frac{1}{i(m - \hat{p})} \cdot \frac{\Sigma}{i} \cdot \frac{1}{i(m - \hat{p})} \cdot \frac{\Sigma}{i} \cdot \frac{1}{i(m - \hat{p})} + \dots = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{i}{\hat{p}-m} \left(1 + \Sigma \frac{1}{\hat{p}-m} + \Sigma \frac{1}{\hat{p}-m} \Sigma \frac{1}{\hat{p}-m} + \dots \right) = \\
&= \frac{i}{\hat{p}-m} \left(1 - \frac{\Sigma}{\hat{p}-m} \right)^{-1} = \frac{i}{\hat{p}-m - \Sigma(p)} \quad (2.12.11)
\end{aligned}$$

alınır. (2.12.9) və (2.12.11) ifadələrinin müqayisəsi elektronun tam Qrin funksiyasını verir

$$G(p) = \frac{1}{m + \Sigma(p) - \hat{p}}. \quad (2.12.12)$$

Tərs matrislər vasitəsilə (2.12.8) tənliyini

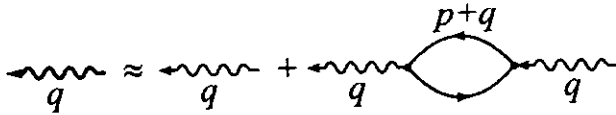
$$[G(p)]^{-1} = [S^e(p)]^{-1} - \Sigma(p). \quad (2.12.13)$$

(2.12.8) və ya (2.12.13) şəklində yazılmış tənlik **elektronun tam Qrin funksiyası üçün Dayson tənliyi** adlanır.

Elektronun bəzərrəcikli (iki nöqtəli) Qrin funksiyasına oxşar olaraq fotonun bəzərrəcikli (iki nöqtəli) tam Qrin funksiyası aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\tilde{D}_{\mu\nu}(x, y) = i \frac{\langle 0 | T \{ A_{\mu}^{\text{int.}}(x) A_{\nu}^{\text{int.}}(y) \} S | 0 \rangle}{\langle 0 | S | 0 \rangle}. \quad (2.12.14)$$

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin ikinci yaxınlaşmasında fotonun tam Qrin funksiyası şəkil 21-dəki diaqramlarla müəyyən edilir.



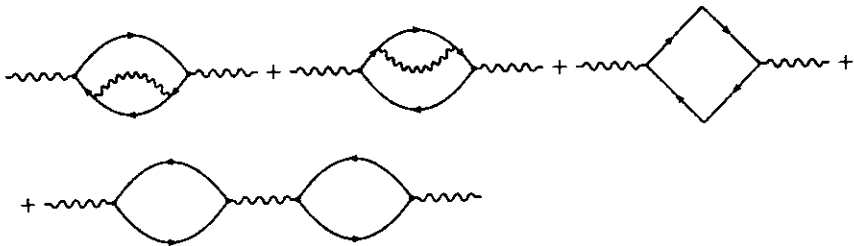
Şəkil 21

Şəkil 21-dəki diaqramdan istifadə etməklə və koordinat təsvirindən impuls təsvirinə keçməklə fotonun tam Qrin funksiyasını yazmaq olar:

$$\tilde{D}_{\mu\nu}(q) \approx D_{\mu\nu}(q) + ie^2 D_{\mu\lambda}(q) \int \text{Sp} \gamma^\lambda G(p+q) \gamma^\rho G(p) \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} D_{\rho\nu}(q) \quad (2.12.15)$$

Burada $D_{\mu\nu}(q)$ – sərbəst fotonun Qrin funksiyası adlanır.

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin $\sim e^4$ ilə mütənasib hədləri dəqiqliyi ilə olan yaxınlaşmasında fotonun tam Qrin funksiyasına şəkil 22-də göstərilmiş diaqramlar pay vermiş olacaq.

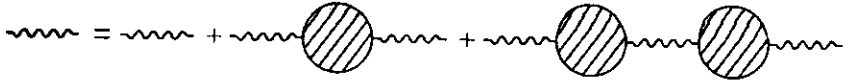


Şəkil 22

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin yuxarı yaxınlaşmalarını da nəzərə almaqla bütün kompakt foton məxsusi energetik diaqramlarının verdiyi payın cəmini $i\mathcal{P}_{\mu\nu}/4\pi$ ilə işarə etmək olar.

Bu halda fotonun tam Qrin funksiyası $\tilde{D}_{\mu\nu}(q)$ şəkil 23-də gös-

tərilmiş kompakt hissələrin sırası kimi verilir:



Şəkil 23

Şəkil 23-də hər bir ştrixlənmiş dairəciyə $i\mathcal{P}_{\mu\nu}/4\pi$ qarşı qoyulur. Şəkildə göstərilmiş sıra riyazi olaraq aşağıdakı kimi göstərilə bilər:

$$\begin{aligned}\tilde{D} &= D + D \frac{\mathcal{P}}{4\pi} D + D \frac{\mathcal{P}}{4\pi} D \frac{\mathcal{P}}{4\pi} D + \dots \\ &= D \left\{ 1 + \frac{\mathcal{P}}{4\pi} \left[D + D \frac{\mathcal{P}}{4\pi} D + \dots \right] \right\}\end{aligned}\quad (2.12.16)$$

Kvadrat mütərizədəki həddi yenidən \tilde{D} ilə işarə etmək olar. Onda (2.12.16) düsturunda buraxılmış tenzor indekslərini bərpa etməklə həmin düsturu

$$\tilde{D}_{\mu\nu}(q) = D_{\mu\nu}(q) + D_{\mu\lambda}(q) \frac{\mathcal{P}^{\lambda\rho}(q)}{4\pi} \tilde{D}_{\rho\nu}(q) \quad (2.12.17)$$

şəklində yazmaq olar. Sonuncu tənliyi soldan D^{-1} -ə, sağdan isə \tilde{D}^{-1} -ə vurmaqla

$$\tilde{D}_{\mu\nu}^{-1} = D_{\mu\nu}^{-1} - \frac{\mathcal{P}_{\mu\nu}}{4\pi} \quad (2.12.18)$$

tənliyi alınır. (2.12.17) və ya (2.12.18) şəklində yazılmış tənlik

fotonun tam Qrin funksiyası üçün Dayson tənliyi adlanır. $\tilde{D}_{\mu\nu}$ və $D_{\mu\nu}$ funksiyalarının ümumi şəkli aşağıdakı kimidir:

$$\tilde{D}_{\mu\nu}(q) = \tilde{D}(q^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \tilde{D}^{(1)}(q^2) \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}, \quad (2.12.19)$$

$$D_{\mu\nu}(q) = D(q^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + D^{(1)}(q^2) \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}. \quad (2.12.20)$$

(2.12.19) və (2.12.20) ifadələrində birinci hədlər Landau kalibrləşməsinə uyğun gəlir. İkinci hədlərdəki $\tilde{D}^{(1)}(q^2)$ və $D^{(1)}(q^2)$ – ixtiyari kalibrləşmə funksiyalarıdır.

Polyarlaşma operatoru eninə tenzor olub, aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$\mathcal{P}_{\mu\nu} = \mathcal{P}(q^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right). \quad (2.12.21)$$

Burada

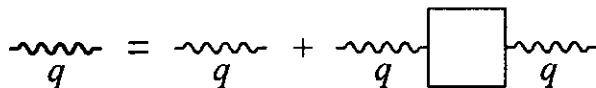
$$\mathcal{P}(q^2) = q^2 - \frac{4\pi}{\tilde{D}} \quad (2.12.22)$$

(2.12.22) ifadəsindən istifadə etməklə $\tilde{D}(q^2)$ üçün aşağıdakı doğru ifadəni yazmaq olar:

$$\tilde{D}(q^2) = \frac{4\pi}{q^2 \left[1 - \frac{\mathcal{P}(q^2)}{q^2} \right]}. \quad (2.12.23)$$

Polyarlaşma operatoru ilə yanaşı başqa bir köməkçi $\Pi_{\mu\nu}(q)$ funksiyasından da istifadə olunur. $\Pi_{\mu\nu}(q)$ funksiyası *fotonun məxsusi energetik funksiyası* adlanır.

Kompakt diaqramlar da daxil olmaqla bütün məxsusi energetik foton hissələrinin cəmi $i\Pi_{\mu\nu}/4\pi$ ilə müəyyən edilir. Bu cəmi diaqramda kvadratla işarə etməklə fotonun tam Qrin funksiyasını şəkil 24-dəki kimi təsvir edək.



Şəkil 24

Şəkil 24-dəki diaqramlardan istifadə edərək fotonun tam Qrin funksiyasını fotonun məxsusi energetik funksiyası vasitəsilə yazmaq olar:

$$\tilde{D}_{\mu\nu} = D_{\mu\nu} + D_{\mu\lambda} \frac{\Pi^{\lambda\rho}}{4\pi} D_{\rho\nu}. \quad (2.12.24)$$

Fotonun məxsusi energetik funksiyası üçün aşağıdakı ifadə doğrudur:

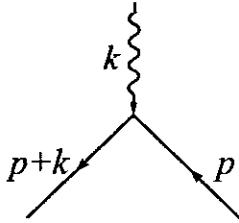
$$\Pi_{\mu\nu}(q^2) = \Pi(q^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right). \quad (2.12.25)$$

Burada

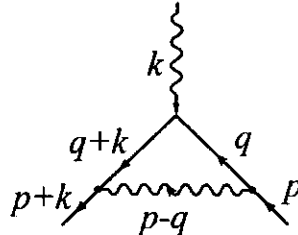
$$\Pi(q^2) = \frac{\mathcal{P}(q^2)}{1 - \frac{\mathcal{P}(q^2)}{q^2}}. \quad (2.12.26)$$

İndi isə zirvə diaqramlarına baxaq. Ən sadə zirvə diaqramı şəkil 25-də verilmişdir.

Növbəti zirvə diaqramı üçüncü tərtib kəmiyyətlər dəqiqliyi ilə verilən diaqramdır (şəkil 26).



Şəkil 25



Şəkil 26

Zirvə funksiyası və ya zirvə operatoru ən sadə zirvə diaqramı da daxil olmaqla bütün zirvə diaqramlarının çoxluğunun cəminə qarşı qoyulan kəmiyyətdir. Zirvə funksiyası və ya zirvə operatoru adətən Γ^μ ilə işarə edilir.

Şəkil 26-dəki diaqramdan istifadə etməklə üçüncü tərtib zirvə funksiyasını aşağıdakı ifadə ilə vermək olar:

$$\Gamma^\mu(p, k) = \frac{ie^2}{(2\pi)^4} \int dq D(p-q) \gamma^\nu S^c(q+k) \gamma^\mu S^c(q) \gamma_\nu =$$

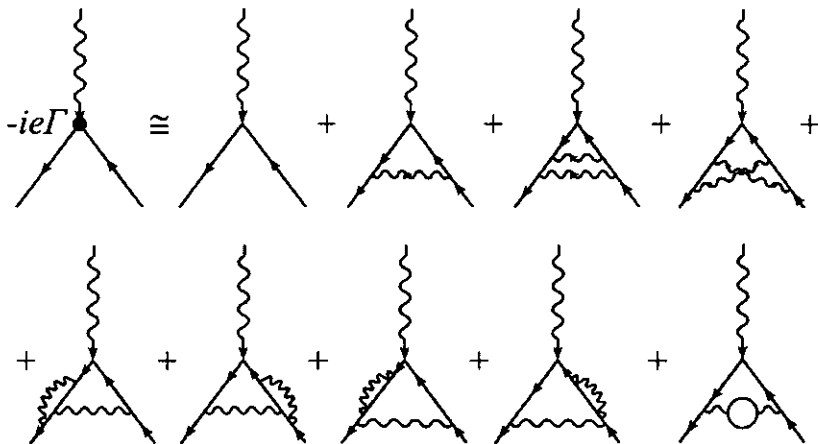
$$= \frac{e^2}{(2\pi)^4} i \int \frac{dq}{(p-q)^2 + i\epsilon} \gamma^\nu \frac{\hat{q} + \hat{k} - m}{(q+k)^2 - m^2} \gamma^\mu \frac{\hat{q} + m}{q^2 - m^2} \gamma_\nu. \quad (2.12.27)$$

Beşinci tərtib kəmiyyətlər dəqiqliyi ilə zirvə operatorunun bütün diaqramlarını verək (şəkil 27).

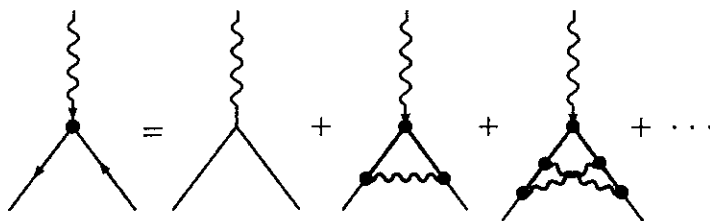
Şəkil 27-də təqribi bərabərliyin sağ tərəfindəki sadə zirvədən başqa qalan diaqramlardan yalnız ikincisi və dördüncüsü götürülməyən diaqramdır. Təqribi bərabərliyin sağ tərəfindəki yeddinci, səkkizinci və doqquzuncu diaqramlar məxsusi ene-

rgetik hissələrə malikdir. Üçüncü diaqramda yuxarıdakı foton xəttinə yuxarı zirvəyə olan əlavə kimi baxmaq olar. Beşinci və altıncı diaqramlardakı yan foton xətlərinə isə yan zirvələrə olan əlavələr kimi baxmaq olar.

Gətirilməyən diaqramlardakı daxili xətləri tünd xətlərlə, zirvələri isə qara dairəciklə işarə etməklə bütün zirvə hissələrinin məcmusunu almaq olur (şəkil 28).



Şəkil 27



Şəkil 28

Şəkil 28-dəki diaqrama uyğun gələn bərabərlik Γ^μ zirvə funksiyasına nəzərən integral tənlikdir. Həmin tənliyin sağ tərəfində sonsuz sayda hədlər dayanır.

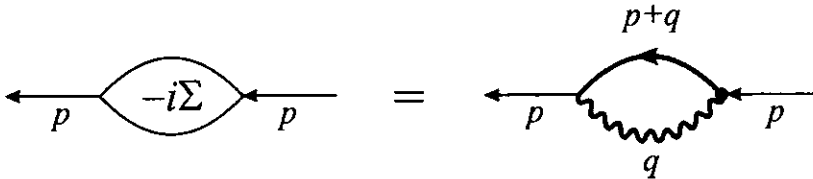
Γ^μ zirvə funksiyası S_{eff} effektiv təsir funksionalının fun-

ksional törəməsi kimi belə təyin edilir:

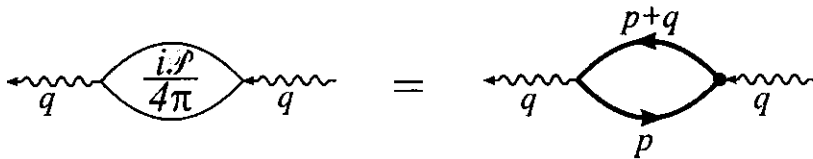
$$\Gamma^\mu = -\frac{1}{e} \frac{\delta^3 S_{\text{eff}}}{\delta \bar{\psi} \delta \psi \delta A_\mu}. \quad (2.12.28)$$

Burada S_{eff} zirvə funksiyası üçün törədici funksional rolunu oynayır.

