F.A.ƏHMƏDOV

MEXANIKA
VƏ
MOLEKULYAR FIZIKA

F.A.ƏHMƏDOV

MEXANIKA
VƏ
MOLEKULYAR FIZIKA

Ali məktəb tələbələri üçün dərs vəsaiti

Azərbaycan Resnublikası Təhsil Nazirliyinin 08.07.2004-cü il tarixli 641 saylı əmri ilə təsdiq edilmişdir.

Bakı – 2006

Elmi redaktoru: *fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, nrofessor* **N.M.Qocayev**

Rəyçilər: *fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, nrofessor* **A.H.Kazımzadə**,

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, nrofessor **N.M.Mehdiyev**

Əhmədov Faiq Abduləvvəl oğlu. Mexanika və molekulyar fizika**.** *Ali məktəb tələbələri üçün dərs vəsaiti*. Bakı, 2006, …..səh.

Dərs vəsaiti bakalavr təhsil nilləsinin fizika nroqramına uyğun tərtib edilmiş və ümumi fizikanın Mexanika və Molekulyar fizika bölmələrinin qısa şərhinə həsr olunmuşdur. Təqdim olunan bu kitab 2004-cü ildə nəşr edilmiş «Ümumi fizika (qısa kurs)» kitabının I və II bölmələrinin yenidən işlənmiş və müəyyən qədər genişləndirilmiş variantıdır. Ona görə də kitab fizika nroqramına uyğun olaraq Mexanika və Molekulyar fizikanın əsaslarını yığcam şəkildə əks etdirsə də bütün məsələlərin ətraflı şərhinə idda etmir. Lakin, müəllifin fikrincə göstərilən bölmələr üzrə mükəmməl bilik əldə etmək üçün bu kitab istiqamətləndirici rol oynaya bilər. Bu baxımdan dərs vəsaiti bakalavr nilləsində təhsil alan tələbələr üçün nəzərdə tutulmuşdur.

Müəllif kitabın tərtibinə, mövzuların və fiziki nroseslərin şərhinə iradlarını, məsləhətlərini bildirən, çatışmazlıqları göstərən bütün oxuculara əvvəlcədən öz minnətdarlığını bildirir.

KITABIN IÇINDƏKILƏR

ƏLIFBA GÖSTƏRICISI

aberrasiya bucağı
Qaliley çevirmələri
qeyri-konservativ qüvvələr
diyirlənmə şərti
dissinativ qüvvələr
zamanabənzər interval
zamanın ləngiməsi
interval
işığın aberrasiyası
kütlə mərkəzi
normalaşdırılma
reaktiv qüvvə
Siolkovski düsturu
sükunət enerжisi
sükunət kütləsi
sərbəstlik dərəcəsinin sayı
fəzayabənzər interval
fəzayabənzər interval
xüsusi nisbilik nəzəriyyəsi
işığabənzər interval
məxsusi zaman
relyativistik kütlə
cüt qüvvə
fırlanma cismi
ətalət tenzoru
sərbəst ox
mərkəzi baş ətalət oxu
giroskon
giroskonik effekt
giroskonik qüvvə
giroskonik komnas
nresessiya
metasiya

affin deformasiya
Пuasson əmsalı
qara deşiklər
infinit hərəkət
finit hərəkət
birinci kosmik sürət
ikinci kosmik sürət
üçüncü kosmik sürət
iki cisim məsələsi
gətirilmiş kütlə
qabarma
çəkilmə
Stoks qüvvəsi
rəqsin amnlitudu
rəqsin fazası
məxsusi rəqslərin dairəvi tezliyi
Lissaжu fiqurları
statik amnlitud

FIZIKANIN TƏDQIQAT OBYEKTI VƏ ONU ÖYRƏNMƏ ÜSULLARI

Fizika maddi aləmin obyektiv xassələrini öyrənən təbiət elmlərindən biridir. Maddi aləm – materiya bizdən asılı olmayaraq mövcud olan maddi varlıqdır. Materiyanın əsas xassəsi və varlıq forması hərəkətdir. Maddi aləmdə baş verən ixtiyari dəyişiklik hərəkət adlanır. Bu hərəkəti doğuran materiyanın özüdür, onun müxtəlif konkret formaları arasındakı qarşılıqlı tə·sirdir. Materiyanın hərəkət formaları da müxtəlifdir. Buraya fiziki, kimyəvi, bioloжi və s. hərəkət formaları aiddir. Bu hərəkət formaları qarşılıqlı əlaqədə olub biri digərinə keçə bilər. Bununla yanaşı hər bir hərəkət formasının keyfiyyətcə özünəməxsus xassələri vardır. Bu hərəkət formaları eyni zamanda materiyanın inkişafının müxtəlif mərhələləri ilə də xarakterizə olunur. Materiyanın inkişafında bəsit, sadə hərəkət mürəkkəb hərəkətə keçdikdə keyfiyyətcə yeni hərəkət forması və eyni zamanda materiyanın yeni varlıq forması yaranır. Ona görə də təsbit edilir ki, materiya və hərəkət bir-birindən ayrılmazdır, hərəkətsiz materiya və materiyasız hərəkət yoxdur.

Müxtəlif elmlər materiyanın müxtəlif hərəkət formalarını öyrənir. Fizika maddi aləmin rəngarəng hərəkət formalarından yalnız mexaniki və fiziki hərəkətləri öyrənir, maddi varlıq forması olaraq maddə və sahə formalarını qəbul edir. Materiyanın maddə formasına elementar zərrəciklər, onlardan yaranan atomlar, atomlardan yaranan molekullar, atom və molekullardan ibarət olan cisimlər aiddir. Maddənin əsas xarakterik cəhəti onun korпuskulyar, diskret və sonlu ölçüyə malik olmasıdır. Sahə isə bu korпuskullar (zərrəciklər, hissəciklər, cisimlər) arasında əlaqə yaradan, onların bir-birinə tə'sirini ötürən vasitə olub, maddi varlığın bir formasıdır. Maddədən fərqli olaraq sahə kəsilməz və fəzada qeyri-məhduddur. Sahə həm cismin daxilində və həm də cisim olmayan fəzada (boşluqda, vakuumda) ola bilər. Fəzanın eyni bir həcmində eyni zamanda müxtəlif sahələr (cazibə, elektrik, elektromaqnit) mövcud ola bilər. Sahə cisimlər tərəfindən yaradılır və bir-biri ilə bağlıdırlar. Müəyyən konkret hallarda zərrəciyə sahə, sahəyə isə zərrəciyi qarşı qoymaq olar, yəni onlar biri-digərinə çevrilə bilər. Beləliklə, fizikanın materiyanın maddə və sahə formalarının xassələrini, onların hərəkətini öyrənən elm olduğu görünür.

Fizikanın əsas vəzifəsi fiziki aləmin real mənzərəsini aydınlaşdırmaq və onun qanunauyğunluqlarını müəyyənləşdirməkdir. Real aləm çox mürəkkəb olduğundan, onun bütün rəngarəngliklərini nəzərə alaraq öyrənmək пraktik və nəzəri olaraq mümkün deyildir. Elmin müasir ölçmələrinə görə kainat bir sferadırsa, onun radiusu 10^{26} m-dir. Bu müasir teleskoпun görə bildiyi ən uzaq ulduza qədər olan məsafədir. Bu məsafəni işıq təqribən 10^{10} ilə qət edə bilir (nəzərə alaq ki, işıq 1 saniyədə $3x10^8$ m məsafə gedir). Bu müddət Yerin yaşı ilə eyni tərtibdədir. Yer yarananda həmin uzaq ulduzdan çıxan şüa bu gün bizə çatmışdır. Belə radiusa malik Kainatda olan ulduzları toпlayıb kütləsi Günəşin kütləsinə bərabər «kündələrə» bölsək 10^{23} Günəş alınar. Ulduzlar əsasən neytron və пrotonlardan ibarətdir. Günəşdə 10^{57} neytron və пroton vardır. Deməli, Kainat 10^{80} neytron və пrotondan ibarətdir. Onlar bir-birləri ilə müxtəlif növ qarşılıqlı tə'sirdədirlər. Bundan əlavə neytronlar və пrotonlar birləşərək 100-dən artıq nüvə (izotoпlar nəzərə alınmır) yaradırlar. Nüvələr bir-birinə çevrilirlər. Onlar elektronlarla örtüldükdə atomlar və ya ionlar yaranırlar. Atomlar bir-biri ilə birləşərək molekullar əmələ gətirirlər. Onlar öz növbəsində müxtəlif xassəli cisimlər yaradırlar. Insan orqanizmi 10^9-10^{10} toxumadan ibarətdir. Hər toxumaya ən azı bir dezoksibure nuklein turşusu molekulu daxil olur. Bu molekul özü 10^8-10^{10} atomdan təşkil olunur.

Bütün bunlar fizikanın tədqiqat obyektləri olduğunu nəzərə alsaq, fizikanın həll edəcək məsələlərinin nə qədər mürəkkəb olduğunu təsəvvür etmək olar. Bu məsələləri həll etmək, yəni fiziki hadisələri və onların qanunauyğunluğunu müəyyənləşdirmək üçün müşahidə və təcrübə əsasında fiziki hadisənin modeli qurulur. Bu model öz növbəsində təcrübədə yoxlanılır, reallıq tam əks etdirilmədikdə dəqiqləşdirilir və ya yeni model qurulur. Əksər hallarda dəqiqləşdirilmiş və ya yeni modellər köhnə modeli inkar etmir, onların tətbiq hüdudları müxtəlif olur. Məsələn, Nyuton mexanikasında (klassik modeldə) fəza və zaman anlayışları işıq sürətinə yaxın sürətlər mexanikasında – xüsusi nisbilik пrinsiпində (relvativistik modeldə) dəyişir. Relyativistik model klassik modeli inkar etmir, kiçik sürətlərdə onlar eyni olurlar. Modelin əsasını təşkil edən təsəvvürlərin dəyişməsi, yeni modelin – fizikanın yeni sahəsinin yaranmasına gətirir. Kvant mexanikasının yaranması buna misaldır.

Fizikanın inkişafı başqa elmlərin – kimyanın, biologiyanın, təbabətin, geologiyanın, coğrafiyanın, ekologiyanın inkişafına təkan verir. Bu sahələrin elmi əsaslarının yaradılmasında fiziki qanunauyğunluqlar, fiziki tədqiqat üsulları və onların tətbiqləri başlıca rol oynamışdır. Bu elmlərin fizika ilə sərhəddində yeni elm sahələri – kimyəvi fizika və fiziki kimya, biofizika, geofizika və s. yaranmışdır.

MEXANİKA

Ümumi fizika kursu mexanika, molekulyar fizika və termodinamika, elektrik və maqnetizm, optika, atom və nüvə fizikasından ibarət olub, adətən göstərilən ardıcıllıqla öyrənilir.

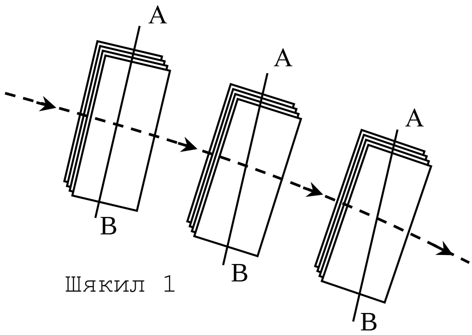
Mexanika fiziki hərəkətin ən sadə formasını – mexaniki hərəkəti öyrənən bölmədir. *Fəzada bir cismin digərinə nəzərən yerini dəyişməsi* ***mexaniki hərəkət*** *adlanır*. Hərəkəti öyrənmək üçün onun başladığı və qurtardığı nöqtələrin həndəsi yerini, bu hərəkət üçün sərf olunan müddəti (zamanı) bilmək lazımdır. Hərəkəti öyrənmək üçün istinad edilən cisim ***hesabat cismi*** adlanır. Hesabat cismi, başlanğıcı bu cismə bağlı koordinat sistemi və orada yerləşmiş zaman ölçən vasitə (saat) *hesabat sistemi* adlanır. Hərəkətin baş verdiyi fəza bircins və izotrop (bütün nöqtələri və bütün istiqamətləri eyni xassəli) olduğundan hesablama cisminin və koordinat oxlarının istiqamətinin seçilməsi ixtiyari ola bilər. Zaman bircins (onun axarı eynidir), biristiqamətli olduğundan birqiymətli təyin olunur.

Fəsil 1. KİNEMATİKA

§1. Maddi nöqtənin düzxətli hərəkəti

Ölçüləri və forması həmişə sabit qalan cisim ***mütləq bərk cisim*** adlanır. Mütləq bərk cismin ixtiyari mürəkkəb hərəkətini iki hərəkətin – irəliləmə və fırlanma hərəkətlərinin cəmi kimi göstərmək olar. *Cismin hərəkəti zamanı onun üzərində götürülmüş düz xətt parçası həmişə özünə paralel qalarsa belə hərəkət* ***irəliləmə hərəkəti*** *adlanır.*

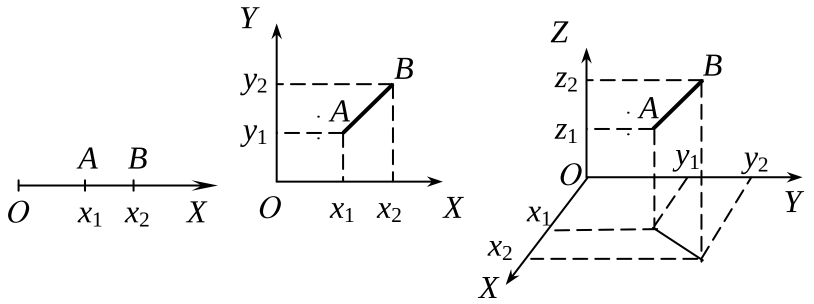
Şəkil 1-də göstərilən kitabın hərəkəti zamanı onun üzərində götürülmüş AB düz xətti özünə paralel qaldığı üçün kitab irəliləmə hərəkəti edir.



Шякил 1

Çox hallarda cismin irəliləmə hərəkətini öyrənməklə onun hansı formaya və ya ölçüyə malik olması əhəmiyyət kəsb edir. Ona görə də cismin modeli olaraq maddi nöqtə anlayışından istifadə edilir. *Forma və ölçüləri nəzərə alınmayan cisim* ***maddi nöqtə*** *adlanır. Hərəkət zamanı maddi nöqtənin ardıcıl keçdiyi nöqtələrin həndəsi yeri* (*izi*) ***trayektoriya*** *adlanır.* Trayektoriyanın forması hesablama sisteminin seçilməsindən asılıdır. Məsələn, uçan təyyarədən düşən cismin trayektoriyası təyyarəyə nəzərən düz xətt, Yerə nəzərən isə paraboladır. Trayektoriyanın forması hərəkətin formasını təyin edir. Trayektoriya düz xəttdirsə hərəkət düzxətli hərəkət, trayektoriya əyri xəttdirsə – əyrixətli hərəkət adlanır. Düzxətli hərəkətə misal olaraq iki nöqtə arasında tarım bağlanmış sapa keçirilmiş muncuq dənəsinin hərəkətini göstərmək olar. Dekart koordinat sisteminin oxlarından birinin (məsələn X oxunun) sapın istiqamətində olduğunu qəbul edərək, muncuq dənəsinin müxtəlif anlarda koordinatı təyin edilir. Göründüyü kimi, muncuq dənəsinin bu hərəkəti zamanı onun fəzadakı vəziyyətini təyin etmək üçün bir ox kifayətdir. Belə hərəkət ***birölçülü hərəkət*** adlanır. Muncuq dənəsi döşəmədə hərəkət edirsə, onun vəziyyəti iki (ikiölçülü), fəzada hərəkət etdikdə isə üç koordinatla (üçölçülü hərəkət) təyin olunur.

İki A və B nöqtələri arasındakı məsafə birölçülü fəzada $(x_2\text{-}x_1)$, ikiölçülü fəzada $(x_2\text{-}x_1)^2+(y_2\text{-}y_1)^2$ və üçölçülü fəzada $(x_2\text{-}x_1)^2+(y_2\text{-}y_1)^2+(z_2\text{-}z_1)^2$ ilə tapılır. Ümumi halda nöqtənin fəzada vəziyyəti koordinat başlanğıcından həmin nöqtəyə çəkilmiş istiqamətlənmiş düz xətt parçası ilə göstərilir. Bu istiqamətlənmiş parça ***radius-vektor*** adlanır, $\vec{r}$ ilə göstərilir (*ədədi qiyməti və istiqaməti ilə xarakterizə olunan kəmiyyət vektorial kəmiyyət, yalnız ədədi qiyməti ilə xarakterizə olunan kəmiyyət isə skalyar kəmiyyət adlanır*). Radius-vektor anlayışından və vektorların toplanma qaydasından istifadə edərək fəzada iki nöqtə arasındakı məsafəni $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ kimi tapmaq olar. Məsafənin belə tapılması hərəkətin istiqamətini müəyyən etməyə imkan verir.



Kinematikada hərəkətin parametrləri – onu xarakterizə edən kəmiyyətlər olaraq yol, yerdəyişmə, sürət və təcil qəbul olunur. *Trayektoriyanın uzunluğu* ***gedilən yol*** *adlanır*, s ilə işarə olunur. Beynəlxalq Vahidlər Sistemində (BS) metrlə (m) ölçülür. *Hərəkətin* *başlanma nöqtəsi ilə onun son nöqtəsini birləşdirən istiqamətlənmiş düz xətt parçası* ***yerdəyişmə*** *adlanır* və $\Delta\vec{r}$ ilə işarə olunur. Göründüyü kimi, gedilən yol skalyar, yerdəyişmə isə vektorial kəmiyyətdir. Vektorial kəmiyyətin ədədi qiyməti onun modulu adlanır və $|\Delta\vec{r}|$ ilə işarə olunur. Düzxətli hərəkətdə yerdəyişmənin modulu gedilən yola bərabər olur.

Maddi nöqtə ixtiyari düzxətli hərəkət etdikdə orta sürət və ani sürət anlayışlarından istifadə edilir. Yerdəyişmənin ($\Delta\vec{r}$) bu yerdəyişmə üçün sərf olunan zamana nisbəti orta sürət adlanır, υ_{or} ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\vec{\upsilon}_{or} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad (1.1.1)$$

Bu nisbətin Δt-nin sonsuz olaraq sıfra yaxınlaşması zamanı aldığı limit qiyməti ***ani sürət*** adlanır, $\vec{\upsilon}$ ilə işarə olunur və aşağıdakı kimi tapılır:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad (1.1.2)$$

Məlumdur ki, funksiya artımının arqument artımına nisbətinin limit qiyməti törəmə adlanır. Ona görə də (1.1.2)-ni aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (1.1.3)$$

Sürət yerdəyişmənin birinci tərtib törəməsi kimi tapılır.

Sürət vektorial kəmiyyət olub, düzxətli hərəkətdə yerdəyişmə vektoru istiqamətində yönəlir. Sürət BS-də m/san ilə ölçülür.

Düzxətli hərəkətdə gedilən yol yerdəyişmənin moduluna bərabər olduğu üçün (1.1.3) düsturunu skalyar şəkildə yazmaq olar

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{və} \quad \upsilon = \frac{ds}{dt}.$$

Bu düsturdan istifadə edərək t_1 və t_2 anları arasında gedilən yolu

$$\Delta s = \upsilon_i \Delta t\ ; \quad s = \lim_{\Delta t \to 0} \sum \upsilon_i \Delta t \ \text{ və ya } \quad s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon dt \qquad (1.1.4)$$

kimi hesablamaq olar. Burada cəmin limiti inteqralla əvəz edilmişdir.

Sürətin dəyişməsinin bu dəyişmə üçün sərf olunan zamana nisbəti *orta təcil* ($\vec{a}_{or}$), onun limit qiymәti isə *ani təcil* ($\vec{a}$) adlanır, uyğun olaraq aşağıdakı düsturlarla hesablanır:

$$\vec{a}_{or} = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}\ ; \quad \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \qquad (1.1.5)$$

Təcil vektorial kəmiyyət olub düzxətli hərəkətdə sürətin dəyişmə istiqamətində yönəlir və BS-də m/san^2 ilə ölçülür. Axırıncı düsturda (1.1.3) düsturunu nəzərə alaq

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d^2 r}{dt^2}\ . \qquad (1.1.6)$$

Buradan görünür ki, təcil sürətin birinci, yerdəyişmənin isə ikinci tərtib törəməsinə bərabər olan kəmiyyətdir.

(1.1.5) düsturundan aydın olur ki, $\vec{a} = 0$ olarsa $\vec{\upsilon} = const$, yəni hərəkət bərabərsürətli olur, $\vec{a} = const$ olarsa, hərəkət bərabərtəcilli hərəkət adlanır. Bərabərsürətli hərəkətdə gedilən yol (1.1.4) düsturuna əsasən $s = \upsilon(t_2 - t_1) = \upsilon t$ ilə hesablanır. Başlanğıcda $t_1 = 0$ anında sürət υ_0 olarsa bərabərtəcilli hərəkətdə t anında sürət (1.1.5) düsturuna əsasən

$$\upsilon = \int_0^t a dt = \upsilon_0 + at\ ,$$

gedilən yol isə

$$s = \int_0^t (\upsilon_0 + at) dt = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$

olar.

Hərəkət birölçülü olduqda göstərilən kəmiyyətlər yalnız bir koordinatla ifadə olunur. Hərəkət iki və ya üçölçülü olduqda, onda hər bir kəmiyyətin oxlar üzrə proyeksiyalarından istifadə edilir. *X*, *Y*, *Z* oxları üzrə vahid vektorları uyğun olaraq $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorları ilə göstərsək, kinematik kəmiyyətlər aşağıdakı kimi yazılar:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

$$\vec{\upsilon} = \vec{i}\,\upsilon_x + \vec{j}\,\upsilon_y + \vec{k}\,\upsilon_z,$$

$$\vec{a} = \vec{i}\,a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z.$$

Burada $$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt},$$

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}.$$

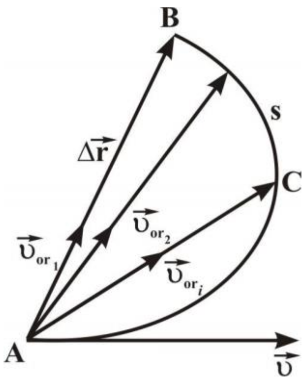
Onların qiymətləri isə

$$|\vec{r}|^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2, \quad a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

kimi hesablanır.

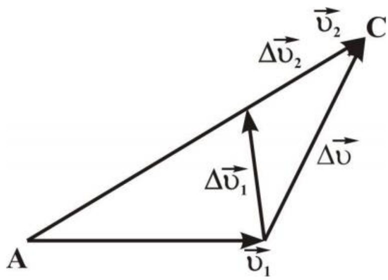
§2. Əyrixətli hərəkət

Tutaq ki, maddi nöqtə bir müstəvi üzərində (məsələn döşəmədə, onu XOY müstəvisi qəbul edək) ixtiyari əyri boyunca hərəkət edir və A nöqtəsindən B nöqtəsinə yerini dəyişir. Şəkil 2-də $\Delta\vec{r}$ maddi nöqtənin yerdəyişməsi, *s* isə onun getdiyi yoldur. Bu hərəkətdə orta sürət $\Delta\vec{r}$ istiqamətində yönəlmişdir. Ani sürət isə $\Delta\vec{r}$-in zamana görə törəməsi ilə təyin olunduğundan ixtiyari anda trayektoriyaya toxunan istiqamətində olacaqdır.