Bütün kompakt elektron məxsusi energetik diaqramlarının və foton məxsusi energetik diaqramlarının gətirilə bilən və ya gətirilə bilməyən diaqramlar olması baxımından təhlili göstərir ki, yalnız ikinci tərtib diaqramlar gətirilməyən diaqramlardır. Bu fakt kütlə operatorunu və polyarlaşma operatorunu aşağıdakı skelet diaqramlar vasitəsilə təsir etməyə imkan verir (şəkil 29 və 30).



Şəkil 29



Şəkil 30

Zirvə funksiyasından istifadə etməklə kütlə operatorunu və polyarlaşma operatorunu aşağıdakı ifadələrlə vermək olar:

$$\Sigma(p) = [S^c(p)]^{-1} - [G(p)]^{-1} =$$

$$= -\frac{ie^2}{(2\pi)^4} \int \gamma^\nu G(p+q) \Gamma^\mu(p+q, p; q) \tilde{D}_{\mu\nu}(q) d^4q, \quad (2.12.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{P}_{\mu\nu}(q)}{4\pi} &= D_{\mu\nu}^{-1}(q) - \tilde{D}_{\mu\nu}^{-1}(q) = \\ &= \frac{ie^2}{(2\pi)^4} \text{Sp} \int \gamma_\mu G(p+q) \Gamma_\nu(p+q, p; q) \cdot G(p) d^4p, \quad (2.12.30) \end{aligned}$$

(2.12.29) və (2.12.30) münasibətləri **Dayson tənlikləri** adlanır.

$\sum(p)$ operatorunun (2.12.29) ifadəsini (2.12.8) bərabərliyi ilə verilən Dayson tənliyində yerinə yazmaqla **elektronun tam Qrin funksiyası üçün integral Dayson tənliyi** adlanır:

$$\begin{aligned} G(p) &= S^c(p) \left[1 - \frac{ie^2}{(2\pi)^4} \text{Sp} \int \gamma^\nu G(p+q) \Gamma^\mu(p+q, p; q) \times \right. \\ &\quad \left. \times \tilde{D}_{\mu\nu}(q) G(p) d^4q. \right] \quad (2.12.31) \end{aligned}$$

Fotonun tam Qrin funksiyası üçün integral Dayson tənliyi almaqdan ötrü (2.12.30) münasibətini (2.12.17) bərabərliyində yerinə yazmaq lazımdır.

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{\mu\nu}(q) &= D_{\mu\nu}(q) + \frac{ie^2}{(2\pi)^4} D_{\mu\sigma}(q) \times \\ &\times \text{Sp} \int \gamma^\sigma G(p+q) \Gamma^\rho(p+q, p; q) G(p) \tilde{D}_{\rho\nu}(q) d^4p, \quad (2.12.32) \end{aligned}$$

(2.12.31) və (2.12.32) ifadələri ilə verilən Qrin funksiyalarında $\Gamma^\mu(p+q, p; q)$ məchul zirvə funksiyası iştirak edir. Gətirilməyən zirvə diaqramları sonsuz çox olduğuna görə

$\Gamma^\mu(p+q, p; q)$ zirvə funksiyası üçün sadə integral tənlik almaq mümkün deyil. Lakin elektronun tam Qrin funksiyasına uyğun $G^{-1}(p+q)$ və $G^{-1}(p)$ tərs matrisləri üçün

$$G^{-1}(p+q) - G^{-1}(p) = q_\mu \Gamma^\mu(p+q, p; q) \quad (2.12.33)$$

münasibəti doğrudur. Bu bərabərlikdə q impulsunu sıfıra yaxınlaşdırmaqla sonsuz kiçik q_μ impulsu halında bərabərliyin hər iki tərəfindəki əmsalların müqayisəsi

$$\frac{\partial}{\partial p_\mu} G^{-1}(p) = \Gamma^\mu(p, p; 0) \quad (2.12.34)$$

eyniliyini verir. (2.12.34) münasibəti *Uord eyniliyi* adlanır.

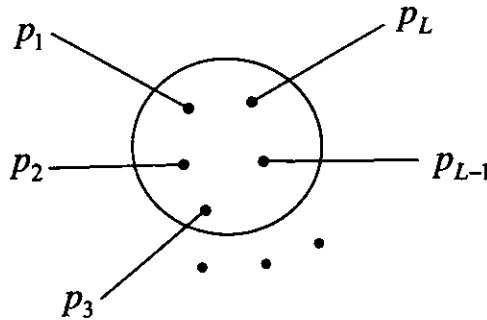
III FƏSİL

DAĞILMALAR VƏ YENİDƏN NORMALANMA

§3.1. Diaqramın dağılma indeksi

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin yuxarı yaxınlaşmalarında proseslərin amplitudlarını hesablayarkən virtual zərrəciklərin böyük impuls oblastlarında dağılan inteqralların olması faktı ortaya çıxır. Amplitudlardakı dağılmalar diaqramlardakı ilgəklər üzrə inteqrallama hesabına ortaya çıxır. İlgəklər üzrə inteqrallayarkən daxili ilgək impulsu üzrə inteqrallama aparılır. Ümumi hala baxaq. Tutaq ki, L sayda xarici xətti və l sayda ilgəyi olan diaqram var. Xarici xətlərin impulslarını p_1, p_2, \dots, p_L ilə, ilgəkdəki daxili impulsları isə k_1, k_2, \dots, k_l ilə işarə edək. Qeyd etmək lazımdır ki, ilgəkdəki k_1, k_2, \dots, k_l daxili impulsları üzrə inteqrallama aparılır.

Haqqında danışdığımız diaqramı şərti olaraq şəkil 31-dəki kimi təsvir etmək olar.



Şəkil 31

Bu diaqrama uyğun gələn amplitud aşağıdakı kimi yazılır:

$$A(p_1, p_2, \dots, p_{L-1}) = \int^{\Lambda} d^k k_1 \dots d^k k_l g(p_1, \dots, p_{L-1}, k_1, \dots, k_l). \quad (3.1.1)$$

Burada mümkün olan dağılımlıqlar hələlik

$$|k_i| \leq \Lambda \quad (3.1.2)$$

impulsları üzrə kəsmə yolu ilə aradan qaldırılır. Burada Λ – *kəsmə impulsu* adlanır.

k_i daxili impulslarının çoxluğunu G ilə işarə edək və belə hesab edək ki, $G(k_i)$ daxili impulslar çoxluğuna daxil olan impulsların bir hissəsi artır:

$$k_i = \nu q_i. \quad (3.1.3)$$

Burada q_i qeyd (fiksə) olunub, ν isə artır. Bu halda g funksiyanın artma dərəcəsinin yuxarı limiti ν -dən asılı funksiya olacaq:

$$|g| \leq \text{const} \cdot \nu^{Q(G)}. \quad (3.1.4)$$

G çoxluğuna aid olan k_i impulsları üzrə inteqrallama nəticəsində

$$\left| \int^{\Lambda} dk_1 \dots dk_n g \right| < \Lambda^{d_n(G)} \ln \Lambda. \quad (3.1.5)$$

alınır. Burada

$$d_4(G) = 4n + Q(G) \quad (3.1.6)$$

G çoxluğuna daxil olan k_i impulsları ($i=1,2,\dots,n$) üzrə *dağılma indeksidir*. Əgər

$$d_D(G) = Dn + Q(G). \quad (3.1.7)$$

Bütün dağılan diaqramlara baxmaq əvəzinə yalnız primitiv (sadə) dağılan diaqramlara baxmaq kifayətdir. Primitiv dağılan diaqramlar o diaqramlardır ki, həmin diaqramlar üzrə yalnız son inteqrallama dağılanlıqlara gətirib çıxarır.

Verilmiş nəzəriyyənin primitiv dağılan diaqramlarının quruluşunu kombinator mühakimələrin köməyi ilə müəyyən etmək olar. Tutaq ki, kvant elektrodinamikasının hər hansı bir diaqramında aşağıdakı elementlər var: V sayda zirvə, I_ψ sayda daxili elektron xətti, I_A sayda daxili foton xətti, E_ψ sayda xarici elektron xətti və E_A sayda xarici foton xətti. İlgəklərin sayını l ilə işarə edib, onu

$$l = I_A + I_\psi - V + 1 \quad (3.1.8)$$

düsturu ilə təyin etmək olar.

D ölçülü fəzaya baxaq. Hər bir daxili fermion xətti məxrəcdəki impulsun birinci dərəcəsinə, hər bir daxili foton xətti isə məxrəcdəki impulsun ikinci dərəcəsinə uyğun pay verir. İmpuls fəzasında həcm elementi Dl dərəcəsinə malik olur. Beləliklə, diaqramın dağılma indeksi

$$d_D = Dl - 2I_A - I_\psi. \quad (3.1.9)$$

Fermion xətlərinin kəsilməzliyini nəzərə alsaq, onlar üçün aşağıdakı ifadəni yazmaq olar:

$$E_{\psi} + 2I_{\psi} = 2V. \quad (3.1.10)$$

Eyni zamanda foton xətləri üçün aşağıdakı ifadəni yazmaq olar:

$$E_A + 2I_A = V. \quad (3.1.11)$$

Doğrudan da hər bir zirvədən yalnız bir foton xətti çıxır. Daxili xətlər isə iki zirvəni əlaqələndirir. (3.1.8), (3.1.10) və (3.1.11) ifadələrini (3.1.9) düsturunda nəzərə almaqla diaqramın dağılma indeksini aşağıdakı kimi vermək olar:

$$\begin{aligned} d_D &= D(I_A + I_{\psi} - V + 1) - 2I_A - I_{\psi} = \\ &= D \left[\frac{3}{2}V - \frac{1}{2}(E_{\psi} + E_A) - V + 1 \right] - \left[2V - E_A - \frac{1}{2}E_{\psi} \right] = \\ &= D - \frac{1}{2}(D-1)E_{\psi} - \frac{1}{2}(D-2)E_A + \left(\frac{1}{2}D - 2 \right)V. \quad (3.1.12) \end{aligned}$$

$D = 4$ olan halda kvant elektrodinamikasında diaqramın dağılma indeksi

$$d_A = 4 - \frac{3}{2}E_{\psi} - E_A \quad (3.1.13)$$

düsturu ilə təyin edilir.

Kvant elektrodinamikasında üç növ primitiv dağılan diaqram var. Elektronun *məxsusi energetik diaqramı* (şəkil 32)

üçün

$$E_{\psi} = 2, E_A = 0. \quad (3.1.14)$$

Bu halda diaqramın dağılma indeksi $d_4 = 1$ olur. Bu zaman ortaya çıxan dağılma *xətti dağılma* adlanır.



Şəkil 32



Şəkil 33

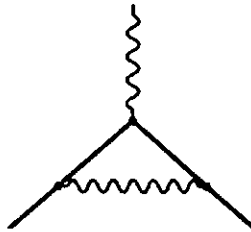
Fotonun polyarlaşma operatorunu təsvir edən diaqram (şəkil 33) üçün

$$E_{\psi} = 0, E_A = 2. \quad (3.1.15)$$

Bu halda diaqramın dağılma indeksi $d_4 = 2$ olur. Bu cür dağılma *kvadratik dağılma* adlanır.

Zirvə funksiyasını təsvir edən Feynman diaqramı (şəkil 34) üçün

$$E_{\psi} = 2, E_A = 1. \quad (3.1.16)$$



Şəkil 34

Bu halda dağılma indeksi $d_4 = 0$ olur. Bu cür dağılma *loqarifmik dağılma* adlanır.

Əgər nəzəriyyədə sadə dağılan diaqramların növü məhdud saydadırsa, onda bu cür nəzəriyyə *yenidən normalanmış nəzəriyyə* adlanır.

Kvant elektrodinamikasında diaqramların gətirilməyən hissələri üçün bütün mümkün dağılma hallarını verək:

- 1) $E_\psi = 2, E_A = 0, d_4 = 1$ – xətti dağılma;
- 2) $E_\psi = 2, E_A = 1, d_4 = 0$ – loqarifmik dağılma;
- 3) $E_\psi = 0, E_A = 0, d_4 = 4$ – dörd tərtibli dağılma;
- 4) $E_\psi = 0, E_A = 1, d_4 = 3$ – kubik dağılma;
- 5) $E_\psi = 0, E_A = 2, d_4 = 2$ – kvadratik dağılma;
- 6) $E_\psi = 0, E_A = 3, d_4 = 1$ – xətti dağılma;
- 7) $E_\psi = 0, E_A = 4, d_4 = 0$ – loqarifmik dağılma.

İndi isə kvant xromodinamikasında dağılma indeksinə baxaq. Qlüonların daxili (xarici) xətlərinin sayını $I_A(E_A)$ ilə, kvarkların daxili (xarici) xətlərinin sayını $I_\psi(E_\psi)$ ilə, «ruh»ların daxili və xarici xətlərinin sayını $I_G(E_G)$ ilə işarə edək. «Ruh»lar diaqramın yalnız daxili hissələrində iştirak edir. Onlar diaqramın xarici hissələrində iştirak etmədiklərinə görə $E_G \equiv 0$ götürülür. Dördqlüonlu zirvələrin sayını V_{A^4} ilə, üçqlüonlu zirvələrin sayını V_{A^3} ilə, kvark-qlüon zirvələrinin sayını V_ψ ilə, qlüon-«ruh» zirvələrinin sayını V_G ilə işarə edək.

Dağılma indeksi

$$d_D = D l - 2I_A - I_\psi - 2I_G + V_{A^3} + V_G \quad (3.1.17)$$

ifadəsi ilə verilir. Kvant xromodinamikasında ilgək üçün tənlik

$$l = I_A + I_\psi + I_G - V_{A^4} - V_{A^3} - V_\psi - V_G + 1 \quad (3.1.18)$$

şəklindədir.

Xarici və daxili kvark xətlərinin sayı ilə kvark-qlüon zirvələrinin sayını əlaqələndirən kombinator tənlik

$$E_\psi + 2I_\psi = 2V_\psi \quad (3.1.19)$$

bərabərliyi ilə verilir. Xarici və daxili qlüon xətlərinin sayı ilə müxtəlif növ zirvələrin sayları arasında aşağıdakı kombinator tənlik doğrudur:

$$E_A + 2I_A = 4V_{A^4} + 3V_{A^3} + V_G + V_\psi. \quad (3.1.20)$$

Daxili «ruh» xətlərinin sayı ilə qlüon-«ruh» zirvələrinin sayı arasında aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$2I_G = 2V_G. \quad (3.1.21)$$

(3.1.18) ifadəsini (3.1.17) düsturunda nəzərə aldıqda dağılma indeksi üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$d_D = D(I_A + I_\psi + I_G - V_{A^4} - V_{A^3} - V_\psi - V_G + 1) - 2I_A - I_\psi - 2I_G + V_{A^3} + V_G. \quad (3.1.22)$$

Daha sonra (3.1.19)-(3.1.21) tənliklərinin köməyi ilə

(3.1.22) tənliyindən daxili xətlərin sayını xaric etməklə kvant xromodinamikasında dağılma indeksi üçün aşağıdakı ümumi düstur alınır:

$$d_D = D + (D-4)V_{A'} + \left(\frac{1}{2}D-2\right)V_{A''} + \left(\frac{1}{2}D-2\right)V_{\psi} + \\ + \left(\frac{1}{2}D-2\right)V_G - \frac{1}{2}(D-2)E_A - \frac{1}{2}(D-1)E_{\psi}. \quad (3.1.23)$$

Fəzanın ölçüsü $D = 4$ olduqda kvant xromodinamikasında diaqramın dağılma indeksi

$$d_4 = 4 - E_A - \frac{3}{2}E_{\psi} \quad (3.1.24)$$

düstru ilə hesablanır. $D = 4$ olan halda kvant xromodinamikasında və kvant elektrodinamikasında diaqramın dağılma indeksi eyni bir düsturla hesablanır. Kvant xromodinamikasında sadə dağılan diaqramların sayı məhdud olduğuna görə güclü qarşılıqlı təsirin kalibrləşmə nəzəriyyəsi olan kvant xromodinamikası yenidən normalanan nəzəriyyədir.

İndi zəif qarşılıqlı təsirin Fermi modelinə baxaq. Kontakt qarşılıqlı təsiri təsvir edən Fermi nəzəriyyəsində yalnız fermion xətləri var. Bu halda ilgək tənliyi

$$l = I_{\psi} - V + 1 \quad (3.1.25)$$

şəklində, zirvə və xətlər üçün olan kombinator tənlik isə

$$E_{\psi} + 2I_{\psi} = 4V \quad (3.1.26)$$

şeklinədir. Bu modelə görə zirvəyə yığılan xətlərin sayı dördə bərabərdir. Fəzanın ölçüsü $D = 4$ olduqda zəif qarşılıqlı təsirin Fermi modelində diaqramın dağılma indeksi

$$d_4 = 4l - I_\psi = 4 + 2V - \frac{3}{2}E_\psi \quad (3.1.27)$$

düsturu ilə verilir. Bu halda dağılma indeksinin düsturuna zirvələrin sayını ifadə edən V daxildir. V sayının artması ilə zirvənin verdiyi payı kompensasiya etmək üçün getdikcə daha çox xarici xətt daxil etmək lazımdır. Bu isə sadə dağılan diaqramların sayını sonsuzluğa qədər artırır. Beləliklə, nəzəriyyə artıq yenidən normalanan olmur.

İndi isə elektrozəif qarşılıqlı təsirin Vaynberq-Salam Qleşou nəzəriyyəsinin yenidən normalananlığına baxaq və bu halda diaqramın dağılma indeksini daxil edək. Qarşılıqlı təsir laqranjiani \mathcal{L} hədlərinin cəmi şəklində verilir. Bu cəmə daxil olan hər bir hədd b_i sayda bozon sahəsinin və f_i sayda fermion sahəsinin hasilidir. Buraya sahələrin δ sayda törəmələri də daxildir. i -ci növ zirvənin indeksini ω_i ilə işarə edək. Onda ω_i indeksini aşağıdakı şəkildə təyin etmək olar:

$$\omega_i = b_i + \frac{3}{2}f_i + \delta_i - 4 = \dim \mathcal{L}_i - 4. \quad (3.1.28)$$

Burada $\dim \mathcal{L}_i$ – laqranjianın kütlə ölçüsüdür. Fermion sahəsinin kütlə ölçüsü olaraq $3/2$, bozon sahəsinin kütlə ölçüsü olaraq 1 götürülür.

Güclü əlaqəli diaqramı Γ ilə işarə edək. Bu diaqramda daxili (xarici) bozon xətlərinin sayını $I_B(E_B)$, daxili (xarici) fermi-

on xətlərinin sayını $I_F(E_F)$ ilə, i -ci növ zirvələrin sayını isə n_i ilə işarə edək. Bu halda aşağıdakı kombinator münasibət doğrudur:

$$E_B + 2I_B = \sum_i n_i b_i. \quad (3.1.29)$$

Fermion xətlərinin sayı və zirvələrin sayı arasında isə

$$E_F + 2I_F = \sum_i n_i f_i \quad (3.1.30)$$

kombinator münasibəti doğrudur.

Γ diaqramının $d(\Gamma)$ dağılma indeksi $D = 4$ olan fəzada

$$d(\Gamma) = \sum_i n_i \delta_i + 2I_B + 3I_F - 4V + 4 \quad (3.1.31)$$

düsturu ilə verilir. Burada

$$V = \sum_i n_i \quad (3.1.32)$$

diaqramdakı zirvələrin tam sayıdır.

(3.1.29) və (3.1.30) ifadələrinin köməyi ilə (3.1.32) düsturundan daxili bozon xətlərinin I_B sayını və daxili fermion xətlərinin I_F sayını xaric etsək və (3.1.28) münasibətini nəzərə alsaq, elektrozəif qarşılıqlı təsirin Vaynberq-Salam-Qleşou nəzəriyyəsində diaqramın dağılma indeksini

$$d(\Gamma) = \sum_i n_i \omega_i - E_B - \frac{3}{2} E_F + 4 \quad (3.1.33)$$

düsturu ilə vermək olar.

Əgər

$$d(\Gamma) \geq 0 \quad (3.1.34)$$

olarsa, onda diaqram sadə şəkildə dağılır. (3.1.33) düsturundan göründüyü kimi, əgər zirvələrin bütün indeksləri üçün

$$\omega_i \leq 0 \quad (3.1.35)$$

olarsa, onda nəzəriyyə yenidən normalanandır.

Vaynberq-Salam-Qleşou nəzəriyyəsində (3.1.35) şərti ödənilməsinə görə bu nəzəriyyə yenidən normalanandır.

§3.2. Yenidən normalanmaların ümumi sxemi

Dağılan diaqramlar halında Feynman qaydaları qeyri-müəyyən riyazi ifadələrə, daha doğrusu, sonsuzluqlara gətirib çıxarır. Belə diaqramlara misal olaraq tərkibində ilgək olan diaqramları göstərmək olar. Diaqramdakı ilgəyin impulsu boyunca inteqrallama həmişə sıfırdan sonsuzluğa qədər aparılır. Belə inteqrallamalar nəticəsində ortaya çıxan sonsuzluqlar hesablamaları mənasız edir. Yenidən normalanma nəzəriyyəsi fiziki müşahidə olunan kəmiyyətlərdən bu cür sonsuzluqların sistemik olaraq ayrılmasına və aradan qaldırılmasına imkan verir. Yenidən normalanmanı həyata keçirmək üçün nizamlama əməliyyatından istifadə olunur. İmpulsların sadə şəkildə kəsilməsi kütlə ölçülü parametrlərin nəzəriyyəyə daxil edilməsinə gətirib çıxarır. Bu isə kalibrləşmə invariantlığını pozur. Kalibrləşmə nəzəriyyəsində yenidən normalanma proqramının birinci şərti isə hesablama prosesində kalibrləşmə invariant-

lığının gözlənilməsidir. $D < 4$ ödənilən aşağı ölçülü fəza-zamana keçdikdə sadə şəkildə dağılan diaqramlar sonlu nəticə verir. Alınmış sonlu ifadələrin $D \rightarrow 4$ halında analitik davranımı yerinə yetirdikdə sadə dağılan diaqramların dağılan hissəsi $(4 - D)^{-1}$ polyusu kimi təyin edilir. Bu polyusları ayırmaq-la sonlu, yenidən nizamlanan ifadələr alınır. Bu əməliyyat *ölçü nizamlanması* adlanır.

Sadə dağılan diaqramların dağılan hissəsi fiziki olaraq müşahidə olunmur. Belə ki, kvant elektrodinamikasında elektron propaqatorunun dağılan hissəsi laqranjiana daxil olan m kütləsini $\Delta m \rightarrow \infty$ qədər dəyişir. Elektronun müşahidə olunan sonlu kütləsi iki sonsuz kəmiyyətin cəmi kimi təyin edilir:

$$m_R = m + \Delta m. \quad (3.2.1)$$

Kvant elektrodinamikasında olduğu kimi kvant xromodinamikasında da sadə dağılan diaqramların bütün dağılan hissələri sahələrin fiziki baxımdan mənasız yenidən normalanan multiplikativ sabitləri tərəfindən ($Z_i^{1/2}$) udulur. Λ kəsmə impulsu sonsuzluğa yaxınlaşdıqda və ya D ölçüsü 4-ə yaxınlaşdıqda (ölçü nizamlanmasında) bu sabitlər sonsuz olur. Kvant xromodinamikasında üç cür sahə mövcuddur: A_μ – qlüon sahəsi, ψ – kvark sahəsi və φ – ruh sahəsi. Bu sahələrlə uyğun yenidən normalanan $A_\mu^R, \psi^R, \varphi_\mu^R$ sahələri arasında aşağıdakı əlaqə var:

$$A_\mu = Z_A^{1/2} A_\mu^R, \quad (3.2.2)$$

$$\psi = Z_\psi^{1/2} \psi^R, \quad (3.2.3)$$

$$\varphi = Z_{\varphi}^{1/2} \varphi^R \quad (3.2.4)$$

$A_{\mu}^R, \psi^R, \varphi^R$ sahələri artıq sonlu qiymətlər alır. Bu sahələrə uyğun yenidən normalanan Qrin funksiyaları da sonludur. $A_{\mu}^R, \psi^R, \varphi^R$ sahələrinin sonlu qiymətləri və yenidən normalanan sonlu Qrin funksiyaları multiplikativ sabitlər ixtisar olunduqdan sonra alınır. Dağılanlıqların ixtisar olunmasının bu sxemi *multiplikativ yenidən normalanma* adlanır.

Multiplikativ sabitlərdəki dağılanlıqların udulmasından Qrin funksiyalarının sonlu hissələri qeyri-müəyyən qalır. Ona görə də Qrin funksiyalarının birqiymətli verilməsi üçün əlavə olaraq *yenidən normalanan şərtlər* daxil edilir.

§3.3. Qrin funksiyalarının və zirvə funksiyasının yenidən normalanması

Elektronun fiziki (yenidən normalanmış) kütləsi

$$\hat{p} = m_R \quad (3.3.1)$$

şərtini ödəyən elə m_R kütləsinə deyilir ki, kütlənin həmin qiymətində elektronun dəqiq (və ya tam) Qrin funksiyasının

$$G(p) = \frac{1}{\hat{p} - m_R - \Sigma(p)} \quad (3.3.2)$$

məxrəci sıfıra bərabər olsun. Burada $\Sigma(p)$ *kütlə operatoru* adlanır.

Fotonun kütləsi isə

$$q^2 = \lambda^2 \quad (3.3.3)$$

olduqda fotonun dəqiq (və ya tam) Qrin funksiyasının

$$\tilde{D}(q^2) = \frac{1}{q^2 - \lambda_0^2 - \Pi(q^2)} \quad (3.3.4)$$

məxrəcinin sıfıra bərabər olması şərtindən təyin edilir:

$$q^2 = \lambda_0^2 + \Pi(q^2). \quad (3.3.5)$$

$\hat{p} = m_R$ olduqda elektronun dəqiq Qrin funksiyasının məxrəcinin sıfıra bərabər olması şərtindən

$$\hat{p} = m + \Sigma(p) \quad (3.3.6)$$

münasibəti, başqa sözlə,

$$m_R = m + \Sigma(p) \quad (3.3.7)$$

münasibəti alınır. Aşağıdakı

$$\Delta m = m_R - m = \Sigma(p) \quad (3.3.8)$$

ifadəsi ilə təyin edilən fərq elektromaqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsir hesabına elektronun kütləsinə olan əlavəni xarakterizə edir:

$$\Delta m = \frac{3\alpha}{4\pi} m \left(\ln \frac{M_1^2}{m^2} + \frac{1}{2} \right). \quad (3.3.8a)$$

(3.3.7), (3.3.8) və (3.3.8a) ifadələri *elektronun kütləsinin*

yenidən normalanmasını ifadə edir.

Fotonun kütləsinin ortaya çıxması nəzəriyyənin kalibr-
ləşmə invariantlığını pozmuş olardı. Bu baxımdan

$$\lambda^2 = \lambda_0^2 + \Pi(\lambda^2) \quad (3.3.9)$$

bərabərliyində nəinki

$$\lambda_0 = 0 \quad (3.3.10)$$

olmalı, həmçinin

$$\lambda = 0 \quad (3.3.11)$$

olmalıdır. (3.3.10) və (3.3.11) bərabərlikləri onu göstərir ki,

$$\Pi(0) = 0 \quad (3.3.12)$$

olmalıdır.

$\hat{p} \rightarrow m$ şərti ödəndikdə

$$G(p) \approx \frac{Z_2}{\hat{p} - m_R} \quad (3.3.13)$$

propaqatoru polyusa malikdir. Burada Z_2 polyusdakı çıxıqdır.

$q^2 \rightarrow \lambda_R^2$ şərti ödəndikdə

$$\tilde{D}(q^2) = \frac{Z_3}{q^2 - \lambda^2} \quad (3.3.14)$$

propaqatoru polyusa malik olur. Z_3 həmin polyusdakı çıxığı ifadə edir.

Z_2 və Z_3 ədədləri aşağıdakı mühüm fiziki mənaya malikdir. Z_2 və Z_3 nə qədər böyükdürsə, elektronun effektiv fiziki yükü e_R də bir o qədər böyükdür.

Tənliklərə daxil olan ilkin (yenidən normalanmamış və ya «çılpaq») m kütləsinin və e yükünün əvəzinə elektronun real kütləsini m_R və real yükünü e_R daxil etməklə nəzəriyyənin sxemini yenidən qurmaq olar. Bundan sonra fiziki proseslərin m_R və e_R vasitəsilə ifadə olunmuş amplitudları heç bir dağilan inteqrala malik olmayacaq. Bu cür yenidən qurma artıq qeyd etdiyimiz kimi *yenidən normalanma sxemi* adlanır. Qrin funksiyaları və zirvə funksiyası üçün yenidən normalanma sxemi aşağıdakı kimi qurulur. $\Sigma(p)$ və $\Pi(q^2)$ funksiyalarının əvəzinə

$$Z_2^{-1}\Sigma_R(p) = \Sigma(p) - \Sigma(m) - (\hat{p} - m_R)\Sigma'(m_R), \quad (3.3.15)$$

$$Z_3^{-1}\Pi_R(q^2) = \Pi(q^2) - \Pi(\lambda^2) - (q^2 - \lambda^2)\Pi'(\lambda^2) \quad (3.3.16)$$

kəmiyyətləri daxil etmək olar. (3.3.15) ifadəsində ştrix işarəsi Σ funksiyasının m_R arqumentinə görə törəməsini, (3.3.16) ifadəsində ştrix işarəsi isə Π funksiyasının λ^2 arqumentinə görə törəməsidir. (3.3.15) və (3.3.16) ifadələrinə daxil olan Z_2^{-1} və Z_3^{-1} vuruqları aşağıdakı ifadələrdən təyin edilir:

$$Z_2^{-1} = 1 - \Sigma'(m_R), \quad (3.3.17)$$

$$Z_3^{-1} = 1 - \Pi'(\lambda^2) = 1 - \Pi'(0). \quad (3.3.18)$$

Buradan $\Sigma(p)$ və $\Pi(q^2)$ funksiyalarını tapıb, uyğun olaraq, (3.3.2) və (3.3.4) ifadələri ilə təyin edilən tam Qrin funksiyalarının məxrəclərində yerinə yazmaqla

$$G(p) = Z_2 G_R(p), \quad (3.3.19)$$

$$\tilde{D}(q^2) = Z_3 \tilde{D}_R(q^2) \quad (3.3.20)$$

münasibətləri alınır. Burada

$$G_R(p) = \frac{1}{\hat{p} - m_R - \Sigma_R(p)} \quad (3.3.21)$$

elektronun yenidən normalanmış propaqatoru və ya Qrin funksiyası,

$$D_R(q^2) = \frac{1}{q^2 - \lambda^2 - \Pi_R(q^2)} \quad (3.3.22)$$

fotonun yenidən normalanmış propaqatoru və ya Qrin funksiyası adlanır.