Шякил 2

Şəkildən görünür ki, $\vec{\upsilon}_{or_i}$-lərin A nöqtəsində limiti həmin nöqtədə əyrinin toxunanı istiqamətində olur. Deməli, ani sürət həmişə əyriyə toxunan istiqamətdə olur. Əyrinin toxunanı nöqtədən-nöqtəyə öz istiqamətini dəyişdiyi üçün sürət vektorunun istiqaməti də dəyişəcəkdir. Buradan belə nəticə çıxır ki, əyri xətt boyunca ixtiyari hərəkət edən maddi nöqtənin sürəti həm qiymətcə, həm də istiqamətcə dəyişir.



Шякил 3

Tutaq ki, əyrinin A nöqtəsində sürəti $\vec{\upsilon}_1$, C nöqtəsində isə $\vec{\upsilon}_2$ -dir (şəkil 3). $\vec{\upsilon}_2$ vektorunun qiymətini və istiqamətini saxlamaqla onun başlanğıcını $\vec{\upsilon}_1$ vektorunun başlanğıcına, yəni A nöqtəsinə gətirək. Onda vektorların toplanma qaydasına görə bu iki vektorun uclarını birləşdirən və ikinci vektorun ucuna doğru yönəlmiş $\Delta\vec{\upsilon}$ vektoru $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$ sürətin Δt müddətində dəyişməsini ifadə edəcəkdir. $\vec{\upsilon}_2$ vektoru üzərində $\vec{\upsilon}_1$ vektoruna bərabər parça ayıraq və $\vec{\upsilon}_1$ vektorunun ucunu həmin nöqtə ilə birləşdirək. Alınan vektoru $\Delta\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$ vektorundan artıq qalan parçanı $\Delta\vec{\upsilon}_2$ ilə işarə edək. Burada $\Delta\vec{\upsilon}_1$ sürətin istiqamətcə, $\Delta\vec{\upsilon}_2$ isə qiymətcə dəyişməsini göstərir. Şəkildən görürük ki, $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2$ olur. Təcilin (1.1.5) düsturuna görə

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_1 + \Delta\vec{\upsilon}_2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_1}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_2}{\Delta t} =$$

$$= \frac{d\vec{\upsilon}_1}{dt} + \frac{d\vec{\upsilon}_2}{dt} \tag{1.2.1}$$

Burada $\dfrac{d\vec{\upsilon}_1}{dt}$ sürətin istiqamətinin dəyişməsi hesabına yaranan təcildir. O, trayektoriyanın əyriliyindən asılıdır. İkinci hədd isə sürətin ədədi qiymətcə dəyişməsi hesabına yaranan təcildir. Sürətin ədədi qiymətcə dəyişməsi toxunan istiqamətdə olduğu üçün bu təcil də toxunan istiqamətdə yönəlir, *toxunan* və ya *tangensial təcil* adlanır və $\vec{a}_\tau$ ilə göstərilir. Toxunan istiqamətdə vahid vektoru $\vec{\tau}$ ilə işarə etsək

$$\vec{v} = \vec{\tau}\upsilon \quad \text{və} \quad \vec{a}_\tau = \vec{\tau}\,\frac{d\upsilon}{dt} \qquad (1.2.2)$$

yazmaq olar. Birinci həddi aşkar şəkildə tapmaq üçün $\vec{v} = \vec{\tau}\vec{\upsilon}$ -ni zamana görə diferensiallayaq:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\tau}\upsilon) = \upsilon\,\frac{d\vec{\tau}}{dt} + \vec{\tau}\,\frac{d\upsilon}{dt}\,. \qquad (1.2.1a)$$

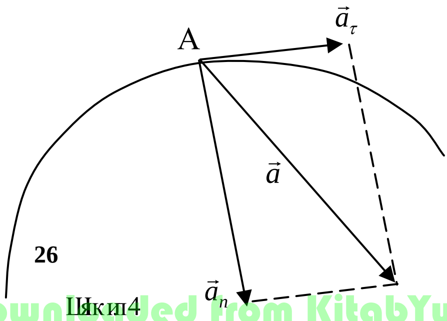
İsbat edək ki, $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ vektoru $\vec{\tau}$ vektoruna perpendikulyardır. Bunun üçün $\tau^2 = 1$ eyniliyini diferensiallayaq:

$$\frac{d}{dt}(\tau^2) = 2\vec{\tau}\,\frac{d\vec{\tau}}{dt} = 0\,.$$

Bu iki vektorun skalyar hasilidir. Bu o vaxt sıfra bərabər ola bilir ki, həmin vektorlar arasındakı bucaq 90^o olsun. Deməli, $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ vektoru $\vec{\tau}$ vektoruna perpendikulyardır. Toxunan vahid vektor $\vec{\tau}$ yolun funksiyası olduğundan

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt}$$

yazmaq olar. Burada $\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{\vec{n}}{r}$, $\frac{ds}{dt} = \upsilon$ olduğunu (1.2.1a) düsturunda nəzərə alsaq



Шякил4

$$\vec{a} = \vec{n}\frac{\upsilon^2}{r} + \vec{\tau}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \qquad (1.2.3)$$

olar. Burada $\vec{n}$ -radius istiqamətində mərkəzə doğru yönəlmiş vahid normal vektor adlanır.

Beləliklə, əyrixətli hərəkətdə təcil bir-birinə perpendikulyar yerləşmiş normal və tangensial təcillərin cəmindən ibarət olur.

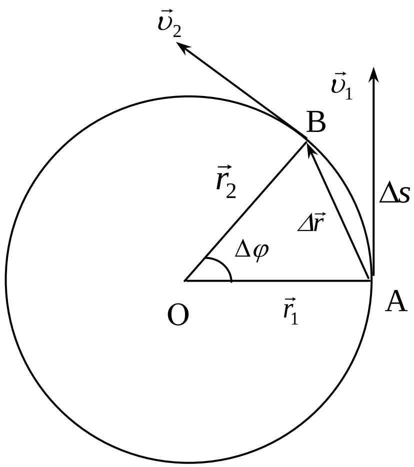
Şəkil 4-də bu vektorların ixtiyari götürülmüş A nöqtəsində istiqamətləri və vektorial cəmi göstərilmişdir.

§3. Maddi nöqtənin və bərk cismin fırlanma hərəkətinin kinematikası

Cismin hərəkəti zamanı onun nöqtələri konsentrik çevrələr cızarsa belə hərəkət firlanma hərəkəti adlanır.

Tutaq ki, maddi nöqtə r radiuslu çevrə boyunca ədədi qiymətcə sabit υ sürəti ilə fırlanır (şəkil 5). Çevrə üzrə hərəkət, bildiyimiz kimi əyrixətli hərəkətin xüsusi halıdır.

Maddi nöqtə Δt müddətində A nöqtəsindən B nöqtəsinə yerini dəyişmiş, $\Delta\breve{s}$ qövsünün uzunluğuna bərabər yol getmiş və bu zaman maddi nöqtənin çevrə üzərində vəziyyətini təyin edən radius $\Delta\varphi$ bucağı qədər dönmüşdür. Burada Δs maddi nöqtənin xətti yerdəyişməsi, $\Delta\varphi$ isə bucaq yerdəyişməsi adlanır. Onlar arasında əlaqə aşağıdakı kimidir:



Шякил5

$$\Delta s = \Delta\varphi r \text{ və ya } \left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta\varphi\left|\vec{r}\right|,\ \left|d\vec{r}\right| = d\varphi\left|\vec{r}\right|.$$

Bu ifadəni vektorial formada yazmaq üçün $\Delta\varphi$ kəmiyyətinə istiqamət vermək lazımdır. Qəbul edək ki, bu kəmiyyət istiqamətə malikdir və onun müsbət istiqaməti saat əqrəbinin hərəkət istiqamətinin əksinədir. Onda axırıncı ifadənin sağ tərəfində iki vektorun hasili olacaq və bu hasil vektorial kəmiyyət olmalıdır (çünki, $d\vec{r}$ - vektordur). Bu halda hasil aşağıdakı kimi yazılır:

$$d\vec{r} = \left[d\vec{\varphi}\cdot\vec{r}\right].$$

Bu ifadənin hər tərəfini *dt*-yə bölək

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left[\frac{d\vec{\varphi}}{dt}\cdot\vec{r}\right]. \tag{1.3.1}$$

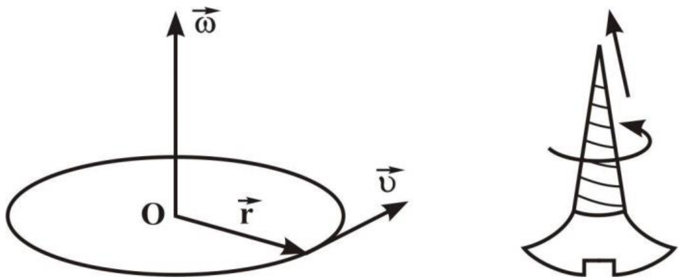
Sol tərəf (1.1.3) düsturuna görə sürəti ifadə edir (fırlanma hərəkətində bu *xətti sürət* adlanır). Sağ tərəfdəki birinci vuruq bucaq yerdəyişməsinin zamana görə birinci tərtib törəməsi olub *bucaq sürəti adlanır*, $\vec{\omega}$ ilə işarə olunur (rad/san ilə ölçülür):

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \tag{1.3.2}$$

Bunu nəzərə alsaq (1.3.1) düsturunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega}\cdot\vec{r}\right] \tag{1.3.3}$$

Xətti sürət, bucaq sürəti və radius-vektor arasında əlaqəni ifadə edən (1.3.3) düsturuna daxil olan bu üç vektor fəzada bir-birinə perpendikulyar yerləşirlər. Onların fəzada vəziyyəti sağ burgu qaydası ilə tapılır (şəkil 6).



Шякил 6

Sağ burgunun başlığı $\vec{\omega}$ vektorundan $\vec{r}$ vektoruna doğru 90^o-lik bucaq əmələ gətirən istiqamətdə fırlanarsa onun irəliləmə hərəkətinin istiqaməti $\vec{\upsilon}$ vektorunun istiqamətini göstərəcəkdir. İki vektorun vektorial hasilini ifadə edən üçüncü vektorun istiqaməti göstərilən sağ burğu qaydası ilə tapılır.

Bucaq sürətinin dəyişməsi bucaq təcili ilə xarakterizə olunur. Bucaq təcili bucaq sürətinin zamana görə birinci tərtib törəməsinə bərabərdir, $\vec{\beta}$ ilə işarə olunur, vahidi rad/san^2-dır və aşağıdakı düsturla tapılır:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \tag{1.3.4}$$

(1.3.1) düsturunda $\vec{r}$ -i sabit qəbul edərək diferensiallasaq

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{r}\right]$$

və (1.1.5), (1.3.4) düsturlarını nəzərə alsaq bucaq təcili ilə bucaq sürəti arasında əlaqəni tapmaq olar:

$$\vec{a} = [\vec{\beta}\,\vec{r}\,] \tag{1.3.4a}$$

Əgər çevrə boyunca hərəkətdə xətti sürətin modulu sabit qalarsa, onda xətti təcil (1.2.1a) düsturuna əsasən hesablanır. Bu təcil *mərkəzəqaçma təcili* adlanır:

$$\vec{a}_{m.q.} = \vec{n}\frac{\upsilon^2}{r}.$$

Burada (1.3.1) düsturunu nəzərə alsaq, $\vec{a}_{m.q.} = \vec{n}\omega^2 r$ şəklində olar.