Elektronun Qrin funksiyasına e^2 ilə mütənasib hədlər dəqiqliyi ilə olan əlavələri (yəni $\sim \alpha$ dəqiqliklə) nəzərə aldıqda Z_2 üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$Z_2 = 1 - \frac{\alpha}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{M_1^2}{m^2} + \ln \frac{\lambda^2}{m^2} + \frac{9}{4} \right]. \quad (3.3.23)$$

Burada α – incə quruluş sabiti, M_1 – kəsmə parametri, λ – fo-

tonun fiktiv kütləsidir. Bu zaman λ və M_1 parametrləri

$$\lambda \ll m, \quad (3.3.24)$$

$$M_1 \gg m \quad (3.3.25)$$

şərtlərini ödəməlidir.

Vakuumun polyarlaşmasını nəzərə aldıqda Z_3 üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$Z_3 = 1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{M_2^2}{m^2}. \quad (3.3.26)$$

Burada M_2 *kəsmə parametri* adlanır və $M_2 \gg m$ şərtini ödəyir.

Z_3 sabiti elektronun fiziki (yenidən normalanmış) e_R yükünü təyin etməyə imkan verir:

$$e_R^2 = Z_3 e^2. \quad (3.3.27)$$

Bu münasibəti başqa cür belə də yazmaq olar:

$$e_R^2 = e^2 + \delta e^2. \quad (3.3.27a)$$

Burada

$$\delta e^2 = -\frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{M_2^2}{m^2} \quad (3.3.27b)$$

və bu kəmiyyəti elektronun «çılpaq» yükünə mənfi əlavə kimi şərh etmək olar. Bu əlavə elektron-pozitron cütlərinin yükləri tərəfindən «çılpaq» yükün ekranlaşdırılması nəticəsində ortaya çıxır.

İndi isə zirvə funksiyasının

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu + \Lambda_\mu(p, p - k) \quad (3.3.28)$$

yenidən normalanmasına baxaq. Bunun üçün kütlə səthində elektronun 4-ölçülü $p^0 = (\varepsilon_p, \vec{p})$ və $p_1^0 = (\varepsilon_{p_1}, \vec{p}_1)$ impulslarını daxil edək. Burada

$$\vec{p}_1^0 = \vec{p} - \vec{k}, \quad (3.3.29)$$

$$\varepsilon_p = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}, \quad (3.3.30)$$

$$\varepsilon_{p_1} = \sqrt{\vec{p}_1^2 + m^2}, \quad (3.3.31)$$

yəni

$$(p^0)^2 = (p_1^0)^2 = m^2, \quad (3.3.32)$$

$$\hat{p}^0 u(p^0) = mu(p^0), \quad (3.3.33)$$

$$\hat{p}_1^0 u(p_1^0) = mu(p_1^0), \quad (3.3.34)$$

$\Lambda_\mu(p^0, p_1^0)$ operatorunu $\Lambda_\mu^0(p^0, p_1^0)$ ilə işarə edək. Qeyd etmək lazımdır ki, $\Lambda_\mu(p^0, p_1^0)$ operatorunda $\hat{p}^0 = \gamma^\mu p_\mu^0$ və \hat{p}_1^0 matrisləri (3.3.33) və (3.3.34) münasibətləri hesabına m kəmiyyəti ilə əvəz olunmuşdur. $\Lambda_\mu^0(p^0, p_1^0)$ funksiyasının ümumi şəkli aşağıdakı kimidir:

$$\Lambda_{\mu}^0(p^0, p_1^0) = \Lambda(k^2)\gamma_{\mu} - \frac{b(k^2)}{2m}\sigma_{\mu\nu}k^{\nu}. \quad (3.3.35)$$

Burada k və $\sigma_{\mu\nu}$

$$k = p_1^0 - p^0, \quad (3.3.36)$$

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma_{\mu}) \quad (3.3.37)$$

kimi təyin edilir, $\Lambda(k^2)$ və $b(k^2)$ isə k^2 argumentindən asılı olan hər hansı bir funksiyadır.

$p_1^0 = p^0$ olduqda $k = 0$ olur və bu halda

$$\Lambda_{\mu}^0(p^0, p_1^0) = \gamma_{\mu}\Lambda(0). \quad (3.3.38)$$

münasibəti alınır. Bunu nəzərə almaqla (3.3.15) və (3.3.16) münasibətlərinə analogi olaraq

$$Z_1^{-1}\Lambda_{\mu R}(p, p-k) = \Lambda_{\mu}(p, p-k) - \Lambda_{\mu}^0(p^0, p^0). \quad (3.3.39)$$

ifadəsini yazmaq olar. Burada

$$Z_1^{-1} = 1 + \Lambda(0). \quad (3.3.40)$$

(3.3.39) ifadəsindən Λ_{μ} funksiyasını təyin etmək olar:

$$\Lambda_{\mu} = Z_1^{-1}\Lambda_{\mu R} + \gamma_{\mu}\Lambda(0). \quad (3.3.41)$$

Beləliklə, ilkin (yenidən normalanmamış) zirvə funksiyası ilə yenidən normalanmış zirvə funksiyası arasında aşağıdakı münasibəti yazmaq olar:

$$\Gamma_{\mu}(p, p-k) = Z_1^{-1} \Gamma_{\mu R}(p, p-k). \quad (3.3.42)$$

Burada

$$\Gamma_{\mu R}(p, p-k) = \gamma_{\mu} + \Lambda_{\mu R}(p, p-k) \quad (3.3.43)$$

yenidən normalanmış zirvə funksiyasıdır. $k \rightarrow 0$ və $p \rightarrow p^0$ olduqda $\bar{u}(p)\Gamma_{\mu R}u(p-k)$ kəmiyyəti sadə limitə malikdir:

$$\lim_{\substack{k \rightarrow 0 \\ p \rightarrow p^0}} [\bar{u}(p)\Gamma_{\mu R}u(p-k)] = \bar{u}(p^0)\gamma_{\mu}u(p^0). \quad (3.3.44)$$

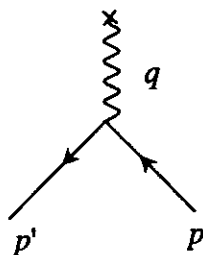
Sonuncu riyazi ifadəni qısa olaraq belə yazmaq olar:

$$\lim_{\substack{k \rightarrow 0 \\ p \rightarrow p^0}} \Gamma_{\mu R} = \gamma_{\mu}. \quad (3.3.45)$$

IV FƏSİL ELEKTRONLARIN QARŞILIQLI TƏSİRİ

§4.1. Xarici sahədə elektronun səpilməsi

Xarici sahədə elektronun səpilməsi həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin birinci yaxınlaşmasında bir diaqramla təsvir edilir (şəkil 35):



Şəkil 35

Birinci tərtib yaxınlaşmada S-matris elementi

$$S_{fi}^{(1)} = -ie \int \bar{\psi}_{p'}(x) \gamma^\mu A_\mu(x) \psi_p(x) d^4x \quad (4.1.1)$$

ifadəsi ilə verilir. Burada $\psi_p(x)$ – başlanğıc haldakı p impuls-
lu elektronun dalğa funksiyası

$$\psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon V}} u(p) e^{-ipx}, \quad (4.1.2)$$

$\bar{\psi}_{p'}(x)$ – son haldakı p' impulsu elektronun dalğa funksiyası

$$\bar{\psi}_{p'}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon'V}} u(p') e^{-ip'x}, \quad (4.1.3)$$

$A_\mu(x)$ – xarici sahənin 4-ölçülü potensialıdır. Burada xarici sahəyə klassik sahə kimi baxılır. Xarici sahənin 4-ölçülü potensialını Furye ayrılışı şəklində göstərmək olar:

$$A_\mu(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int A_\mu(q) e^{-iqx} d^4 q. \quad (4.1.4)$$

4-ölçülü potensialın Furye komponentini

$$A_\mu(q) = \int A_\mu(x) e^{iqx} d^4 x. \quad (4.1.5)$$

şəklində yazmaq olar. (4.1.2)-(4.1.3) ifadələrini S-matris elementində yerinə yazdıqda

$$S_{fi}^{(1)} = -\frac{ie}{2V(\mathcal{E}\mathcal{E}')^{1/2}} \int \bar{u}(p') \gamma^\mu A_\mu(q) u(p) \delta(p+q-p') d^4 q \quad (4.1.6)$$

alınır. δ -funksiyanın köməyi ilə q üzrə inteqrallama apardıqdan sonra gətirilmiş amplituda alınır:

$$A_{fi}^{(1)} = -\bar{u}(p') \gamma^\mu A_\mu(q) u(p). \quad (4.1.7)$$

Burada $q = p' - p$. Qeyd edək ki, ümumi halda gətirilmiş A_{fi} amplitudu ilə S-matrisin ifadəsinə daxil olan T_{fi} amplitudu arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$T_{fi} = \frac{A_{fi}}{\prod_i \sqrt{2\mathcal{E}_i V} \prod_f \sqrt{2\mathcal{E}_f V}}. \quad (4.1.8)$$

Beləliklə, $A_f^{(1)}$ gətirilmiş amplitudu ilə birinci tərtib yaxınlaşmaya uyğun S-matris elementi arasındakı aşağıdakı münasibəti yazmaq olar:

$$S_f^{(1)} = \frac{iA_f^{(1)}}{2V(\mathcal{E}\mathcal{E}')^{1/2}}. \quad (4.1.9)$$

Stasionar xarici sahəyə baxaq. Bu halda

$$A_\mu(x) = A_\mu(\vec{r}) \quad (4.1.10)$$

olur. Digər tərəfdən potensialın 4-ölçülü Furiye komponenti

$$A_\mu(q) = 2\pi\delta(q_0)a_\mu(\vec{q}) \quad (4.1.11)$$

potensialın fəza ayrılışının

$$a_\mu(\vec{q}) = \int A_\mu(\vec{r})e^{-i\vec{q}\vec{r}} d^3x \quad (4.1.12)$$

komponenti vasitəsilə ifadə olunur.

(4.1.11) və (4.1.7) ifadələrinin (4.1.9) ifadəsində nəzərə alınması və

$$q_0 = \mathcal{E}' - \mathcal{E} \quad (4.1.13)$$

münasibəti

$$S_f^{(1)} = \pi i \delta(\mathcal{E}' - \mathcal{E}) \frac{a_f}{V(\mathcal{E}\mathcal{E}')^{1/2}}. \quad (4.1.14)$$

S-matris elementini verir. Burada $a_{\bar{f}}$ – yeni daxil edilən amplituddur və onu $A_a^{(1)}$ ilə işarə edək:

$$A_a^{(1)} = a_{\bar{f}} = -e\bar{u}(p')\gamma^\mu a_\mu(\bar{q})u(p). \quad (4.1.15)$$

Vahid zamandakı keçid ehtimalını tapmaq üçün

$$w = \frac{|\langle f | S | i \rangle|^2}{T} \quad (4.1.16)$$

düsturundan istifadə edək. Burada T – qarşılıqlı təsirin baş verdiyi zaman müddətidir. (4.1.16) düsturunda S -matrisin yerinə $S_{\bar{f}}^{(1)}$ matrisini yazmaq lazımdır. Bu zaman ortaya çıxan $[\delta(\varepsilon' - \varepsilon)]^2$ şəklində vuruğu aşağıdakı kimi çevirmək lazımdır:

$$[\delta(\varepsilon' - \varepsilon)]^2 = \delta(\varepsilon' - \varepsilon) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} e^{i(\varepsilon' - \varepsilon)t} dt = \frac{T}{2\pi} \delta(\varepsilon' - \varepsilon). \quad (4.1.17)$$

Beləliklə, prosesin diferensial ehtimalı üçün

$$dw = 2\pi\delta(\varepsilon' - \varepsilon) |a_{\bar{f}}|^2 \frac{1}{2\varepsilon V} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2\varepsilon'} \quad (4.1.18)$$

ifadəsi alınır. Sonuncu ifadənin hər iki tərəfini

$$j = \frac{v}{V} = \frac{|\vec{p}|}{V\varepsilon} \quad (4.1.19)$$

sel sıxlığına böldükdə səpilmənin diferensial effektiv kəsiyi üçün

$$d\sigma = 2\pi\delta(\varepsilon' - \varepsilon) |a_f|^2 \frac{1}{2|\vec{p}|} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 \cdot 2\varepsilon'} \quad (4.1.20)$$

ifadəsi alınır. (4.1.19) düsturuna daxil olan

$$v = \frac{|\vec{p}|}{\varepsilon} \quad (4.1.21)$$

kəmiyyəti başlanğıc haldakı elektronun sürətidir.

Mühüm əhəmiyyət kəsb edən hallardan biri elektronun Kulon sahəsində səpilməsidir. Kulon sahəsində səpilmə mərkəzinin yükünü Ze ilə işarə edək. Kulon sahəsinə uyğun gələn 4-ölçülü potensial

$$A^\mu(\vec{r}) = \left(\frac{Ze}{r}, 0, 0, 0 \right) \quad (4.1.22)$$

şəklindədir. 4-ölçülü potensialın bu ifadəsini (4.1.12) düsturunda yerinə yazdıqda

$$a^0(\vec{q}) = \frac{4\pi Ze}{\vec{q}^2}, \quad (4.1.23)$$

$$\vec{a}(\vec{q}) = 0 \quad (4.1.24)$$

olduğu alınır. Beləliklə, (4.1.15) ifadəsi ilə verilən $A_a^{(1)} = a_f$ amplitudunu

$$A_a^{(1)} = a_{fi} = -\frac{4\pi Z e^2}{\vec{q}^2} \bar{u}(p') \gamma^0 u(p) \quad (4.1.25)$$

şəklində yazmaq olar.

Polyarlaşmamış elektronların səpilməsinə baxaq. Səpilmə prosesinin amplitudunun modulunun kvadratını elektronun başlanğıc spin halları üzrə ortalamaqla və elektronun son spin halları üzrə cəmləməklə

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{spin}} |a_{fi}|^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi Z e^2}{\vec{q}^2} \right)^2 \text{Sp}[(\not{p} + m) \gamma^0 (\not{p}' + m) \gamma^0] \quad (4.1.26)$$

ifadəsi alınır.

Sonrakı hesablamaları aparmaq üçün

$$\gamma^0 (\not{p}') \gamma^0 = \tilde{\not{p}} \quad (4.1.27)$$

münasibətindən istifadə edək (4.1.27) ifadəsinə daxil olan \tilde{p} işarələməsi

$$\tilde{p} = (\varepsilon', -\vec{p}') \quad (4.1.28)$$

şəklindədir. Burada

$$\varepsilon' = \varepsilon \quad (4.1.29)$$

Aşağıda verilmiş

$$\varepsilon' = \varepsilon \quad (4.1.30)$$

$$p\tilde{p} = \varepsilon^2 + \vec{p}\vec{p}' = \varepsilon^2 + \vec{p}(\vec{p} + \vec{q}) = 2\varepsilon^2 + \vec{p}\vec{q}, \quad (4.1.31)$$

$$\bar{p}\bar{q} = -\frac{\bar{q}^2}{2}, \quad (4.1.32)$$

$$p^2 = m^2 = (q + p)^2 = q^2 + 2qp + m^2, \quad (4.1.33)$$

$$q^2 = -\bar{q}^2, \quad (4.1.34)$$

$$\begin{aligned} qp &= q^0 p^0 - \bar{q}\bar{p} = (p^0 - p^0) p^0 - \bar{q}\bar{p} = \\ &= (m - m) p^0 - \bar{q}\bar{p} = -\bar{q}\bar{p}, \end{aligned} \quad (4.1.35)$$

münasibətlərindən istifadə etməklə

$$\frac{1}{4} \text{Sp}[(\gamma p + m)(\tilde{\gamma}\bar{p} + m)] = m^2 + (\tilde{p}p) = 2\varepsilon^2 - \frac{\bar{q}^2}{2} \quad (4.1.36)$$

münasibəti alınır.

(4.1.26) və (4.1.36) ifadələrini diferensial effektiv kəsiyin düsturunda nəzərə aldıqda

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4(Ze^2)^2 \frac{\varepsilon^2}{\bar{q}^4} \left(1 - \frac{q^2}{4\varepsilon^2} \right) \quad (4.1.37)$$

olduğu alınır. Burada $d\Omega$ – səpilən elektronun \bar{p}' impulsu istiqamətində yönəlmiş cisim bucağı elementidir. Başlanğıc haldakı elektronun \bar{p} impulsu ilə səpilən elektronun \bar{p}' impulsu arasındakı bucağı θ ilə işarə etməklə xarici sahədən elektrona ötürülən impulsun kvadratını hesablamaq olar:

$$\bar{q}^2 = (\bar{p}' - \bar{p})^2 = 4\bar{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (4.1.38)$$

Sonuncu ifadəni alarkən $|\bar{p}'| = |\bar{p}|$ olduğu nəzərə alınmış-

dır. (4.1.38) ifadəsini (4.1.37) düsturunda nəzərə almaqla xarici sahədə elektronun səpilməsinin kəsiyi tapılır:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze}{2|\vec{p}|v} \right)^2 \sin^{-4} \frac{\theta}{2} \left(1 - v^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (4.1.39)$$

Bu düstur xarici sahədə elektronun səpilməsini təsvir edən *Mott düsturudur*. Qeyri-relyativistik halda Mott düsturu klassik Rezerford düsturuna keçir.

§4.2. Elektronun elektrondan səpilməsi

p_1 impulsu elektronun p_2 impulsu elektrondan səpilməsinə baxaq. Bu səpilmə *Möller səpilməsi* adlanır. Səpilmədən sonra elektronların impulslarını, uyğun olaraq, p'_1 və p'_2 ilə işarə edək. 4-ölçülü impulsun saxlanması qanununa görə p_1 , p_2 , p'_1 və p'_2 impulsları aşağıdakı bərabərliyi ödəyir:

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2. \quad (4.2.1)$$

p_1 , p_2 , p'_1 və p'_2 impulslarından düzəldilmiş Mandelstam dəyişənləri aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 2(m^2 + p_1 p_2), \quad (4.2.2)$$

$$t = (p_1 - p'_1)^2 = 2(m^2 - p_1 p'_1), \quad (4.2.3)$$

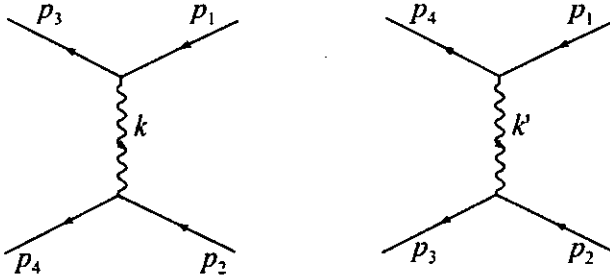
$$u = (p_1 - p'_2)^2 = 2(m^2 - p_1 p'_2), \quad (4.2.4)$$

Məlumdur ki, s , t və u Mandelstam dəyişənləri aşağıdakı

münasibəti ödəyir:

$$s + t + u = 4m^2. \quad (4.2.5)$$

Elektronun elektrondan səpilməsi iki Feynman diaqramı ilə təsvir olunur (şəkil 36).



Şəkil 36

Baxılan prosesin amplitudu aşağıdakı kimi yazılır:

$$\begin{aligned}
 M_{fi} &= 4\pi e^2 \times \\
 &\times \left[\frac{1}{(p_1 - p'_1)^2} (\bar{u}'_2 \gamma^\mu u_2) (\bar{u}'_1 \gamma_\mu u_1) - \frac{1}{(p_1 - p'_2)^2} (\bar{u}'_1 \gamma^\nu u_2) (\bar{u}'_2 \gamma_\nu u_1) \right] = \\
 &= 4\pi e^2 \left[\frac{1}{t} (\bar{u}'_2 \gamma^\mu u_2) (\bar{u}'_1 \gamma_\mu u_1) - \frac{1}{u} (\bar{u}'_1 \gamma^\nu u_2) (\bar{u}'_2 \gamma_\nu u_1) \right] \quad (4.2.6)
 \end{aligned}$$

Polyarlaşmamış zərrəciklər halında bu ifadəni başlanğıc haldakı zərrəciklərin polyarlaşmaları üzrə ortalamalı və son haldakı zərrəciklərin polyarlaşmaları üzrə cəmləməliyik, yəni aşağıdakı əvəzləməni etməliyik:

$$|M_{fi}| \rightarrow 4\pi^2 e^4 \left\{ \frac{1}{t^2} \text{Sp}[(\not{p}'_2 + m) \gamma^\mu (\not{p}_2 + m) \gamma^\nu] \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \text{Sp}[(\mathcal{P}'_1 + m)\gamma_\mu(\mathcal{P}_1 + m)\gamma_\nu] + \frac{1}{u^2} \text{Sp}[(\mathcal{P}'_1 + m)\gamma^\mu(\mathcal{P}_2 + m)\gamma^\nu] \times \\
& \times \text{Sp}[(\mathcal{P}'_2 + m)\gamma_\mu(\mathcal{P}_1 + m)\gamma_\nu] - \frac{1}{tu} \text{Sp}[(\mathcal{P}'_2 + m)\gamma^\mu(\mathcal{P}_2 + m)\gamma^\nu] \times \\
& \times (\mathcal{P}'_1 + m)\gamma_\mu(\mathcal{P}_1 + m)\gamma_\nu] - \frac{1}{tu} \text{Sp}[(\mathcal{P}'_1 + m)\gamma^\mu(\mathcal{P}_2 + m)\gamma^\nu] \times \\
& \times (\mathcal{P}'_2 + m)\gamma_\mu(\mathcal{P}_1 + m)\gamma_\nu]. \tag{4.2.7}
\end{aligned}$$

Ətalət mərkəzi sistemində səpilmənin diferensial effektiv kəsiyi

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi} |M_{fi}|^2 \frac{dt}{I^2} \frac{d\varphi}{2\pi} \tag{4.2.8}$$

ümumi düsturu ilə müəyyən edilir. ε_1 və ε_2 enerjili elektronların səpilməsi halında

$$j = \frac{I}{V\varepsilon_1\varepsilon_2} \tag{4.2.9}$$

selini müəyyən edən və (4.2.8) düsturuna daxil olan 4-ölçülü I skalyarının kvadratı

$$I^2 = \frac{1}{4} [s - (m_1 + m_2)^2][s - (m_1 - m_2)^2] \tag{4.2.10}$$

şəklində təyin edilir. (4.2.10) ifadəsindən asanlıqla 4-ölçülü I invariantının aşağıdakı məlum ifadəsi alınır:

$$I = \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}. \tag{4.2.11}$$

Elektronun elektrondan səpilməsi halında $m_1 = m_2 = m$ olduğuna görə I^2 üçün sadə ifadə alınır

$$I^2 = \frac{1}{4}s(s - 4m^2). \quad (4.2.12)$$

Baxılan səpilmə prosesinin diferensial effektiv kəsiyi φ azimutal bucağından asılı olmadıqda (4.2.8) düsturu aşağıdakı sadə şəkli alır:

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi} |M_{fi}|^2 \frac{dt}{I^2}. \quad (4.2.13)$$

(4.2.7) ifadəsini (4.2.13) düsturunda yerinə yazdıqda diferensial effektiv kəsik üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$d\sigma = \frac{4\pi e^4}{s(s - 4m^2)} [f(t, u) + g(t, u) + f(u, t) + g(u, t)] dt. \quad (4.2.14)$$

Burada

$$f(t, u) = \frac{1}{16t^2} \text{Sp}[(\not{p}'_2 + m)\not{\gamma}^\mu (\not{p}_2 + m)\not{\gamma}^\nu] \times \\ \times \text{Sp}[(\not{p}'_1 + m)\not{\gamma}_\mu (\not{p}_1 + m)\not{\gamma}_\nu], \quad (4.2.15)$$

$$g(t, u) = -\frac{1}{16tu} \text{Sp}[(\not{p}'_2 + m)\not{\gamma}^\mu (\not{p}_2 + m)\not{\gamma}^\nu \times \\ \times (\not{p}'_1 + m)\not{\gamma}_\mu (\not{p}_1 + m)\not{\gamma}_\nu]. \quad (4.2.16)$$

$f(t, u)$ funksiyasının ifadəsində əvvəlcə γ matrislərin hasilinin şpuru (izi) hesablanır. Bunun üçün

$$T^{\lambda\mu\nu\rho} \equiv \frac{1}{4} \text{Sp}(\gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho) = g^{\lambda\mu} g^{\nu\rho} - g^{\lambda\nu} g^{\mu\rho} + g^{\lambda\rho} g^{\mu\nu} \quad (4.2.17)$$

düsturundan istifadə olunur. Daha sonra

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \text{Sp}[(\not{p}_1 + m)\not{\gamma}^\mu(\not{p}_2 + m)\not{\gamma}^\nu = \\ & = g^{\mu\nu}(m^2 - p_1 p_2) + p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu \end{aligned} \quad (4.2.18)$$

düsturundan istifadə etməklə $f(t, u)$ ifadəsində μ və ν indeksləri üzrə cəmləmə aparılır. $g(t, u)$ funksiyasında əvvəlcə μ və ν indeksləri üzrə cəmləmə aparılır. Bunun üçün γ matrislərin məlum xassələrindən istifadə olunur. Nəticədə $f(t, u)$ və $g(t, u)$ funksiyaları üçün aşağıdakı ifadələr alınır:

$$f(t, u) = \frac{2}{t^2} [(p_1 p_2)^2 + (p_1 p_2')^2 + 2m^2(m^2 - p_1 p_1')], \quad (4.2.19)$$

$$g(t, u) = \frac{2}{tu} (p_1 p_2 - 2m^2)(p_1 p_2). \quad (4.2.20)$$

Mandelstam dəyişənlərindən istifadə etməklə $f(t, u)$ və $g(t, u)$ funksiyalarını invariant şəkildə yazmaq olar:

$$f(t, u) = \frac{1}{t^2} \left[\frac{s^2 + u^2}{2} + 4m^2(t - m^2) \right], \quad (4.2.21)$$

$$f(u, t) = \frac{1}{u^2} \left[\frac{s^2 + t^2}{2} + 4m^2(u - m^2) \right], \quad (4.2.22)$$

$$g(t, u) = g(u, t) = \frac{2}{tu} \left(\frac{s}{2} - m^2 \right) \left(\frac{s}{2} - 3m^2 \right). \quad (4.2.23)$$

Beləliklə, Möller səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyi invariant s, t, u Mandelstam dəyişənləri vasitəsilə aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$d\sigma = r_e^2 \frac{4\pi m^2}{s(s - 4m^2)} \left\{ \frac{1}{t^2} \left[\frac{s^2 + u^2}{2} + 4m^2(t - m^2) \right] + \frac{1}{u^2} \left[\frac{s^2 + t^2}{2} + 4m^2(u - m^2) \right] + \frac{4}{tu} \left(\frac{s}{2} - m^2 \right) \left(\frac{s}{2} - 3m^2 \right) \right\} dt. \quad (4.2.24)$$

Burada $r_e = e^2/m (= e^2/mc^2) = 2,818 \cdot 10^{-13}$ sm *elektronun klassik radiusu* adlanır.

Ətalət mərkəzi sistemində Mandelstam dəyişənləri və dt diferensialı aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$s = 4\varepsilon^2, \quad (4.2.25)$$

$$t = -4\bar{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.2.26)$$

$$u = -4\bar{p}^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.2.27)$$

$$-dt = -2\bar{p}^2 d \cos \theta = \frac{\bar{p}^2}{\pi} d\Omega. \quad (4.2.28)$$

(4.2.25) ifadəsinə daxil olan ε kəmiyyəti elektronların

enerjisi, (4.2.26)-(4.2.28)-ə daxil olan $|\vec{p}|$ kəmiyyəti isə onların impulslarının qiymətidir. ε və $|\vec{p}|$ kəmiyyətləri səpilmə zamanı dəyişmir. Yuxarıdakı ifadələrə daxil olan θ kəmiyyəti *səpilmə bucağı* adlanır.

Qeyri-relyativistik hala baxaq. Sürət üçün

$$v \ll 1 \quad (4.2.29)$$

şərti ($\varepsilon \approx m$) və həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin tətbiq oluna bilməsi üçün

$$\frac{e^2}{v} \left(= \frac{e^2}{\hbar v} \right) \ll 1 \quad (4.2.30)$$

şərti ödəndikdə səpilmənin diferensial effektiv kəsiyi üçün

$$d\sigma = r_e^2 \frac{\pi m^4}{\vec{p}^4} \left(\frac{1}{t^2} + \frac{1}{u^2} - \frac{1}{tu} \right) dt \quad (4.2.31)$$

ifadəsi alınır. (4.2.26)-(4.2.28) ifadələrinin (4.2.31) düsturunda nəzərə alınması diferensial effektiv kəsiyi v, θ kəmiyyətləri və cisim bucağının $d\Omega$ diferensialı ilə aşağıdakı şəkildə ifadə etməyə imkan verir:

$$d\sigma = \left(\frac{e^2}{mv^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\cos^4 \frac{\theta}{2}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}} \right) d\Omega, \quad (4.2.32)$$

və ya

$$d\sigma = 4 \left(\frac{e^2}{mv^2} \right)^2 \frac{1 + 3 \cos^2 \theta}{\sin^4 \theta} d\Omega. \quad (4.2.33)$$

Burada

$$\vec{v} = \frac{2\vec{p}}{m} \quad (4.2.34)$$

elektronların nisbi sürətidir.

(4.2.31)-(4.2.33) düsturları qeyri-relyativistik hala uyğundur. İxtiyari sürətlər halında (4.2.25)-(4.2.28) münasibətlərdən istifadə etməklə (4.2.24) düsturundan

$$d\sigma = r_e^2 \frac{m^2(\varepsilon^2 + \vec{p}^2)^2}{4\vec{p}^4\varepsilon^2} \times \left[\frac{4}{\sin^4 \theta} - \frac{3}{\sin^2 \theta} + \left(\frac{\vec{p}^2}{\varepsilon^2 + \vec{p}^2} \right)^2 \left(1 + \frac{4}{\sin^2 \theta} \right) \right] d\Omega. \quad (4.2.35)$$

Elektronun elektrondan səpilməsini ifadə edən bu düstur 1932-ci ildə Möller tərəfindən alınmışdır. Ultrarelyativistik halda

$$\vec{p}^2 \approx \varepsilon^2 \quad (4.2.36)$$

olur və *Möller düsturu*

$$d\sigma = r_e^2 \left(\frac{m}{\varepsilon} \right)^2 \frac{(3 + \cos^2 \theta)^2}{4 \sin^4 \theta} d\Omega \quad (4.2.37)$$

şəklində yazılır.