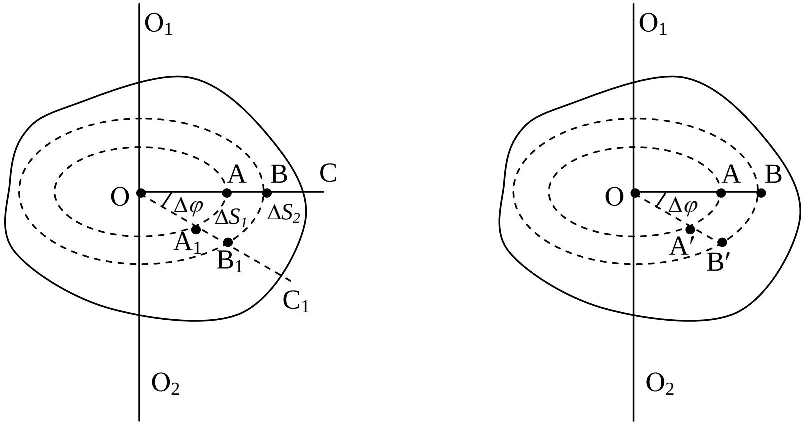
Aydındır ki, maddi nöqtə çevrə boyunca bir dəfə dövr etdikdə radius-vektor 2π bucağı qədər dönür. Hərəkət bərabərsürətli olduqda, bucaq sürəti sabit qalır və (1.3.2) düsturuna əsasən

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

kimi hesablanar. Burada T bir dövr üçün sərf olunan müddət olub, fırlanma periodu adlanır və saniyə ilə ölçülür.

İkinci paraqrafda qeyd edilmişdi ki, bərk cismin ixtiyari hərəkətini irəliləmə və fırlanma hərəkətlərinin cəmi kimi göstərmək olar. İrəliləmə hərəkətinə birinci paraqrafda baxılmışdır. Ona görə də bərk cismin fırlanma hərəkətinin kinematikasına baxaq. İrəliləmə hərəkətinin olmaması üçün bərk cismin fırlanma oxunu tərpənməz qəbul edək. Bərk cisim tərpənməz ox ətrafında fırlandıqda onu təşkil edən hissəciklər arasında məsafə dəyişmir və bu hissəciklər mərkəzləri fırlanma oxu üzərində olan çevrələr boyunca hərəkət edirlər. Deməli, bərk cismin fırlanma hərəkətinə çox sayda maddi nöqtənin müxtəlif radiuslu çevrələr boyunca hərəkətlərinin toplusu kimi baxmaq olar. Bu isə o deməkdir ki, maddi nöqtənin fırlanma hərəkətinin kinematikasını ifadə edən düsturlar bərk cismin kinematikasını da ifadə edəcəkdir. Bərk cismin bütün nöqtələri eyni bucaq sürətinə, lakin müxtəlif xətti sürətlərə malik olacaqlar, çünki müxtəlif nöqtələr fırlanma oxundan müxtəlif məsafədədirlər. Bu səbəbdən fırlanma hərəkətində bərk cismə maddi nöqtə kimi baxmaq olmaz.

Tutaq ki, bərk cisim tərpənməz O_1O_2 oxu ətrafında bərabərsürətlə fırlanır (şəkil 5a). Fırlanma oxuna perpendikulyar olan OC radiusu üzərində yerləşmiş A və B nöqtələrinin hərəkətinə baxaq. Onların fırlanma radiuslarını r_1 və r_2 ilə işarə edək. Bərk cisim fırlandıqda OC radiusu Δt müddətində $\Delta\varphi$ bucağı qədər dönəcək və OC_1 vəziyyətini alacaqdır. Bu müddətdə A nöqtəsi ΔS_1, B nöqtəsi ΔS_2 qədər yol gedərək uyğun olaraq A_1 və B_1 nöqtələrinə gələcəkdir. Onların bucaq sürətləri və xətti sürətləri



Şəkil 5a

$$\omega_A = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t};\ \ \omega_B = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t};\ \ \upsilon_A = \frac{\overset{\smile}{\Delta S_1}}{\Delta t};\ \upsilon_A = \frac{\overset{\smile}{\Delta S_2}}{\Delta t}$$

olacaqdır. Şəkil 5a-dan $\overset{\smile}{\Delta S_1} = r_1\Delta\varphi,\ \overset{\smile}{\Delta S_2} = r_2\Delta\varphi$ olduğu görünür. Bu ifadələri xətti sürətlərin düsturunda yerinə yazaq. Onda

$$\upsilon_A = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} r_1 = \omega r_1 \text{ və } \upsilon_B = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} r_2 = \omega r_2$$

alınar. Buradan görünür ki, bərabərsürətlə fırlanan bərk cismin bütün nöqtələri eyni bucaq sürətinə, lakin müxtəlif xətti sürətə malik olur. Fırlanma oxundan eyni məsafədə yerləşmiş nöqtələr isə eyni xətti sürətlə fırlanırlar.

Bərk cisim tərpənməz ox ətrafında bərabər dəyişən sürətlə hərəkət edərsə, onda (1.3.2) və (1.3.4a) düsturlarına əsasən ixtiyari nöqtənin normal və toxunan təcili üçün aşağıdakı ifadələri yazmaq olar

$$a_{n_i} = \frac{\upsilon_i^2}{r_i} = \omega^2 r_i,\ a_\tau = \beta r_i\,.$$

Bu ifadələr göstərir ki, bərabərdəyişən sürətli fırlanma hərəkətində normal təcillə yanaşı toxunan təcil də yaranır: fırlanma oxundan uzaqda yerləşən nöqtələrin təcilləri böyük olur.

Fərz edək ki, bərk cismin fırlanma oxu bağlanmamışdır və o, həm irəliləmə və həm də fırlanma hərəkəti edir. Bərk cismin belə hərəkətinə üfiqi müstəvi üzərində diyirlənən bircins disk misalında baxaq. Diskin diyirlənmə hərəkətini onun kütlə mərkəzindən keçən-simmetriya oxunun $\vec{\upsilon}_0$ sürətilə irəliləmə və bu ox ətrafında fırlanma hərəkətlərinin cəmi kimi göstərmək olar. Onda disk üzərində simmetriya oxundan *r* məsafədə götürülmüş ixtiyari nöqtənin sürəti irəliləmə hərəkətinin sürətilə fırlanma hərəkətinə uyğun xətti sürətin cəminə bərabər olacaqdır:

$$\vec{\upsilon}_i = \vec{\upsilon}_0 + [\vec{\omega}_i \vec{r}_i].$$

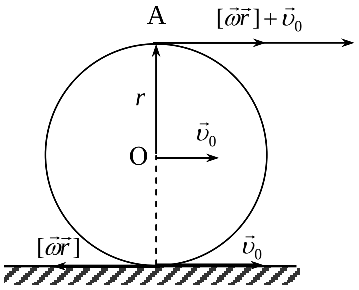
Bu düstura görə A nöqtəsinin sürəti

$$\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_0 + [\vec{\omega}\vec{r}]$$

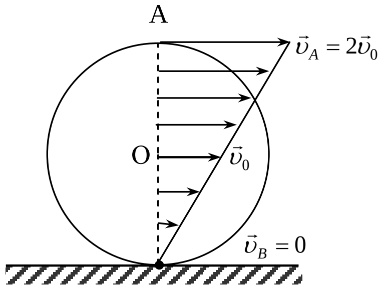
B nöqtəsinin sürəti isə

$$\vec{\upsilon}_B = \vec{\upsilon}_0 - [\vec{\omega}\vec{r}]$$

olar. Əgər disk sürüşmədən diyirlənirsə, onda $|\vec{\upsilon}_0| = |\vec{\omega}\vec{r}|$ olur. Axırıncı bərabərlik təmiz *diyirlənmə şərti* adlanır. Deməli, diskin təmiz diyirlənməsi zamanı onun səthlə toxunan nöqtələrinin sürəti verilmiş anda sıfıra bərabər olur. Bu nöqtələrdən keçən ox *ani fırlanma oxu* adlanır. (Fırlanma hərəkətində sürəti sıfıra bərabər olan nöqtələrin həndəsi yeri fırlanma oxudur). Buradan belə bir nəticə çıxır ki, təmiz diyirlənmə hərəkətini ani fırlanma oxu ətrafında fırlanma hərəkəti kimi qəbul etmək olar. Onda A nöqtəsinin sürəti $2\vec{\upsilon}_0$, B nöqtəsinin sürəti isə sıfır olur və sürətin AB diametri boyunca paylanması şəkil 5c-də göstərildiyi kimi olur.



Шякил5б



Шякил5ъ

Əgər təmiz diyirlənmə şərti odənməzsə, onda ani fırlanma oxu B nöqtəsindən keçməyəcək, AB diametrinin və ya onun uzantısının üzərində olan başqa nöqtələrdən keçəcəkdir.

§1-də qeyd edildi ki, maddi nöqtənin fəzada vəziyyəti 3 koordinatla təyin edilir. Bu koordinatlar əvəzinə sürəti, impulsu, enerjini və s. parametrləri də götürmək olar. Bərk cismin də vəziyyətini bu kəmiyyətlərlə vermək mümkündür. Deməli, ixtiyari sistemin vəziyyətini müəyyən sayda parametrlər təyin edir. Sistemin vəziyyətini təyin edən asılı olmayan kəmiyyətlərin sayı *sərbəstlik dərəcəsinin sayı* adlanır. Əgər heç bir məhdudiyyət yoxdursa, maddi nöqtə üçün onların sayı 3, bərk cisim üçün – 6-dır. Bərk cisim sonlu ölçülərə malik olduğundan onun müəyyən ox ətrafında dönməsi vəziyyətini dəyişdirir. Ona görə də 3 qarşılıqlı perpendikulyar ox ətrafında dönməyə uyğun əlavə olaraq 3 sərbəstlik dərəcəsinə də malik olur. Maddi nöqtənin və ya bərk cismin vəziyyətində müəyyən əlaqələr və ya məhdudiyyətlər olarsa, sərbəstlik dərəcəsinin sayı həmin qədər azalır. Məsələn, bircins kürə onun ətalət mərkəzindən keçən ox ətrafında fırlandıqda ixtiyari dönmə bucağında onun vəziyyətində heç bir dəyişiklik yaranmır. Ona görə də kürəyə yalnız 3 sərbəstlik dərəcəsi yazılır. Qantel formasında olan bərk cisim (məsələn, ikiatomlu molekul belə formadadır) kürəciklərin mərkəzlərini birləşdirən ox ətrafında fırlandıqda onun vəziyyəti bütün hallarda eyni qalır və ona görə də qantel 5 sərbəstlik dərəcəsinə malik olur.

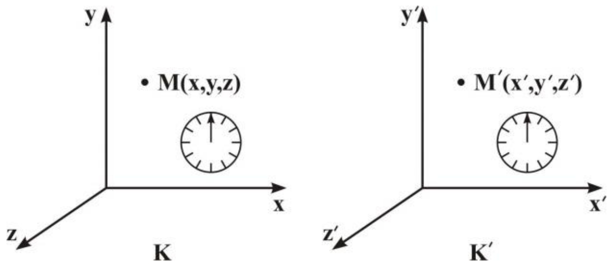
Fəsil 2. DİNAMİKA

§1. Nyutonun I qanunu. İnersial hesablama sistemləri. Mexaniki nisbilik prinsipi

Dinamika mexaniki hərəkəti onu doğuran səbəbləri nəzərə almaqla öyrənir. Dinamikanın əsasında Nyutonun üç qanunu durur. Nyutonun I qanununa görə bütün cisimlər öz halını saxlamağa çalışırlar. Cismin öz halını saxlamaq xassəsi ***ətalət*** adlanır. Cismə başqa cisimlər təsir etmədikdə onun halı dəyişməz qalır. Cismin hərəkəti hesablama sisteminə nəzərən öyrənilir. Deməli, hesablama sistemi də elə olmalıdır ki, orada baş verən hərəkətə təsir göstərməsin, yəni cisim sükunətdədirsə sükunətdə qalsın, bərabərsürətli hərəkətdədirsə, bu hərəkət halını saxlasın. Belə hesablama sistemi ***inersial (ətalət) hesablama sistemi*** adlanır. Nyutonun I qanununun mahiyyəti inersial sistemin qəbul edilməsidir. ***Sükunətdə və ya bərabərsürətli düzxətli hərəkətdə olan sistem inersial hesablama sistemi adlanır.*** Bu model sistemdir. Real olaraq belə sistem mövcud ola bilməz, çünki hər bir sistem müəyyən qarşılıqlı təsirə – zəif (yüngül zərrəciklər –leptonlar arasında), güclü (ağır zərrəciklər – adronlar arasında), elektromaqnit və qravitasiya (cazibə) qarşılıqlı təsirə məruz qalır. Bu qarşılıqlı təsirlər məsafə artdıqca kəskin azaldıqları üçün seçilmiş hesablama sistemini qalan cisimlərdən uzaqlaşdırmaqla onların təsirini azaltmaq olar və onu təqribi olaraq inersial qəbul etmək olar. Bu sistemə nəzərən bərabərsürətli düzxətli hərəkət edən bütün sistemlər də inersial olacaqlar. Qaliley bu mülahizələri ümumiləşdirərək ***mexaniki nisbilik prinsipini*** vermişdir. Bu prinsipə görə ***bütün inersial sistemlər eyni hüquqludur və bu sistemdə aparılmış mexaniki təcrübənin köməyi ilə bu sistemin sükunətdə, və ya bərabərsürətli düzxətli hərəkətdə olduğunu müəyyən etmək olmaz***. Buradan belə əsaslı nəticə çıxır ki, ***mexaniki hadisələr bütün inersial sistemlərdə eyni***

tərzdə cərəyan edir. Qaliley özü belə misal göstərir ki, idmançı sahildə hansı məsafəyə tullanırsa, bərabərsürətli düzxətli hərəkət edən gəminin göyərtəsində də ixtiyari istiqamətdə həmin qədər məsafəyə tullanacaqdır.

Qaliley göstərmişdir ki, bir inersial sistemdən digərinə keçdikdə baxılan nöqtənin yalnız hərəkət istiqamətindəki koordinatı və onun sürəti dəyişir. Eyni zamanda ölçülmüş koordinatlar arasındakı məsafə, eyni koordinatda baş vermiş hadisənin başlanğıcı ilə sonu arasında keçən müddət, hərəkətin təcili inersial sistemlərdə bütün istiqamətlərdə eyni olur. Belə kəmiyyətlər ***invariant kəmiyyətlər*** adlanırlar.



Tutaq ki, K və K' sistemləri inersial hesablama sistemləridir (şəkildə K və K'). K sistemi sükunətdə, K' sistemi isə X oxu istiqamətində sabit $\vec{\upsilon}_0$ sürətilə hərəkət edir. Bu sistemlərdə götürülmüş M və M' nöqtələrinin koordinatlarını uyğun olaraq x, y, z və x', y', z' ilə işarə edək. Fərz edək ki, ilk anda sistemlərin başlanğıcı və götürülmüş nöqtələr üst-üstə düşür, saatların da göstərişi eynidir. Sonrakı anda K sistemindəki müşahidəçiyə nəzərən K' sistemi sağa doğru yerini dəyişmiş olacaq və M, M' nöqtələrinin koordinatları bir-birindən fərqlənəcəkdir. K' sistemi yalnız X oxu istiqamətində bərabərsürətli hərəkət etdiyindən M' nöqtəsi M nöqtəsindən $\upsilon_0 t$

qədər uzaqlaşacaqdır və onun K sisteminə nəzərən koordinatları aşağıdakı münasibətlərlə təyin olunacaqdır:

$$x = x' + \upsilon_0 t'; \quad y = y'; \quad z = z'.$$

Burada qəbul edilir ki, maddi nöqtə fəzada yerini dəyişərkən onun xassələri dəyişmir, yəni fəza bircins və izotropdur. Fəzanın bütün nöqtələri və istiqamətləri eyni hüquqlu, eyni xassəlidir, bir-birindən fərqlənmirlər. Zamanın axarı da eynidir, yəni zaman bircins, birqiymətli və biristiqamətlidir.

Yuxarıda göstərilən koordinat çevrilmələrinə daxil olan t' müddəti K' sistemində yerləşdirilmiş saatın göstərişidir. Onu K sistemində olan müşahidəçi həmin saatdan gələn siqnal ilə (işıq şüaları ilə) təyin edir. Məlumdur ki, işıq şüaları sonlu sürətlə ($3 \cdot 10^8$ *m/san*) yayılır. Bunu nəzərə aldıqda t və t' müddətləri şüanın yola sərf etdiyi müddət qədər bir-birindən fərqlənəcəkdir. Lakin K' sisteminin sürətinin işığın sürətindən çox-çox kiçik olduğunu qəbul etsək, göstərilən fərqi atmaq və $t=t'$ qəbul etmək olar. Beləliklə, bir inersial sistemdən digərinə keçid

$$x = x' + \upsilon_0 t'; \quad y = y'; \; z = z'; \; t = t'$$

və ya

$$x' = x - \upsilon_0 t; \quad y' = y; \; z' = z; \; t' = t$$

düsturları ilə yerinə yetirilir. Bu ifadələr *Qaliley çevrilmələri* adlanır.

Qaliley çevrilmələrindən aşağıdakı nəticələr alınır:

− mütləq hərəkət və mütləq sürət fizikada əhəmiyyətli rol oynayır;

− mexanikanın qanunları bütün inersial sistemlərdə eynidir, yəni Qaliley çevrilmələrinə nəzərən invariantdır.

a) nisbi sürətin dəyişməsi $\left(v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + \upsilon_0 = \upsilon'_x - \upsilon_0, \; \Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}' \right)$;

b) zaman intervalı $\left(\Delta t = t_2 - t_1 = t'_2 - t'_1 = \Delta t' \right)$.

c) təcil $\left(a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2} = a'_x \right)$.

d) uzunluq (eyni zamanda ölçülmüş iki koordiant arasındakı fərq) ($\ell_x = x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1 = \ell'_x$; $\ell_y = y_2 - y_1 = y'_2 - y'_1 = \ell'_y$;

$\ell_z = z_2 - z_1 = z'_2 - z'_1 = \ell'_z$; $\ell = \sqrt{\ell_x^2 + \ell_y^2 + \ell_z^2} = \sqrt{\ell'^2_x + \ell'^2_y + \ell'^2_z} = \ell'$).

e) Nyutonun II qanunu ($\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}' = F'$).

Qalileyin nisbilik prinsipində çatışmazlıq ondan ibarətdir ki, siqnalın sonsuz böyük sürətlə yayıldığını qəbul edir. Lakin məlumdur ki, siqnalın – qarşılıqlı təsirin yayılma sürəti işıq sürətindən böyük olmur.

Qarşılıqlı təsirin sonlu sürətlə yayıldığını nəzərə alan çevrilmələr Lorens çevrilmələrildir.

§2. Nyutonun II qanunu. Kütlə və qüvvə. Nyutonun III qanunu

Təcrübələr göstərmişdir ki, müxtəlif cisimlərin ətalətliliyi müxtəlifdir. Eyni materialdan hazırlanmış kiçik cismin ətaləti kiçik, böyük cismin ətaləti böyük olur. ***Cismin ətalət ölçüsü olaraq kütlə anlayışı daxil edilir***, m ilə işarə olunur və BS-də kq-la ölçülür. Cisimlər arasındakı qarşılıqlı təsir ölçüsü olaraq qüvvə anlayışından istifadə edilir, $\vec{F}$ ilə işarə olunur və BS-də onun vahidi N (Nyuton) qəbul edilir. Qüvvə vektordur. Nyuton cismə təsir edən qüvvə ilə onun hərəkətinin dəyişməsi arasında əlaqəni müəyyən etmişdir. Bu əlaqə onun II qanunu ilə verilir. Bu qanuna görə cismin aldığı təcil ona təsir edən kənar qüvvə ilə düz, cismin kütləsi ilə tərs mütənasib olub qüvvənin istiqamətində yönəlir və riyazi olaraq aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{2.2.1}$$

Cismə bir neçə qüvvə təsir edərsə, onda (2.2.1) düsturundakı $\vec{F}$ bütün qüvvələrin vektoru cəmini göstərən əvəzləyici qüvvə olacaqdır. Bu düstur inersial sistemin seçilməsindən asılı olmayıb, bütün inersial sistemlərdə doğrudur.

Cisimlər arasında təsir qarşılıqlı xarakter daşıyır, yəni bir cisim digərinə təsir edirsə, həmin cisim də öz növbəsində birinci cismə təsir edir. Nyuton III qanununda göstərir ki, təsir əks təsirə bərabərdir:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \tag{2.2.2}$$

Bu qüvvələr qarşılıqlı təsirdə olan maddi nöqtələri birləşdirən düz xəttin üzərində yerləşir, qiymətcə bir-birinə bərabər, istiqamətcə əks tərəflərə yönəlmiş və müxtəlif cisimlərə tətbiq olunmuşlar, ona görə də bir-birini kompensə edə, yəni tarazlaşdıra bilməzlər. Bu qüvvələrin təsir müddətləri də eynidir.

Bu qanunlar kiçik sürətlərdə doğrudur. Böyük sürətlərdə təcil qüvvənin istiqamətində olmur, yüklü zərrəciklərin qarşılıqlı təsirində, ümumiyyətlə təsir və əks təsir qüvvələri bir düz xətt üzərində yerləşmirlər.

§3. Kütlə mərkəzi

Çox sayda cisimlərdən ibarət olan sistemin hərəkətini ayrı-ayrı cisimlərin hərəkətini öyrənməklə təhlil etmək müəyyən çətinliklər yaradır. Odur ki, cisimlər sisteminin hərəkətini elə bir maddi nöqtənin hərəkəti ilə əvəz edirlər ki, bütün cisimlərin kütləsi bu nöqtədə toplanmış olsun və onun fəzada vəziyyəti aşağıdakı kimi ifadə olunmuş radius vektorla təyin olunsun

$$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}.$$

Bu nöqtə *kütlə mərkəzi* adlanır. Burada $\vec{r}_i$ fəzada m_i kütləsinin vəziyyətini göstərən radius vektordur. Onda cisimlər sisteminin sürəti və təcili kütlə mərkəzinin sürətinə və təcilinə bərabər olacaq və uyğun olaraq kütlə mərkəzinin radius vektorunun birinci və ikinci tərtib törəməsi ilə təyin olunacaqdır.

$$\vec{\upsilon} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}; \quad \vec{a} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2}.$$

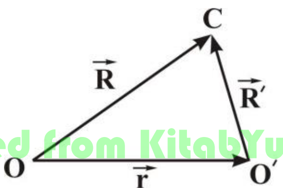
Nyutonun (2.2.1) düsturu ilə verilmiş ikinci qanunu kütlə mərkəzi üçün də doğrudur.