Laborator hesablamə sistemində diferensial effektiv kəsik üçün

$$d\sigma = 2\pi_e^2 \frac{d\Delta}{\gamma^2 - 1} \left[\frac{(\gamma - 1)^2 \gamma^2}{\Delta^2 (\gamma - 1 - \Delta)^2} - \frac{2\gamma^2 + 2\gamma - 1}{\Delta(\gamma - 1 - \Delta)} + 1 \right] \quad (4.2.38)$$

ifadəsi alınır. Burada

$$\gamma = \frac{\varepsilon_1}{m} \quad (4.2.39)$$

və

$$\Delta = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon'_1}{m} = \frac{\varepsilon'_2 - m}{m}. \quad (4.2.40)$$

Δ kəmiyyəti şığıyan (birinci) elektrondan sükunətdə olan (ikinci) elektrona ötürülən enerjini (m ilə ifadə olunmuş vahidlərlə) ifadə edir. Baxılan halda Mandelstam dəyişənləri

$$s = 2m(m + \varepsilon_1), \quad (4.2.41)$$

$$t = -2m^2\Delta, \quad (4.2.42)$$

$$u = -2m(\varepsilon_1 - m - m\Delta) \quad (4.2.43)$$

şəklində olur. (4.2.38) düsturu sürətli ilkin elektronların səpilməsi zamanı yaranan ikinci elektronların (bunlar ***δ -elektronlar*** adlanır) enerjilərinə görə paylanmasını ifadə edir.

Daha az enerjiyə malik olan elektronu şərti olaraq geriye təkən alan elektron qəbul etmək olar. Bu halda Δ kəmiyyətinin dəyişmə oblasti aşağıdakı kimi olacaq:

$$0 \leq \Delta \leq \frac{\gamma-1}{2}. \quad (4.2.44)$$

Δ kəmiyyəti çox kiçik olduqda, yəni

$$0 \ll \gamma-1 \quad (4.2.45)$$

şerti ödəndikdə diferensial effektiv kəsik üçün

$$d\sigma = 2\pi_e^2 \frac{\gamma^2}{\gamma^2-1} \frac{d\Delta}{\Delta^2} = \frac{2\pi_e^2}{v_1^2} \frac{d\Delta}{\Delta^2} \quad (4.2.46)$$

düsturu doğrudur. Burada $v_1 = |\vec{p}_1|/\varepsilon_1$ – düşən elektronun sürətidir.

§4.3. Pozitronun elektrondan səpilməsi

Pozitronun elektrondan səpilməsinə baxaq. Bu səpilmə *Bhabha səpilməsi* adlanır. Bu səpilmə aşağıdakı reaksiya ilə təsvir edilir:



Bu proses elektronun elektrondan səpilməsinin aid olduğu ümumi reaksiyanın digər bir çarpaz kanalı adlanır. Başqa sözlə, pozitronun elektrondan səpilməsi və elektronun elektrondan səpilməsi bir-birinə kross-simmetrik reaksiyalardır. Başlanğıc haldakı elektronun və pozitronun 4-ölçülü impulslarını, uyğun olaraq, p_- və p_+ ilə, son haldakı elektronun və pozitronun 4-ölçülü impulslarını isə p'_- və p'_+ ilə işarə edək. Elek-

tronun elektrondan səpilməsi reaksiyasından ona kross-simmetrik olan (4.3.1) reaksiyasına keçmək üçün aşağıdakı əvəzləmələri etmək lazımdır:

$$p_1 \rightarrow -p'_+, \quad (4.3.2)$$

$$p_2 \rightarrow p_-, \quad (4.3.3)$$

$$p'_1 \rightarrow -p_+, \quad (4.3.4)$$

$$p'_2 \rightarrow p'_-. \quad (4.3.5)$$

Pozitronun elektrondan səpilməsi halında Mandelstam dəyişənləri aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$s = (p_- - p'_+)^2, \quad (4.3.6)$$

$$t = (p_- - p'_-)^2, \quad (4.3.7)$$

$$u = (p_- + p_+)^2. \quad (4.3.8)$$

Elektronun elektrondan səpilməsi s -kanal üzrə baş verdiyi halda pozitronun elektrondan səpilməsi isə u -kanal üzrə gedir.

Pozitronun elektrondan səpilməsi prosesi üçün $|M_{fi}|^2$ kəmiyyəti elektronun elektrondan səpilməsi halında olduğu kimidir. Pozitronun elektrondan səpilməsinin diferensial kəsiyini almaq üçün (4.2.14) düsturundan kəsrin məxrəcində sadəcə $s \rightarrow u$ əvəzləməsi aparmaq lazımdır. Beləliklə, pozitronun elektrondan səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyi

$$d\sigma = r_e^2 \frac{4\pi m^2}{u(u-4m^2)} \left\{ \frac{1}{t^2} \left[\frac{s^2 + u^2}{2} + 4m^2(t - m^2) \right] + \right.$$

$$+\frac{1}{u^2}\left[\frac{s^2+t^2}{2}+4m^2(u-m^2)\right]+\frac{4}{tu}\left(\frac{s}{2}-m^2\right)\left(\frac{s}{2}-3m^2\right)\}dt \quad (4.3.9)$$

düsturu ilə verilir.

$s \leftrightarrow u$ əvəzləməsini nəzərə almaqla ətalət mərkəzi sistemində Mandelstam dəyişənlərini yazacaq:

$$s = -4\bar{p}^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.3.10)$$

$$t = -4\bar{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.3.11)$$

$$u = 4\varepsilon^2. \quad (4.3.12)$$

Qeyri-relyativistik halda (4.3.9) düsturu

$$d\sigma = \left(\frac{e^2}{mv^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (4.3.13)$$

düsturuna keçir.

İxtiyari sürətlər halında ətalət mərkəzi sistemində pozitronun elektrondan səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyi üçün

$$d\sigma = \frac{r_e^2}{16} \left(\frac{m}{\varepsilon}\right)^2 \left[\frac{(\varepsilon^2 + \bar{p}^2)^2}{\bar{p}^4} \frac{1}{\sin^4 \theta/2} - \frac{8\varepsilon^4 - m^4}{\varepsilon^2 \bar{p}^2} \frac{1}{\sin^2 \theta/2} + \frac{12\varepsilon^4 + m^4}{\varepsilon^4} - \frac{4\bar{p}^2(\varepsilon^2 + \bar{p}^2)}{\varepsilon^4} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{4\bar{p}^4}{\varepsilon^4} \sin^4 \frac{\theta}{2} \right] d\Omega \quad (4.3.14)$$

Ultrarelyativistik limit halında elektronun elektrondan

səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyi ilə pozitronun elektrondan səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyi arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$d\sigma = d\sigma_{e^+e^-} = \cos^4 \frac{\theta}{2} d\sigma_{e^-e^-} \quad (4.3.15)$$

Başqa sözlə, pozitronun elektrondan səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyi üçün aşağıdakı düstur doğrudur:

$$d\sigma = \frac{r_e^2}{16} \left(\frac{m}{\varepsilon} \right)^2 (3 + \cos^2 \theta)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2} d\Omega. \quad (4.3.16)$$

Bu prosesə laborator hesablamada sistemində baxaq. Pozitronun elektrona ötürülən enerjini Δ ilə işarə edib aşağıdakı kimi təyin etmək olar:

$$\Delta = \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon'_+}{m} = \frac{\varepsilon'_- - m}{m}. \quad (4.3.17)$$

Bu halda kinematik invariantlar aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$s = -2m(\varepsilon_+ - m - m\Delta), \quad (4.3.18)$$

$$t = -2m^2\Delta, \quad (4.3.19)$$

$$u = 2m(m + \varepsilon_+). \quad (4.3.20)$$

Kinematik invariantların bu ifadələrini (4.3.9) ifadəsində yerinə yazmaqla ikinci elektronların enerjiyə görə paylanması- nı ifadə edən düstur alınır:

$$d\sigma = 2\pi r_e^2 \frac{d\Delta}{\gamma^2 - 1} \left[\frac{\gamma^2}{\Delta^2} - \frac{2\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma + 1} \frac{1}{\Delta} + \frac{3\gamma^2 + 6\gamma + 4}{(\gamma + 1)^2} - \frac{2\gamma}{(\gamma + 1)^2} \Delta + \frac{1}{(\gamma + 1)^2} \Delta^2 \right]. \quad (4.3.21)$$

Burada

$$\gamma = \frac{\varepsilon_+}{m}. \quad (4.3.22)$$

(4.3.21) düsturuna daxil olan Δ kəmiyyətinin dəyişmə intervalı aşağıdakı kimidir:

$$0 \leq \Delta \leq \gamma - 1. \quad (4.3.23)$$

Δ kəmiyyətinin çox-çox kiçik qiymətlərində, yəni

$$0 \ll \gamma - 1 \quad (4.3.24)$$

olduqda pozitronun elektrondan səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyi üçün

$$d\sigma = 2\pi r_e^2 \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \frac{d\Delta}{\Delta^2} = \frac{2\pi r_e^2}{v_1^2} \frac{d\Delta}{\Delta^2} \quad (4.3.25)$$

düsturu doğrudur. Bu düstur elektronun elektrondan səpilməsinin diferensial effektiv kəsiyinin düsturu ilə üst-üstə düşür.

V FƏSİL RADİASIYA ƏLAVƏLƏRİ

§5.1. Elektronun elektromaqnit formfaktorları

İki elektron xəttinin xarici xətlər və bir foton xəttinin daxili xətt olduğu halda $\Gamma^\mu = \Gamma^\mu(p_2, p_1; k)$ zirvə operatoruna baxaq. Γ^μ zirvə operatoru diaqram üçün olan ifadəyə aşağıdakı hasil şəklində daxildir:

$$j_{fi}^\mu = \bar{u}_2 \Gamma^\mu u_1. \quad (5.1.1)$$

Burada p_1 – başlanğıc haldakı elektronun, p_2 – son haldakı elektronun, k – fotonun 4-ölçülü impulsları, $u_1 = u(p_1)$ və $\bar{u}_2 = \bar{u}(p_2)$ xarici elektron xətlərinə uyğun gələn bispinor amplitudlardır. (5.1.1) ifadəsi radiasiya əlavələri nəzərə alınmaqla keçidin elektron cərəyanıdır.

Elektromaqnit qarşılıqlı təsir operatoru

$$\hat{V} = e(\hat{j}\hat{A}) \quad (5.1.2)$$

həqiqi skalyardır. Bu fakt elektromaqnit qarşılıqlı təsirləri zamanı fəza cütliyünün saxlanması ifadə edir. Bu səbəbdən j_{fi} keçid cərəyanı həqiqi dördölçülü vektordur. Bu vektor isə p_1 və p_2 4-ölçülü vektorlarından, u_1 və u_2 bispinorlarından düzəldilmiş həqiqi dördölçülü vektorlar vasitəsilə ifadə oluna bilər. \bar{u}_2 və u_1 bispinorlarına nəzərən bixətti olan və asılı olmayan 4-ölçülü vektorların sayı 3-ə bərabərdir:

$$\bar{u}_2 \gamma u_1, (\bar{u}_2 u_1) p_1, (\bar{u}_2 u_1) p_2. \quad (5.1.3)$$

Sonuncu yazılışı aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\bar{u}_2 \gamma u_1, (\bar{u}_2 u_1) P, (\bar{u}_2 u_1) k. \quad (5.1.4)$$

(5.1.4) ifadəsində

$$P = p_1 + p_2, \quad (5.1.5)$$

$$k = p_2 - p_1. \quad (5.1.6)$$

Kalibrləşmə invariantlığı şərtindən keçid cərəyanının və fotonun 4-ölçülü impulsunun bir-birinə eninə olması alınır:

$$j_{\beta} k = 0. \quad (5.1.7)$$

(5.1.3) və ya (5.1.4) şəklində olan yazılışa daxil olan ilk iki 4-ölçülü vektor eninəlik şərtini ödəyir. j_{β} cərəyanı bu iki 4-ölçülü vektorun xətti kombinasiyasıdır:

$$j_{\beta}^{\mu} = f_1 (\bar{u}_2 u_1) P^{\mu} + f_2 (\bar{u}_2 \gamma^{\mu} u_1). \quad (5.1.8)$$

Burada f_1 və f_2 invariant funksiyalar olub, **elektronun elektromaqnit formfaktorları** adlanır.

4-ölçülü p_1 və p_2 impulsları sərbəst elektrona aid olduğuna görə

$$p_1^2 = p_2^2 = m^2. \quad (5.1.9)$$

Digər tərəfdən p_1 , p_2 və k 4-ölçülü vektorlarından cəmi bir ədəd asılı olmayan skalyar dəyişən düzəltmək olar. Bu cür dəyişən olaraq k^2 kəmiyyətini götürmək olar. Bu halda formfaktorlar k^2 dəyişəninin funksiyası olacaqdır.

İki asılı olmayan həddi başqa cür seçməklə cərəyan üçün olan ifadəni əvvəlkindən fərqli şəkillərdə də yazmaq olar. Bunun üçün

$$(\gamma_1 - m)u_1 = 0, \quad (5.1.10)$$

Dirak tənliyindən, ona qoşma olan

$$\bar{u}_2(\gamma_2 - m) = 0 \quad (5.1.11)$$

tənliyindən və γ -matrislər üçün olan kommutasiya qaydalarından istifadə etməklə aşağıdakı münasibəti yazmaq olar:

$$(\bar{u}_2 \sigma^{\mu\nu} u_1) k_\nu = -2m(\bar{u}_2 \gamma^\mu u_1) + (\bar{u}_2 u_1) P^\mu. \quad (5.1.12)$$

Burada

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu). \quad (5.1.13)$$

Beləliklə, 4-ölçülü keçid cərəyanını aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$j_{\bar{h}}^\mu = \bar{u}_2 \Gamma^\mu u_1 = f(k^2) \bar{u}_2 \gamma^\mu u_1 - \frac{1}{2m} g(k^2) \bar{u}_2 \sigma^{\mu\nu} k_\nu u_1. \quad (5.1.14)$$

Burada Γ^μ zirvə operatoru

$$\Gamma^\mu = f(k^2)\gamma^\mu - \frac{1}{2m}g(k^2)\sigma^{\mu\nu}k_\nu \quad (5.1.15)$$

şəklindədir. (5.1.14) və (5.1.15) ifadələrinə daxil olan f və g funksiyaları digər iki formfaktordur.

k^2 skalyar dəyişənini t ilə işarə etmək olar:

$$t = k^2. \quad (5.1.16)$$

Bu halda $f(k^2) = f(t)$ və $g(k^2) = g(t)$ funksiyaları üçün aşağıdakı dispersiya münasibətləri doğrudur:

$$f(t) - 1 = \frac{t}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im } f(t')}{t'(t'-t-i\epsilon)} dt', \quad (5.1.17)$$

$$g(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im } g(t')}{t'-t-i\epsilon} dt'. \quad (5.1.18)$$

$t = 0$, yəni $k^2 = 0$ olduqda $f(t)$ funksiyası

$$f(0) = 1 \quad (5.1.19)$$

şərtini ödəyir və $g(t)$ funksiyasının $g(0)$ qiyməti elektronun maqnit momentinə olan radiasiya əlavəsini ifadə edir.