Görünür ki, kütlə mərkəzi anlayışından istifadə etdikdə çox sayda cisimlərdən ibarət olan sistemin hərəkətini asan yolla təsvir etmək olur. İsbat etmək olar ki, cisimlər sisteminin kütlə mərkəzinin vəziyyəti hesablama sisteminin seçilməsindən asılı deyildir. Tutaq ki, sükunətdə olan hesablama sisteminə nəzərən baxılan cisimlər sisteminin kütlə mərkəzi C nöqtəsindədir və onun vəziyyəti $\vec{R}$ vektoru ilə göstərilir. Verilmiş anda başlanğıcı O' nöqtəsində olan və O nöqtəsinə nəzərən üfüqi X oxu istiqamətində υ sürətilə hərəkət edən sistemə nəzərən kütlə mərkəzinin radius vektorunu $\vec{R}'$ ilə işarə edək. Aydındır ki,

$$\vec{R} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z; \quad \vec{R}' = \vec{i}x' + \vec{j}y + \vec{k}z = \vec{i}(x - \upsilon t) + \vec{j}y + \vec{k}z =$$

$$= \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z - \vec{i}\upsilon t = \vec{R} - \vec{i}\upsilon t = \vec{R} - \vec{r}.$$

Şəkildən görünür ki, doğrudan da $\vec{R}' = \vec{R} - \vec{r}$ olduğundan $\vec{R}$ və $\vec{R}'$ vektorları eyni bir C nöqtəsinin vəziyyətini



təyin edirlər. Beləliklə, isbat olunur ki, kütlə mərkəzi hesablama sisteminin seçilməsindən asılı deyildir. Bu nəticə klassik fizikada doğrudur. Relyativistik fizikada kütlə mərkəzi anlayışı öz mənasını itirir. Məsafə invariant olmur, sürətlərin toplanma qaydası dəyişir. Ona görə də relyativistik fizikada kütlə mərkəzi sistemi anlayışından istifadə edilir.

§4. İmpuls və onun saxlanma qanunu

Nyutonun (2.2.1) şəklində verilmiş II qanununda (1.1.5) düsturunu nəzərə alsaq

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{və ya} \quad md\vec{\upsilon} = \vec{F}dt$$

olar. Kütlə sabit qəbul olunduğundan onu diferensialın altında yazaraq

$$d(m\vec{\upsilon}) = \vec{F}dt \qquad (2.4.1)$$

alarıq. Burada $m\vec{\upsilon}$ hasili $\vec{\upsilon}$ sürəti ilə hərəkət edən *m* kütləli cismin ***impulsu*** (hərəkət miqdarı) adlanır, $\vec{P}$ ilə işarə olunur:

$$\vec{P} = m\vec{\upsilon}\ . \qquad (2.4.2)$$

İmpuls vektorial kəmiyyətdir. (2.4.1) düsturunun sağ tərəfində olan $\vec{F}dt$ hasili ***qüvvə impulsu*** adlanır. Həmin düsturun sol tərəfi impulsun dəyişməsini ifadə edir. Düsturdan görünür ki, cismə kənardan qüvvə təsir etməzsə, və ya onun təsir müddəti sonsuz kiçik olarsa (belə sistem qapalı sistem adlanır), onda

$$d\vec{P} = 0 \quad \text{və ya} \quad \vec{P} = const \qquad (2.4.3)$$

olar. Bu, qapalı sistemin impulsunun saxlanma qanununu ifadə edir, yəni qapalı sistemin impulsu dəyişmir və sabit qalır. Bu qanun fəzanın bircins olmasından, yəni onun bütün nöqtələrinin eyni hüquqlu, eyni xassəli olmasından irəli gəlir. Sistem qapalı olmazsa, yəni ona sonlu müddətdə xarici qüvvə təsir edərsə, onun impulsu dəyişir və impulsun dəyişməsi xarici qüvvələrin əvəzləyicisinin impulsuna bərabər olur.

Tutaq ki, iki cisim qapalı sistem təşkil edir və bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdədirlər. Onda Nyutonun II və III qanunlarına görə

$$m_1 d\vec{\upsilon}_1 = -m_2 d\vec{\upsilon}_2 \quad \text{və ya} \quad d(m_1\vec{\upsilon}_1) = -d(m_2\vec{\upsilon}_2)$$

və ya

$$d\vec{P}_1 = -d\vec{P}_2 \tag{2.4.4}$$

olur.

Buradan görünür ki, qapalı sistemdə birinci cismin impulsu nə qədər artmışdırsa, ikinci cismin impulsu həmin qədər azalmışdır. (2.4.4) düsturunda hər iki həddi bərabərliyin sol tərəfində yazaq

$$d\vec{P}_1 + d\vec{P}_2 = 0 \quad \text{və ya} \quad d(\vec{P}_1 + \vec{P}_2) = 0\,.$$

Buradan görünür ki, ***qapalı sistemi təşkil edən cisimlərin ayrı-ayrılıqda impulsları dəyişə bilər, lakin sistemin impulsu sabit qalır, dəyişmir.*** Buradan həm də belə nəticə çıxır ki, daxili konservativ qüvvələr (elastik, cazibə, Kulon qüvvələri) sistemin impulsunu dəyişə bilməz.

Raketin hərəkəti impulsun saxlanma qanununa əsaslanmışdır. Raket və onun daxilindəki yanacaq qapalı sistemdir. Raket əvvəlcədən sükunətdədir və impulsu sıfra bərabərdir. Raketin arxasından vahid zamanda μ qədər yanacaq $\vec{\upsilon}_y$ sürətilə çıxarsa yanacağın impulsu $\vec{P}_y$ qədər olar. İmpulsun saxlanma qanununa görə yanacağın malik olduğu impulsla raketin impulsu $\vec{P}_r$ birlikdə sıfra bərabər olmalıdır:

$$\vec{P}_r + \vec{P}_y = 0$$

Buradan alırıq ki, $\vec{P}_r = -\vec{P}_y$. Yəni impulsun saxlanma qanununa görə raket yanacağın impulsuna bərabər və onun əksinə yönəlmiş impuls alaraq hərəkət edəcəkdir. Bu hərəkət *reaktiv hərəkət*, yaranan qüvvə $\vec{F} = -\mu\upsilon_y$ isə *reaktiv qüvvə* adlanır.

Reaktiv hərəkəti və reaktiv qüvvəni hava şarını hava ilə doldurub, ağzını bağlamadan buraxdıqda da müşahidə etmək olar.

§5. Dəyişən kütləli cismin hərəkəti

İmpulsun saxlanma qanununun tətbiqinə aid misallara baxaq.

Dəyişən kütləli cismin hərəkəti. Hərəkət zamanı cismin kütləsi dəyişə bilər; onun kütləsi kəsilməz olaraq artar və ya azalar. Məsələn, yolu sulayan avtomobil hərəkət edərək özündən su vurur. Reaktiv təyyarə və raketdən yanan qaz çıxır və onların kütləsi getdikcə azalır. Su çiləyən avtomobil və raket misalında dəyişən kütləli cismin hərəkətinə baxaq.

Tutaq ki, ilk anda avtomobilin su ilə birlikdə kütəsi M, sürəti υ, impulsu isə $P_1 = M\upsilon$-dir. Avtomobil vahid zamanda irəliyə doğru özündən u sürətilə μ qədər su vurarsa, dt müddətindən sonra çıxan suyun kütləsi μdt, avtomobilin kütləsi isə $M\text{-}\mu dt$ olar. Suyun yerə nəzərən sürəti $\upsilon + u$ olduğundan onun daşıdığı impuls $\mu dt(\upsilon + u)$ olacaqdır. Avtomobilin mühərriki sabit güclə işlədiyindən kütlənin azalması hesabına onun sürəti $d\upsilon$ qədər artaraq $\upsilon + d\upsilon$, impulsu isə $(M\text{-}\mu dt)(\upsilon+d\upsilon)$ olacaqdır. Baxılan müddətdən sonra avtomobil və su sisteminin impulsu $P_2=(M\text{-}\mu dt)(\upsilon+d\upsilon)+\mu dt(\upsilon+u)$ olar. İmpulsun dəyişməsi avtomobilin dartı qüvvəsinin impulsuna bərabər olmalıdır, yəni $P_2 - P_1 = Fdt$ yazılmalıdır. Bu düsturda P_2 və P_1-in ifadələrini yerinə yazaq:

$$(M\text{-}\mu dt)(\upsilon+d\upsilon)+\mu dt(\upsilon+u)\text{-}M\upsilon=Fdt.$$

Mötərizələri açıb sadələşmə aparsaq, $\mu d\upsilon dt$ hasilinin başqa həddlərə nəzərən çox kiçik olduğunu nəzərə alaraq atsaq və bütün həddləri dt-yə bölsək, alarıq

$$M\frac{d\upsilon}{dt} = F - \mu \cdot u \,.$$

Bu tənlik ***Meşerski tənliyi*** olub, dəyişən kütləli cismin hərəkət tənliyidir. Burada μu – *reaktiv qüvvə* adlanır. Reaktiv qüvvə ədədi qiymətcə vahid zamanda ayrılan kütlənin onun ayrılma sürətinə hasilinə bərabər olub sürətin əksinə yönəlir.

Raketin hərəkəti də dəyişən kütləli hərəkətdir. Onun startdan əvvəlki kütləsini m_0 ilə işarə etsək, uçuşa başlayandan t müddətindən sonra onun kütləsini $m = m_0 - \mu t$, sürətin dəyişməsi isə $d\upsilon_r$ olar. Nyutonun II qanununa əsasən

$$(m_0 - \mu t)\frac{d\upsilon}{dt} = -\mu\upsilon_y$$

və ya

$$\frac{d\upsilon_r}{\upsilon_y} = -\frac{\mu dt}{m_0 - \mu t}$$

olar. Bu ifadəni inteqrallayaraq raketin sürəti üçün aşağıdakı ifadəni alarıq

$$\upsilon_r = \upsilon_y \ln\frac{m_0}{m}\,.$$

İnteqrallama zamanı raketin başlanğıc sürəti $\upsilon_0 = 0$ qəbul edilmişdir. Buradan raketin son kütləsinin onun start kütləsindən asılılığı

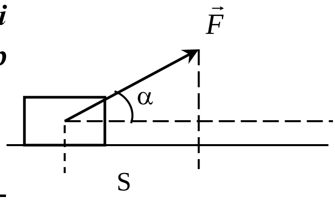
$$M = M_0 e^{-\frac{\upsilon_r}{\upsilon_y}}$$

şəklində alınır. Bu ifadə *Siolkovski düsturu* adlanır. Müasir yanacaqların raketdən çıxma sürəti təqribən 4 km/san-dir. Birinci kosmik sürətin 8 km/san olduğunu nəzərə alsaq raketin yerətrafı orbitə çıxarılması zamanı onun kütləsinin e^2 dəfə, yəni təqribən 7,4 dəfə azaldığını görərik.

§6. İş və güc

Cismə qüvvə təsir etdikdə o, vəziyyətini dəyişərsə bu zaman iş görülür. İş A ilə işarə olunur.

Tutaq ki, cismə üfüqlə α bucağı əmələ gətirən istiqamətdə sabit $\vec{F}$ qüvvəsi təsir edir və cisim üfüqi istiqamətdə S qədər yerini dəyişir. ***İş ədədi qiymətcə yerdəyişmə ilə təsir edən qüvvənin yerdəyişmə istiqamətindəki proyeksiyası hasilinə bərabər olub*** aşağıdakı düsturla hesablanır:



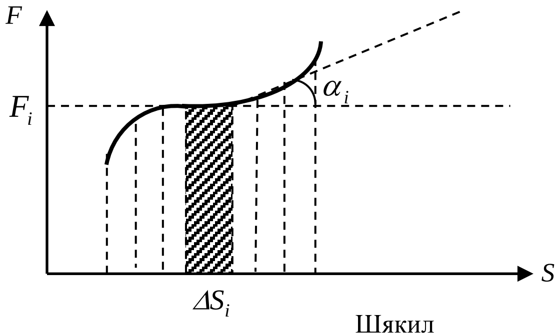
Шякил 6

$$A = FS\cos\alpha$$

İşin BS-də vahidi C (coul)-dur. Düsturdan görünür ki, yerdəyişməyə perpendikulyar istiqamətdə təsir edən qüvvə iş görmür. Yerdəyişmənin əksinə yönələn qüvvə mənfi iş görür (məs: sürtünmə qüvvəsinin işi mənfi olur).

Cismə təsir edən qüvvə dəyişən olduqda işi hesablamaq üçün yerdəyişməni elə elementar hissələrə bölürlər ki, həmin hissədə qüvvəni sabit qəbul etmək olsun. Həmin hissədə görülən iş $\Delta A_i = F_i \Delta S_i \cos\alpha_i$ və tam iş isə $A = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta S_i \cos\alpha_i$ olar.

Tam işi hesablamaq üçün bölgünün addımlarını sonsuz kiçiltmək və cəmin limitini götürmək lazımdır. Cəmin limiti öz növbəsində inteqral olduğundan işin hesablanması aşağıdakı düsturla aparılır:



Шякил 7

$$A = \lim \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta S_i \cos\alpha_i = \int_{x_1}^{x_2} F_S dS \qquad (2.6.1)$$

Burada x_1 hərəkətin başlanğıcının, x_2-sonunun koordinatları, $F_s = F_i cos\alpha_i$-dir. Bu düsturu

$$A = \int \vec{F} d\vec{S} \qquad (2.6.2)$$

şəklində yazmaq olar. İş $\vec{F}$ və $d\vec{S}$ vektorlarının skalyar hasili ilə hesablanır.

(2.6.1) düsturundan istifadə edərək bəzi qüvvələrin gördüyü işi hesablayaq.

Ağırlıq qüvvəsinin işi. Tutaq ki, *m* kütləli cisim ağırlıq qüvvəsinin təsiri ilə z_1 hündürlüyündən z_2 hündürlüyünə düşmüşdür. Bu zaman ağırlıq qüvvəsinin gördüyü iş

$$A = -\int_{z_1}^{z_2} mgdz = -mg(z_2 - z_1) \qquad (2.6.3)$$

kimi hesablanar. Cisim düşdükdə bu iş müsbət, cisim qalxdıqda isə mənfi olur. Burada mənfi işarəsi ağırlıq qüvvəsinin Z oxunun əks istiqamətində olduğunu göstərir.

(2.6.2) düsturundan görünür ki, ağırlıq qüvvəsinin üfiqi istiqamətdə yerdəyişmədə gördüyü iş sıfra bərabərdir.

Elastik qüvvənin gördüyü iş. Elastik qüvvə Huq qanununa görə $F=-kx$ düsturu ilə hesablanır. Tutaq ki, yay x_1 uzunluğundan x_2 uzunluğuna qədər deformasiya etmişdir. (2.6.1) düsturuna görə elastik yayın gördüyü iş

$$A=-\int_{x_1}^{x_2} kxdx=-\left(\frac{kx_2^2}{2}-\frac{kx_1^2}{2}\right). \qquad (2.6.4)$$

Elastik yay dartılarkən onun gördüyü iş mənfi, sıxılarkən – müsbət olur.

Bu misallardan görünür ki, baxılan qüvvələrin gördükləri iş yolun formasından asılı olmur. Buradan belə nəticə çıxır ki, qapalı yolda bu qüvvələrin işi sıfra bərabər olur. Bu xassələrə malik olan qüvvələr ***konservativ qüvvələr***, onların sahəsi isə ***potensial sahə*** adlanır.

Sürtünmə qüvvəsinin gördüyü iş. Bir-birinə toxunan səthlər arasında sükunət, sürüşmə və diyirlənmə sürtünmə qüvvələri meydana çıxır. Onların arasında diyirlənmə sürtünmə qüvvəsi ən kiçik, sükunət sürtünmə qüvvəsi isə ən böyükdür. Sükunət sürtünmə qüvvəsinin böyük olmasını səthlərin bir-birinə toxunma müddətlərinin böyük olması ilə izah etmək olar. Uzun müddət bir-birilə toxunan elementar səth hissələri arasında adgeziya (yapışma), koreziya (ilişmə) nəticəsində səthlər bir-birinə daha çox «bağlanırlar». Ona görə də cismi yerindən tərpətmək üçün daha çox qüvvə tələb olunur.

Sürtünmə qüvvələri cismin nisbi hərəkətinin əksinə yönəlir. Bu qüvvələr cismin sürətini azaldır, ona mənfi təcil verir. Onun gördüyü iş də mənfi olur. Sürüşmə sürtünmə qüvvəsi cismi səthə sıxan qüvvə (cismin çəkisi) ilə düz mütənasibdir:

$$F_{cup.} = \mu P\ .$$

Burada P – cismi səthə sıxan qüvvə və ya onun çəkisi, μ – isə sürüşmə sürtünmə əmsalıdır. Bu qüvvə sürtünən səthlərə toxunan istiqamətdə olub yerdəyişmənin əksinə yönəlir. Ona görə də (2.6.2) düsturunda qüvvə ilə yerdəyişmə vektorlarının skalyar hasili mənfi olur, yəni qüvvə ilə yerdəyişmə arasındakı bucaq 180° olduğundan cos180°=-1 verir. Bu düstura görə sürtünmə qüvvəsinin işi

$$A = \int FdS = FS\cos\alpha = -\ \mu PS$$

düsturu ilə hesablanır.

Əzələ qüvvəsinin də işi mənfidir. Sürtünmə və əzələ qüvvələrinin gördüyü iş istilik enerjisinə çevrilir, yəni istilik şəklində kənara yayılır, səpilir. Belə qüvvələr *qeyri-konservativ* və ya *dissipativ qüvvələr* adlanır.

Mexanizmin vahid zamanda gördüyü iş onun gücü adlanır, N ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} = \frac{F_S dS}{dt} = F_S \upsilon\ . \qquad (2.6.5)$$

BS-də güc vahidi Vt (vatt)-dır. İş və güc skalyar kəmiyyətlərdir.

§7. Enerji. Kinetik və potensial enerji

Sistemin iş görmə qabiliyyətini xarakterizə edən kəmiyyət ***enerji*** adlanır. Sistem iki səbəbdən enerjiyə malik ola bilir. Bu səbəblərdən biri onun hərəkətdə olması, digəri isə başqa cisimlərlə qarşılıqlı təsirdə olmasıdır. ***Cismin hərəkətdə olması hesabına malik olduğu enerji kinetik, qarşılıqlı təsir hesabına malik olduğu enerji isə potensial enerji adlanır.*** Enerji skalyar kəmiyyətdir.

Kinetik enerji. Tutaq ki, υ_1 sürətinə və m kütləsinə malik olan cisim qarşısına çıxan başqa bir cismi sürüyüb aparır, yəni onun üzərində iş görür və bunun nəticəsində sürəti υ_2-yə qədər azalır. Birinci cismin elementar yolda gördüyü iş $dA = FdS = m\dfrac{d\upsilon}{dt}dS = m\upsilon d\upsilon$, tam iş isə

$$A = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} m\upsilon d\upsilon = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}. \qquad (2.7.1)$$

Buradan görünür ki, cismin gördüyü iş onun halının dəyişməsi hesabına olmuşdur. Cismin halını təyin edən bu hal funksiyası kinetik enerji adlanır, E_k ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} \qquad (2.7.2)$$

Görülən iş kinetik enerjinin dəyişməsinə bərabərdir:

$$A = E_{k2} - E_{k1} \qquad (2.7.3)$$

Bu ifadə göstərir ki, cisim özü iş gördükdə onun enerjisi azalır, cisim üzərində kənar qüvvələr iş gördükdə isə onun kinetik enerjisi artır. Kinetik enerji hərəkət enerjisi olduğu üçün o, hesablama sisteminin seçilməsindən asılıdır. Hərəkət edən cisimlə bağlı hesablama sisteminə nəzərən cismin kinetik enerjisi sıfra bərabərdir.

Potensial enerji. Qeyd edildi ki, potensil enerji qarşılıqlı təsir enerjisidir. Qarşılıqlı təsir müxtəlif xarakterdə ola bilər. Lakin onların ümumi cəhəti vardır. Bu ümumilik ondan ibarətdir ki, potensial sahədə bütün qarşılıqlı təsir qüvvələri cisimlər arasındakı məsafədən asılıdır. Cisimlər bir-birinə nəzərən yerini dəyişdikdə bu qüvvələr də dəyişir, yəni qarşılıqlı təsir qüvvəsi cisimlər arasındakı məsafənin funksiyası olur. Bu halda görülən iş cisimlərin qarşılıqlı vəziyyətlərinin dəyişməsi hesabına yaranır. Tutaq ki, cisimlərin ilk vəziyyətlərinə uyğun potensial enerji E_{p1}, sonrakı halına uyğun potensial enerji isə E_{p2}-dir. Onda görülən iş əks işarə ilə potensial enerjinin dəyişməsinə bərabər olacaqdır:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}) \text{ və ya } E_{p1} - E_{p2} = \int F dr \qquad (2.7.4)$$

Məlumdur ki, qüvvənin istiqaməti yerdəyişmə istiqamətində olduqda görülən iş müsbət olur.

Cisimlər arasındakı qarşılıqlı təsir itələmə və cəzbetmə xarakterində ola bilər. Fərz edək ki, iki cisim qapalı sistem təşkil edir. Cisimlər arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvəsi itələmə xarakterində olarsa, onlar bir-birindən uzaqlaşacaqlar, cəzbetmə xarakterində olarsa, bir-birinə yaxınlaşacaqlar. Hər iki halda qüvvənin istiqaməti yerdəyişmənin istiqamətilə eyni olduğundan görülən iş müsbət olacaqdır. Onda (2.7.4) düsturundan alınır ki, $E_{p2} < E_{p1}$ olmalıdır. Bu isə o deməkdir ki, qapalı sistem təşkil edən iki cisim qarşılıqlı təsir nəticəsində elə vəziyyət almağa çalışır ki, potensial enerji minimum olsun.

Məsələn, Yerin səthindən müəyyən h hündürlüyündə olan cismi sərbəst buraxdıqda o, Yerin səthinə düşür. Yəni, Yer-cisim qapalı sistemi elə istiqamətdə halını dəyişir ki, yeni hala uyğun potensial enerji əvvəlki halın potensial enerjisindən kiçik olsun.