$f(t)$ və $g(t)$ funksiyalarını ξ dəyişəni ilə ifadə etmək olar. Bu halda nəzərə almaq lazımdır ki, ξ dəyişəni aşağıdakı münasibətdən təyin edilir:

$$\frac{t}{m^2} = -\frac{(1-\xi)^2}{\xi}. \quad (5.1.20)$$

Beləliklə, $f(\xi)$ və $g(\xi)$ funksiyaları aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$f(\xi) - 1 = \frac{\alpha}{2\pi} \left\{ 2 \left(1 + \frac{1+\xi^2}{1-\xi^2} \ln \xi \right) \ln \frac{m}{\lambda} - \frac{3(1+\xi^2)+2\xi}{2(1-\xi^2)} \ln \xi + \right. \\ \left. + \frac{1+\xi^2}{1-\xi^2} \left[\frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2} \ln^2 \xi - 2F(\xi) + 2 \ln \xi \ln(1+\xi) \right] \right\}, \quad (5.1.21)$$

$$g(\xi) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\xi \ln \xi}{\xi^2 - 1}. \quad (5.1.22)$$

Burada $\alpha = e^2/\hbar c$ – incəquruluş sabiti, λ – virtual fotona aid edilən sonlu kütlə ($\lambda \ll m$), $F(\xi)$ isə *Spens funksiyasıdır*:

$$F(\xi) = \int_0^\xi \frac{\ln(1+x)}{x} dx. \quad (5.1.23)$$

Spens funksiyasının bir neçə xassəsini qeyd edək:

$$F(\xi) + F\left(\frac{1}{\xi}\right) = \frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \ln^2 \xi, \quad (5.1.24)$$

$$F(-\xi) + F(-1+\xi) = -\frac{\pi^2}{6} + \ln \xi \ln(1-\xi), \quad (5.1.25)$$

$$F(1) = \frac{\pi^2}{12}, \quad (5.1.26)$$

$$F(-1) = -\frac{\pi^2}{6}. \quad (5.1.27)$$

ξ dəyişəninin kiçik qiymətlərində Spens funksiyasının sıraya ayrılışı aşağıdakı ifadəni verir:

$$F(\xi) = \xi - \frac{\xi^2}{4} + \frac{\xi^3}{9} - \frac{\xi^4}{16} + \dots \quad (5.1.28)$$

§5.2. Elektronun anomal maqnit momenti

$g(t)$ funksiyasının $t = k^2 = 0$ nöqtəsindəki qiyməti elektronun maqnit momentinə olan radiasiya əlavəsini müəyyən edir. $g(0)$ kəmiyyətini hesablamaq üçün

$$g(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im } g(t')}{t' - t - i\varepsilon} dt' \quad (5.2.1)$$

və

$$\text{Im } g(t) = \frac{\alpha m^2}{\sqrt{t(t - 4m^2)}} \quad (5.2.2)$$

ifadələrindən istifadə edilir. Nəticədə $g(0)$ üçün aşağıdakı qiymət alınır:

$$g(0) = g^{(1)}(0) = \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im } g(t')}{t'} dt' =$$

$$= \frac{\alpha}{4\pi} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{3/2}(x-1)^{1/2}} = \frac{\alpha}{2\pi}. \quad (5.2.3)$$

Elektronun Dirak tənliyindən alınan normal maqnit momentinə olan bu radiasiya əlavəsini nəzərə almaqla aşağıdakı düsturu yazmaq olar:

$$\mu = \frac{e\hbar}{2mc} \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} \right). \quad (5.2.4)$$

Bu düstur ilk dəfə 1949-cu ildə Şvinger tərəfindən alınmışdır. α -nın kvadratı ilə mütənasib hədlər dəqiqliyi ilə yaxınlaşmada formfaktorlardakı radiasiya əlavələrini hesablamaq üçün əlavə yeddi diaqramı nəzərə almaq lazımdır. Bu halda $g^{(2)}(0)$ üçün aşağıdakı nəticə alınır:

$$\begin{aligned} g^{(2)}(0) &= \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left(\frac{197}{144} + \frac{\pi^2}{12} - \frac{\pi^2}{2} \ln 2 + \frac{3}{4} \zeta(3) \right) = \\ &= -0,328 \frac{\alpha^2}{\pi^2}. \end{aligned} \quad (5.2.5)$$

Bu halda elektronun maqnit momenti

$$\mu = \frac{e\hbar}{2mc} \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 0,328 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right) \quad (5.2.6)$$

qiymətini alır. Bu nəticə 1957-ci ildə Zommerfeld və Peterman tərəfindən alınmışdır.

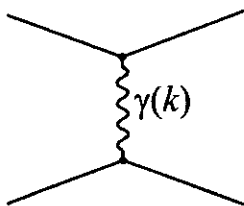
Müqayisə məqsədilə uyğun radiasiya əlavələri nəzərə alın-

maqla müonun da maqnit momenti üçün Suura, Vixman və Peterman tərəfindən alınmış nəticəni verək:

$$\mu_{\text{müon}} = \frac{e\hbar}{2m_{\mu}c} \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} + 0,76 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right). \quad (5.2.7)$$

§5.3. Qell-Mann-Lou tənliyi

Kvant elektrodinamikasında həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin aşağı yaxınlaşmasında Z_1e və Z_2e yüklərinə malik iki kütləli zərəcəyin qarşılıqlı təsiri şəkil 37-də göstərilmiş Feynman diaqramı ilə təsvir olunur. Şəkil 37-də dalğalı xətt ötürülən aralıq (virtual) fotonu göstərir. Ötürülən impuls k hərfi ilə işarə olunmuşdur. Z_1e və Z_2e yüklərinin kütlələrinin böyük olduğu hala baxaq. Bu



Şəkil 37

halda yükləri sükunətdə hesab etmək olar. Yüklərin enerjisi dəyişmədiyinə görə, yəni

$$k^0 = 0 \quad (5.3.1)$$

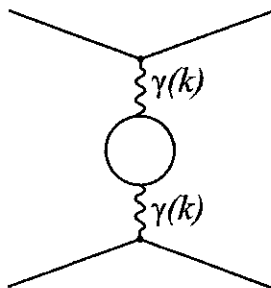
olduğuna görə

$$k^2 = -\vec{k}^2 < 0 \quad (5.3.2)$$

bərabərsizliyi doğru olur. Həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin bu yaxınlaşmasında Kulon qanununu aşağıdakı şəkildə yazıb bilərik

$$V(k) = -\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\bar{k}^2}. \quad (5.3.3)$$

İndi isə $Z_1 e$ və $Z_2 e$ yüklərinin qarşılıqlı təsirini ifadə edən birilgəklilik əlavəni nəzərə alaq. Bu birilgəklilik əlavəni nəzərə alan Feynman diaqramı (şəkil 38) elektron-pozitron cütünün yaranmasına uyğun gəlir. Elektron-pozitron cütünün yaranmasını ifadə edən birilgəklilik əlavəyə uyğun gələn inteqral kvadratik olaraq dağılır.



Şəkil 38

Ötürülən impulsun kvadratı

$$\bar{k}^2 \gg m^2 \quad (5.3.4)$$

şərtini ödədikdə elektron-pozitron cütünün yaranması ilə bağlı Kulon qanununa olan birilgəklilik əlavə

$$\frac{Z_1 Z_2}{\bar{k}^2} \frac{e^4}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\bar{k}^2} \quad (5.3.5)$$

həddi ilə müəyyən edilir.

Şəkil 37 və 38-dəki diaqramların verdiyi payları topladıqda

$$-\frac{Z_1 Z_2}{\vec{k}^2} e^2 \left(1 - \frac{e^2}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\vec{k}^2} \right) = -\frac{Z_1 Z_2}{\vec{k}^2} e^2(\vec{k}^2) \quad (5.3.6)$$

alınır.

(5.3.6) ifadəsindəki $e^2(\vec{k}^2)$ kəmiyyəti kvant elektrodinamikasında *effektiv yük* və ya *invariant yük* adlanır.

Effektiv (invariant) yük

$$e^2(\vec{k}^2) = e^2 \left(1 - \frac{e^2}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\vec{k}^2} \right) \quad (5.3.7)$$

ifadəsi ilə müəyyən edilir və ötürülən impulsun kvadratının funksiyasıdır. (5.3.7) düsturu alınarkən

$$\frac{e^2}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\vec{k}^2} \ll 1 \quad (5.3.8)$$

şərtindən istifadə edilmişdir.

$$\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2 \quad (5.3.9)$$

impulsları üçün effektiv yükün ifadələrini yazaq:

$$e^2(\vec{k}_1^2) = e^2 \left(1 - \frac{e^2}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\vec{k}_1^2} \right), \quad (5.3.10)$$

$$e^2(\vec{k}_2^2) = e^2 \left(1 - \frac{e^2}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\vec{k}_2^2} \right). \quad (5.3.11)$$

(5.3.8) şərtinə oxşar olaraq \vec{k}_1 və \vec{k}_2 impulsları üçün, uyğun olaraq,

$$\frac{e^2}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\vec{k}_1^2} \ll 1, \quad (5.3.12)$$

$$\frac{e^2}{12\pi^2} \ln \frac{M^2}{\vec{k}_2^2} \ll 1 \quad (5.3.13)$$

bərabərsizlikləri doğrudur. (5.3.12), (5.3.13) bərabərsizliklərini nəzərə almaqla (5.3.10) və (5.3.11) ifadələrindən

$$e^2(\vec{k}_2^2) = e^2(\vec{k}_1^2) \left(1 - \frac{e^2(\vec{k}_1^2)}{12\pi^2} \ln \frac{\vec{k}_1^2}{\vec{k}_2^2} \right) \quad (5.3.14)$$

münasibəti alınır. (5.3.14) ifadəsi M^2 parametrindən asılı deyil. Qeyd edək ki, M^2 parametri qeyri-fiziki parametrdir. (5.3.14) ifadəsi kvant elektrodinamikasının yenidən normalanan olduğunu göstərir.

Həyəcanlaşma nəzəriyyəsi çərçivəsindən kənara çıxmaqla (5.3.14) ifadəsini ümumi halda

$$e^2(\vec{k}_2^2) = f(e^2(\vec{k}_1^2), \vec{k}_2^2/\vec{k}_1^2) \quad (5.3.15)$$

şəklində göstərmək olar. Bu ifadədə f funksiyası \vec{k}_1^2 və \vec{k}_2^2 kə-

miyyətlərinin hər birindən ayrı-ayrılıqda deyil, onların \bar{k}_2^2/\bar{k}_1^2 nisbətindən asılıdır. Bu zaman nəzərə almaq lazımdır ki,

$$\bar{k}_1^2 \gg m^2, \quad (5.3.16)$$

$$\bar{k}_2^2 \gg m^2. \quad (5.3.17)$$

aşağıdakı işarələməni

$$t = \frac{\bar{k}_2^2}{\bar{k}_1^2} \quad (5.3.18)$$

qəbul edib, $e^2(\bar{k}_2^2)$ üçün olan ifadənin \bar{k}_2^2 kəmiyyətinə görə tam törəməsini tapmaq

$$\frac{de^2(\bar{k}_2^2)}{d\bar{k}_2^2} = \frac{\partial f(e^2(\bar{k}_1^2), t)}{\partial t} \frac{1}{\bar{k}_1^2} \quad (5.3.19)$$

$\bar{k}_2^2 \rightarrow \bar{k}_1^2$ limit halında hər iki impulsun kvadratını \bar{k}^2 ilə işarə etmək olar. Bu halda

$$t = 1 \quad (5.3.20)$$

olur və (5.3.19) ifadəsindən

$$\frac{de^2(\bar{k}^2)}{d \ln \bar{k}^2} = \frac{\partial f(e^2(\bar{k}^2), t)}{\partial t} \Big|_{t=1} \quad (5.3.21)$$

tənliyi alınır. (5.3.21) ifadəsinin sağ tərəfini $e(\vec{k}^2)\beta(e^2(\vec{k}^2))$ ilə işarə etməklə (5.3.21) tənliyindən

$$\frac{de^2(\vec{k}^2)}{d \ln \vec{k}^2} = e(\vec{k}^2)\beta(e^2(\vec{k}^2)) \quad (5.3.22)$$

tənliyi alınır. Bu tənlik kvant elektrodinamikasında Qell-Mann-Lou tənliyi adlanır.

Qell-Mann-Lou tənliyinə daxil olan β funksiyanı

$$e^2(\vec{k}^2) \ll 1 \quad (5.3.23)$$

olduqda həyəcanlaşma nəzəriyyəsinə hesablamaq olar. (5.3.14) ifadəsinin $\vec{k}_1^2 \sim \vec{k}_2^2$ olduqda da doğruluğunu nəzərə alsaq,

$$\frac{e^2(\vec{k}_1^2)}{12\pi^2} \ln \frac{\vec{k}_1^2}{\vec{k}_2^2} \ll 1 \quad (5.3.24)$$

bərabərsizliyini yazmaq olar. (5.3.24) bərabərsizliyindən

$$\frac{e^2(\vec{k}_1^2)}{12\pi^2} \ll 1 \quad (5.3.25)$$

olduğu alınır. Bu isə yükün kiçikliyini göstərir. (5.3.14) və (5.3.15) ifadələrindən istifadə etməklə f funksiyasını aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$f = e^2(\vec{k}^2) \left(1 - \frac{e^2(\vec{k}_1^2)}{12\pi^2} \ln \frac{\vec{k}_1^2}{\vec{k}_2^2} \right). \quad (5.3.26)$$

Nəzərə alaq ki, (5.3.21) ifadəsinin sağ tərəfi $e(\vec{k}^2)\beta(e^2(\vec{k}^2))$ hasilinə bərabərdir.

$$e(\vec{k}^2)\beta(e^2(\vec{k}^2)) = \frac{\partial f(e^2(\vec{k}^2), t)}{\partial t} \Big|_{t=1} \quad (5.3.27)$$

(5.3.27) ifadəsinin sağ tərəfindəki törəməni hesablayaq.

$$\frac{\partial f(e^2(\vec{k}^2), t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[e^2(\vec{k}_1^2) \left(1 - \frac{e^2(\vec{k}_1^2)}{12\pi^2} \ln \frac{1}{t} \right) \right] = \frac{e^4(\vec{k}_1^2)}{12\pi^2} \frac{1}{t}. \quad (5.3.28)$$

$t = 1$ olduqda, yəni \vec{k}_1^2 və \vec{k}_2^2 bir-birinə bərabər olduqda

$$(\vec{k}_1^2) = (\vec{k}_2^2) = (\vec{k}^2) \quad (5.3.29)$$

və həyəcanlaşma nəzəriyyəsinə görə sıraya ayrılışın baş həddini nəzərə aldıqda

$$e(\vec{k}^2)\beta(e^2(\vec{k}^2)) = \frac{e^4(\vec{k}^2)}{12\pi^2} + O((e^6(\vec{k}^2))) \quad (5.3.30)$$

ifadəsi doğru olur. (5.3.30) ifadəsindən yekun olaraq β funksiya üçün

$$\beta(e^2(\vec{k}^2)) = \frac{e^3(\vec{k}^2)}{12\pi^2} + O(e^5(\vec{k}^2)) \quad (5.3.31)$$

təqribi ifadəsi alınır. Qeyd etmək lazımdır ki, bu ifadə kiçik effektiv yük halında, yəni

$$\frac{e^2(\bar{k}^2)}{12\pi^2} \ll 1 \quad (5.3.32)$$

olduqda doğrudur.

β funksiyanın (5.3.31) düsturu ilə verilən ifadəsinin Qell-Mann-Lou tənliyində nəzərə alınması

$$\frac{de^2(\bar{k}^2)}{d \ln \bar{k}^2} = \frac{e^4(\bar{k}^2)}{12\pi^2} \quad (5.3.33)$$

tənliyini verir. Sonuncu tənliyi inteqrallamaqla

$$\frac{1}{e^2(\bar{k}_1^2)} - \frac{1}{e^2(\bar{k}_2^2)} = \frac{1}{12\pi^2} \ln \frac{\bar{k}_2^2}{\bar{k}_1^2} \quad (5.3.34)$$

bərabərliyi və ya

$$e^2(\bar{k}_2^2) = \frac{e^2(\bar{k}_1^2)}{1 - \frac{e^2(\bar{k}_1^2)}{12\pi^2} \ln \frac{\bar{k}_2^2}{\bar{k}_1^2}} \quad (5.3.35)$$

düsturu alınır. (5.3.35) düsturu effektiv yükün \bar{k}_2^2 impulsuna uyğun $e^2(\bar{k}_2^2)$ qiymətini onun \bar{k}_1 impulsuna uyğun $e^2(\bar{k}_1^2)$ qiyməti ilə ifadə edir. Xatırladaq ki, (5.3.35) düsturu (5.3.25) şərti daxilində doğrudur. (5.3.14) və (5.3.35) düsturlarının əsas fərqlərindən biri ondan ibarətdir ki, (5.3.14) düsturu (5.3.24) şərti daxilində doğru olduğu halda (5.3.35) düsturu $\ln(\bar{k}_2^2/\bar{k}_1^2)$ loqarifminin ixtiyari qiymətlərində doğrudur.

(5.3.35) düsturunda kiçik yükə görə yüksək tərtibli əlavələr

nəzərə alınmır.

Böyük məsafələrdə, yəni

$$\bar{k}_1^2 \ll \bar{k}_2^2 \quad (5.3.36)$$

olduqda $e^2(\bar{k}_1^2)$ yükünün sonlu müşahidə olunan qiymətini almaq üçün $e^2(\bar{k}_2^2)$ yükü son dərəcə böyük olmalıdır. Başqa sözlə, $e^2(\bar{k}_1^2)$ yükünün sonlu qalması üçün $\bar{k}_2^2 \rightarrow \infty$ şərti daxilində $e^2(\bar{k}_2^2)$ yükü sonsuz böyük olmalıdır. $\bar{k}_2^2 \rightarrow \infty$ şərti daxilində $e^2(\bar{k}_2^2)$ «çılpaq» yükünün ixtiyari sonlu qiyməti isə sonlu məsafələrdə yükün tam ekranlaşmasına gətirib çıxarır, yəni

$$e^2(\bar{k}_2^2) < \infty, \quad \bar{k}_2^2 \rightarrow \infty \quad (5.3.37)$$

olur. (5.3.37) şərtindən isə

$$e^2(\bar{k}_1^2) \rightarrow 0, \quad \bar{k}_1^2 < \infty \quad (5.3.38)$$

alınır.

§5.4. Qell-Mann-Lou tənliyinin həllərinin tədqiqi

Yenidən normalanmış rabitə sabitini g ilə, effektiv rabitə sabitini isə \bar{g} ilə işarə edək. Effektiv rabitə sabiti impuls miqyasını müəyyən edən λ parametrindən asılıdır. Beləliklə, effektiv rabitə sabitini ümumi halda

$$\bar{g} = \bar{g}(\lambda, g) \quad (5.4.1)$$

funksiyası şəklində göstərmək olar. Burada \bar{g} Qell-Mann-Lou tənliyini ödəyir

$$\frac{d\bar{g}}{d \ln \lambda} = \beta(\bar{g}). \quad (5.4.2)$$

Digər tərəfdən fərz edirik ki, baxılan nəzəriyyə yenidən normalanıdır. Bu paraqrafda əsas məqsəd ümumi halda Qell-Mann-Lou tənliyinin həllərini və müxtəlif hallarda β funksiyanın özünü necə aparmasını tədqiq etməkdir. β funksiya birgəlikli diaqrama dair hesablamaların nəticələrindən tapıla bilər. Kvant elektrodinamikasında effektiv rabitə sabitinin kvadratı rolunu e^2 kəmiyyəti oynayır:

$$g^2 \equiv e^2. \quad (5.4.3)$$

§5.3-dəki (5.3.14) düsturundan istifadə etməklə \bar{g}^2 funksiyası üçün aşağıdakı düsturu yazmaq olar:

$$\bar{g}^2(\lambda, g) = g^2 \left(1 + \frac{g^2}{12\pi^2} \ln \lambda^2 \right). \quad (5.4.4)$$

Burada

$$\lambda^2 = \frac{\vec{k}_2^2}{x^2} \quad (5.4.5)$$

və x – normalaşdırma nöqtəsidir. Normalaşma şərtini

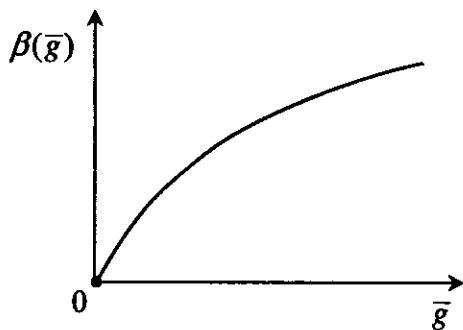
$$g(1, \lambda) = g \quad (5.4.6)$$

ifadəsi müəyyən edir. (5.4.4) ifadəsindən istifadə etməklə §5.3-ün (5.3.31) düsturuna analogi olaraq β funksiyasını təyin etmək olar:

$$\beta(\bar{g}) = \frac{1}{12\pi^2} \bar{g}^3. \quad (5.4.7)$$

İndi isə müxtəlif hallarda β funksiyasının özünü necə aparmasına baxaq.

1-ci hal. $\bar{g} > 0$ olduqda $\beta(\bar{g})$ funksiyası hər yerdə müsbətdir və bu halda λ artdıqca \bar{g}^2 qeyri-məhdud artır. $\beta(\bar{g})$ funksiyasının \bar{g} -dən asılılığını təsvir edən qrafik şəkil 39-da verilmişdir.



Şəkil 39

Baxılan hal və şəkil 39-daki qrafik kvant elektrodinamikasında effektiv yükün özünü aparmasına uyğun gəlir.

2-ci hal. Stasionar nöqtə adlanan hər hansı

$$\bar{g} = \bar{g}_f > 0 \quad (5.4.8)$$

nöqtəsində $\beta(\bar{g})$ funksiyası sıfıra malikdir və aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$\frac{d\bar{g}_f}{d \ln \lambda} = \beta(\bar{g}_f) = 0. \quad (5.4.9)$$

Stasionar nöqtə ətrafında aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$\frac{d(\bar{g} - \bar{g}_f)}{d \ln \lambda} = \beta'(\bar{g}_f)(\bar{g} - \bar{g}_f). \quad (5.4.10)$$

Sonuncu tənliyi inteqrallamaqla

$$\bar{g}(\lambda) = \bar{g}_f + \lambda^{\beta'(\bar{g}_f)} a_0 + \dots \quad (5.4.11)$$

alınır.

$\bar{g} = \bar{g}_f$ stasionar nöqtəsi ətrafında $\bar{g} = \bar{g}(\lambda)$ funksiyasının özünü necə aparması $\beta(\bar{g}_f)$ funksiyasının törəməsinin işarəsindən asılıdır. Aşağıdakı iki halda, yəni

$$\left. \begin{array}{l} \beta'(\bar{g}_f) < 0; \\ \lambda \rightarrow \infty \end{array} \right\} \quad (5.4.12)$$

və

$$\left. \begin{array}{l} \beta'(\bar{g}_f) > 0; \\ \lambda \rightarrow 0 \end{array} \right\} \quad (5.4.13)$$

olan hallarda $\bar{g}(\lambda)$ funksiyası özünü

$$\bar{g}(\lambda) \rightarrow \bar{g}_f \quad (5.4.14)$$

kimi aparır. β funksiyanın törəməsinin müsbət olduğu nöqtə, yəni

$$\beta'(\bar{g}_f) > 0 \quad (5.4.15)$$

şərtini ödəyən \bar{g}_f nöqtəsi *infraqırmızı stabillik nöqtəsi* adlanır. β funksiyanın törəməsinin mənfi olduğu nöqtə, yəni

$$\beta'(\bar{g}_f) < 0 \quad (5.4.16)$$

şərtini ödəyən \bar{g}_f nöqtəsi isə *ultrabənövşəyi stabillik nöqtəsi* adlanır.

3-cü hal. $\beta(g)$ funksiyası iki sadə sifra malikdir:

$$0 < \bar{g}_{f_1} < \infty, \quad (5.4.17)$$

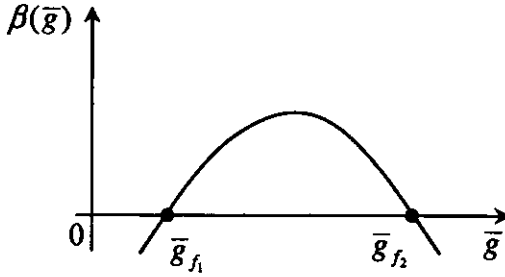
$$0 < \bar{g}_{f_2} < \infty. \quad (5.4.18)$$

Belə ki,

$$\bar{g}_{f_1} < \bar{g}_{f_2}. \quad (5.4.19)$$

Bu halda β funksiyanın \bar{g} dəyişənindən asılılığı şəkil 40-da verilmiş qrafiklə təsvir edilmişdir. Şəkil 40-dakı qrafikdən görüldüyü kimi, λ impuls miqyasının hər hansı bir qiymətin-

də $[\bar{g}_{f_1}, \bar{g}_{f_2}]$ intervalı daxilində yerləşən \bar{g} rabitə sabiti λ impuls miqyasının bütün digər qiymətlərində həmin interval daxilində qalacaqdır.



Şəkil 40

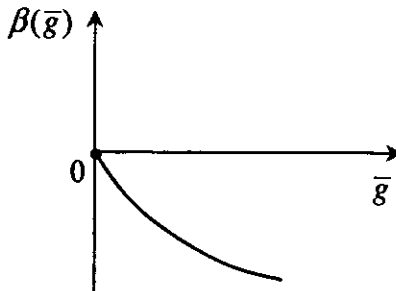
4-cü hal. Yenidən normalanmış rabitə sabiti müsbət olduqda

$$\beta(\bar{g}) < 0 \quad (5.4.20)$$

olur və $\bar{g} = 0$ nöqtəsində β funksiya

$$\beta(0) = 0 \quad (5.4.21)$$

olur (şəkil 41).



Şəkil 41

Bu halda λ artdıqca yenidən normalanmamış rabitə sabiti \bar{g} sifra yaxınlaşır. λ -nın artması $|k^2|$ kəmiyyətinin artması deməkdir. Bu halda rabitə sabiti daha da kiçilir və

$$|k^2| \rightarrow \infty \quad (5.4.22)$$

limit halında

$$g^2 = 0 \quad (5.4.23)$$

olur. İmpuls artdıqca, yaxud məsafə kiçildikcə rabitə sabitinin sifra qədər azalması hadisəsi *asimptotik sərbəstlik* adlanır.

$|k^2|$ kəmiyyətinin kiçildiyi halda isə \bar{g} rabitə sabiti artır. Başqa sözlə, məsafə böyüdükcə qarşılıqlı təsir daha da güclü olur və kvarkların adron daxilindən çıxması qeyri-mümkün olur. Yenidən normalanmamış \bar{g} rabitə sabitinin özünü bu cür aparması kvant xromodinamikasında kvarkların daimi əsirlikdə olmasını, başqa sözlə, kvarkların konfaynmenti hadisəsinin real olmasını göstərir.

Beləliklə, Qell-Mann-Lou tənliyi β funksiyaya görə ixtiyari Qrin funksiyası üçün g -nin ixtiyari tərtiblərində bütün əsas loqarifmlərin verdiyi payı nəzərə almağa imkan verir. Bu halda β funksiya həyəcanlaşma nəzəriyyəsinin g -yə görə birilgəklilik yaxınlaşmasında hesablanır. Sonrakı yaxınlaşma isə əsas loqarifmə ən yaxın olan loqarifmləri hesablamağa imkan verir.*

* §5.3 və §5.4 əlavə oxu üçün nəzərdə tutulmuşdur.

ƏDƏBİYYAT

Azərbaycan dilində

1. Cəfərov İ.H. Elementar zərrəciklər fizikasının əsasları. *Ali məktəblər üçün dərslik*. Bakı: «Nurlar» NPM, 2009, 288s.
2. Muxtarov A.İ. Kvant mexanikası. *Ali məktəblər üçün dərslik*. Bakı: «Maarif», 1999, 608s.

Rus dilində

3. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969
4. Березин Ф.А. Метод вторичного квантования. М.: Наука, 1965
5. Биленький С.М. Введение в диаграммную технику Фейнмана. М.: Атомиздат, 1971, 216с.
6. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. 4-е изд., испр. М.: Наука, 1984, 600с.
7. Бьёркен Дж.Д., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория. Т1. Релятивистская квантовая механика. Монография. *Пер. с англ.*, М.: Наука, 1978, 296с., *ил.*
8. Бьёркен Дж.Д., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория. Т2. Релятивистская квантовые поля. Монография. *Пер. с англ.*, М.: Наука, 1978, 408с., *ил.*
9. Гитман Д.М., Тютин И.В. Каноническое квантование полей со связями. М.: 1986, 216с.
- 10.Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. Т.1. *Пер. с англ.*, М.: Мир, 1984, 448с., *ил.*
- 11.Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. Т.2. *Пер. с англ.*, М.: Мир, 1984, 400с., *ил.*
- 12.Коллинз Дж. Перенормировка. *Пер. с англ.*, М.: Мир, 1988, 448с., *ил.*
- 13.Коноплева Н. П., Попов В. Н. Калибровочные поля. М.: Атомиздат, 1972, 240с.
- 14.Кушниренко А.Н. Введение в квантовую теорию поля. *Учебное пособие для вузов*. М.: Высшая школа, 1971, 304с.

15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. Пособие для вузов. В 10 т. Т. IV. / Берестецкий В.Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. 3-е изд., испр., М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989, 728 с.
16. Райдер Л. Квантовая теория поля. Волгоград: Платон, 1998, 511с., *ил.*
17. Рамон П. Теория поля. Современный вводный курс. *Пер. с англ.*, М.: Мир, 1984, 336 с, *ил.*
18. Славнов А.А., Фаддеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. 2-е изд., перераб. и доп., М.: Наука, 1988, 272с.
19. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. Калибровочные поля. М.: Изд.-во Моск. Ун-та, 1986, 260с.
20. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч. Квантовая механика. М.: Наука, 1979, 528с.
21. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. Квантовая электродинамика. М.: Изд.-во Моск. Ун-та, 1983, 312с.
22. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983, 304с.
23. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1982, 304с.
24. Хуанг К. Кварки, лептоны и калибровочные поля. *Пер. с англ.* М.: Мир, 1985, 382 с., *ил.*
25. Ченг Т.-П., Ли Л.-Ф. Калибровочные теории в физике элементарных частиц. *Пер. с англ.*, М.: Мир, 1987, 624с., *ил.*

İngilis dilində

26. McMahon D. Quantum field theory demystified. New York: McGraw Hill, 2008, 299p.
27. Peskin M., Schroeder D. An Introduction to quantum field theory. Reading, MA: Addison-Wesley Pub. Co., 1995, 842p.
28. Srednicki M. Quantum field theory. New York: Cambridge University Press, 2007, 641p.
29. Weinberg S. The quantum theory of fields. Vol. I. Foundations. New

York: Cambridge University Press, 2002, 609p.

30. Weinberg S. The quantum theory of fields. Vol. II. Modern Applications. New York: Cambridge University Press, 2001, 489p.

Vəli Allahverdi oğlu Hüseynov

**K V A N T
ELEKTRODİNAMİKASI**

Ali məktəblər üçün dərslik

Yığılmağa verilmişdir: 01.02.2012. Çapa imzalanıb: 04.04.2012

Formatı: 60×88 1/16. Əla növ kağız. Ofset çap üsulu.

Şərti çap vərəqi: 14,75. Tirajı: 300 nüsxə

Kitab "Şerq-Qərb" mətbəəsində çap olunmuşdur.

Bakı, Aşıq Ələsgər küçəsi, 17.

Tel.: (+99412) 374 75 62, 374 83 43, 374 73 84

Faks: (+99412) 370 18 49

www.eastwest.az