Bu ifadədən istifadə edərək müxtəlif qarşılıqlı təsir qüvvələri üçün potensial enerjini hesablamaq olar. Hesablama göstərir ki, potensial enerji müəyyən bir sabit dəqiqliyi ilə tapılır. Tutaq ki, cisim Yerin səthinə yaxın h_1 hündürlükdən h_2 hündürlüyə düşür. Bu cismin ağırlıq qüvvəsini mg qəbul etsək, potensial enerjinin dəyişməsi

$$E_{p1} - E_{p2} = mg(h_1 - h_2) \qquad (2.7.5)$$

olar. Onda bu sistemin ilk və son andakı potensial enerjilərini

$$E_{p1} = mgh_1 + E_{p_0},\ E_{p2} = mgh_2 + E_{p_0} \text{ və ya } E_p = mgh + E_{p_0} \qquad (2.7.6)$$

şəklində yazmaq olar. Burada E_{p_0} cismin olduğu hündürlüyün hansı səviyyədən hesablanmasından asılı olan potensial enerjidir. Məsələn, hündürlük Yerin səthindən hesablanarsa, onda E_{p_0} cismin Yerin səthində olduğu halda Yerlə qarşılıqlı təsir enerjisidir. Deformasiya olunmuş yayın potensial enerjisi də müəyyən sabit dəqiqliyi ilə yazılır:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} + E_{p_0} \tag{2.7.7}$$

Bu ifadədəki E_{p_0} yayın ilk halına uyğun olan potensial enerjisidir. Bu misallar göstərir ki, qarşılıqlı təsir enerjisi sistemin müəyyən bir halına nəzərən hesablanır. Bu halın enerjisini sıfır və ya sabit bir ədəd qəbul etmək olar. Bu əməliyyat potensial enerjinin *normalaşdırılması* adlanır. Baxılan misallarda h=0 olduqda $E_p = 0$ və x=0 olduqda $E_p = 0$ qəbul edilərsə (2.7.6) və (2.7.7) düsturlarında $E_{p_0} = 0$ olar və həmin ifadələr

$$E_p = mgh \text{ və } E_p = \frac{kx^2}{2}$$

şəklində yazılar.

Potensial enerji hesablama sisteminin seçilməsindən asılı deyildir. Çünki bu enerji məsafənin funksiyasıdır, məsafə isə klassik fizikada bir hesablama sistemindən digərinə keçdikdə dəyişməz qalır.

§8. Mexaniki sistemin tam enerjisi və onun saxlanma qanunu

Kinetik və potensial enerjilərin cəmi sistemin tam enerjisi adlanır, E ilə işarə edilir və E=E_k+E_p kimi hesablanır.

Qapalı sistemdə cismin kinetik və potensial enerjisi dəyişə bilər, lakin onların cəmi dəyişməməlidir, yəni bu enerjilərdən biri nə qədər artırsa, digəri həmin qədər azalmalıdır. Hətta müəyyən hallarda cismin tam enerjisi təkcə potensial və ya kinetik enerjidən ibarət ola bilər, yəni kinetik enerji tamamilə potensial enerjiyə, və ya tərsinə, çevrilə bilər. Məsələn, *Yerin* səthindən *h* hündürlükdə sükunətdə olan cismin tam enerjisi yalnız potensial enerjidən ibarətdir. Cisim *Yerin* səthinə düşdükdə onun tam enerjisi yalnız kinetik enerjidən ibarət olub, ədədi qiymətcə ilk potensial enerjiyə bərabər olur. Bu isə o deməkdir ki, cisim düşərkən onun potensial enerjisi tamamilə kinetik enerjiyə çevrilir. Sistemin gördüyü iş onun tam enerjisinin dəyişməsinə bərabər olur:

$$A=E_2-E_1 \quad \text{və ya} \quad A=dE \qquad (2.8.1)$$

Əgər sistem iş görməzsə, və ya onun üzərində xarici qüvvələr iş görməzsə, onda $A=0$ və $dE=0, E=const$ olar. Bu ifadələr göstərir ki, qapalı sistemin enerjisi sabit qalır, dəyişmir. Enerjinin dəyişməsi isə görülən işə bərabər olur. Bu ifadələr enerjinin saxlanma və dəyişmə qanunudur.

Aşağıdakı misalda enerjinin saxlanma qanununu göstərək. Tutaq ki, *n* sayda cisimdən ibarət sistem vardır. Sistemdə cisimlər hərəkət edirlər və bir-birilə qarşılıqlı təsirdədirlər. Cisimlərdən birini ayıraq və fərz edək ki, yalnız bu cisim hərəkət edir, qalanları sükunətdədir. Ayırdığımız cismə başqa cisimlər tərəfindən qüvvələr təsir edir. Bu qüvvələrin əvəzliyicisini F_{id} ilə xaricdən təsir edən qüvvəni isə F_{ix} ilə işarə edək. Onda ayırdığımız *i* nömrəli cismin hərəkət tənliyini Nyutonun II qanununa əsasən aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$m_i \frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt} = \vec{F}_{id} + \vec{F}_{ix}. \qquad (2.8.2)$$

Bu tənliyin bütün hədlərini cismin elementar yerdəyişməsinə ($d\vec{S}_i$ -yə) skalyar vuraq:

$$m_i \frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt} d\vec{S}_i = \vec{F}_{id} d\vec{S}_i + \vec{F}_{ix} d\vec{S}_i .$$

Əgər sistemi təşkil edən bütün zərrəciklər hərəkət edərsə, onda sistem üçün axırıncı tənlik aşağıdakı kimi yazılar:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt} d\vec{S}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{id} d\vec{S}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} d\vec{S}_i \ .$$

Burada (2.7.1) düsturuna əsasən

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt} d\vec{S}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{S}_i}{dt} d\upsilon_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i d\vec{\upsilon}_i = dE_k \ . \qquad (2.8.3)$$

Potensial enerjinin dəyişməsi sistemdəki cisimlərin halının dəyişməsi ilə əlaqədar olduğuna görə mənfi işarə ilə görülən işə bərabərliyi şərtindən

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{id} d\vec{S}_i = -dE_p \ . \qquad (2.8.4)$$

Xarici qüvvələrin gördüyü iş isə

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} d\vec{S}_i = A \qquad (2.8.5)$$

olduğundan

$$dE_k = -dE_p + A \ \text{və ya} \ d(E_k + E_p) = A, \ \ dE = A \qquad (2.8.6)$$

yazmaq olar. Buradan görünür ki, cisimlər sisteminin tam mexaniki enerjisinin dəyişməsi xarici qüvvələrin gördüyü işə barəbərdir. Əgər xarici qüvvələrin əvəzləyicisi sıfır olarsa, yəni sistem qapalı olarsa, A=0 və dE=0, $E=const$ olar, qapalı sistemin tam mexaniki enerjisi sabit qalar. Enerjinin saxlanma qanunu zamanın bircinsliliyindən irəli gəlir.

Enerjinin saxlanma qanunu fundamental qanunlardan biri və başlıcasıdır. Bu qanun müəyyən bir prosesin baş verib-verə bilməyəcəyini əvvəlcədən söyləməyə imkan verir. Sistemdə təsir edən qüvvələrin təbiətini bilmədən də enerjinin saxlanma qanununu tətbiq etmək olur.

§9. Potensial enerji ilə qüvvə arasında əlaqə

Yuxarıda qeyd edildi ki, potensial sahənin verilmiş nöqtədə enerjisi bu sahəni yaradan mənbəyə qədər olan məsafənin birqiymətli funksiyasıdır. Potensial enerjinin bu xassəsindən istifadə edərək verilmiş nöqtədə onun qiymətini bilməklə sonrakı nöqtələr üçün qiymətini tapmaq olar. Tutaq ki, $\vec{r}_\infty$ məsafəsində $E_p = E_p(r_\infty)$-dır. Onda r məsafəsində (2.7.4) düsturuna görə

$$E_p(r) = E_p(r_\infty) + \int F dr \qquad (2.9.1)$$

olar. Potensial enerji müəyyən bir sabit dəqiqliyi ilə təyin olunduğundan, yəni normalaşdırılan kəmiyyət olduğundan onun dəyişməsini bilmək əhəmiyyətlidir.

Cisim sahədə daxili qüvvələrin təsirilə yerini dəyişərkən sahənin enerjisi azalır. Ona görə də bu düsturdan enerjinin dəyişməsini aşağıdakı kimi yazmaq lazımdır:

$$E_p(r) - E_p(r_\infty) = -\int F dr \ .$$

Burada $E_p(r)$ sahənin $\vec{r}$ radius vektoru ilə təyin olunan nöqtədəki potensial enerjisi, F isə həmin nöqtədə təsir edən qüvvədir.

Mənbədən sonsuz uzaq nöqtədə, yəni $r_\infty \to \infty$ olduqda $E_p(r_\infty) = 0$ qəbul etsək, onda

$$E_p(r) = -\int F dr \ \text{ və ya } \ E_p = -\int F dr$$

alınar. Bu ifadəni diferensiallasaq

$$dE_p = -F dr \ \text{ və ya } \ F = -\frac{dE_p}{dr}$$

olduğunu alarıq. Burada $\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$ və $\vec{F} = \vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z$ olduğundan axırıncı ifadəni koordinatlar üzrə yazmaq olar

$$\vec{F} = -\vec{i}\frac{\partial E_p}{\partial x} - \vec{j}\frac{\partial E_p}{\partial y} - \vec{k}\frac{\partial E_p}{\partial z} = -\left(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)E_p \ .$$

Bu düstur potensial sahənin verilmiş nöqtəsində təsir edən qüvvə ilə həmin nöqtənin potensial enerjisi arasındakı əlaqəni göstərir. (Diferensial hesabında dəyişənlərin sayı birdən artıq olduqda d işarəsi ∂ işarəsi ilə, yəni xüsusi diferensial işarəsi ilə yazılır). Koordinata (məsafəyə) görə aparılan diferensial əməliyyatı *gradient (grad)* *əməliyyatı* adlanır. Odur ki, axırıncı ifadəni

$$\vec{F} = -gradE_p \text{ və ya } F = -\vec{\nabla}E_p \qquad (2.9.2)$$

kimi yazmaq olar. Burada

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}\,.$$

olub *grad və ya «nabla» operatoru* adlanır. x istiqamətində gərilmiş yayın malik olduğu potensial enerjiyə $\vec{\nabla}$ operatoru ilə təsir edək:

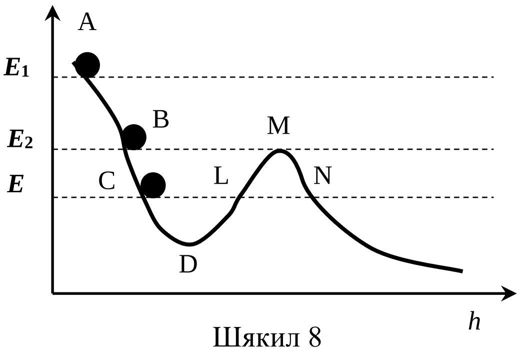
$$\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}\right)\frac{kx^2}{2} = -\vec{i}\,kx \qquad (2.9.3)$$

Yayın gərilməsi yalnız x istiqamətində olduğundan onun potensial enerjisinin y və z üzrə törəmələri sıfıra bərabər olur. Alınan ifadə göstərir ki, yay x oxu istiqamətində deformasiya olunduqda meydana çıxan elastiklik qüvvəsi $\vec{i}$ vahid vektorunun əks istiqamətində olur.

§10. İmpulsun və enerjinin saxlanma qanunlarının bəzi tətbiqləri

Ağarlıq qüvvəsi sahəsində cismin hərəkəti. Tutaq ki, cisim (kürəcik) profili şəkil 8-də göstərilən dağın müəyyən bir nöqtəsindədir. Əvvəlcə fərz edək ki, kürəcik *A* vəziyyətində sükunətdədir. Bu vəziyyətə uyğun hündürlük h_1 olarsa, onda onun tam enerjisi $E_1=mgh_1$ olar. Kürəcik həmin nöqtədən hərəkətə başlarsa, o, profilin bütün nöqtələrindən keçərək dağdan düşəcək.

Enerjinin saxlanma qanununa görə bütün enerjisi kinetik enerjiyə çevriləcək və aldığı sürətlə hərəkətini davam etdirərək sonsuzluğa gedəcəkdir. Onun hərəkət trayektoriyası hiperbola olacaqdır. Cisim $E_2=mgh_2$ enerjisinə malik olduqda da (*B* nöqtəsi) profilin bütün nöqtələrindən keçərək sonsuzluğa gedəcəkdir. Lakin bu dəfə onun trayektoriyası parabola olacaqdır. Tam enerjisi E_2-dən kiçik olduqda isə (məsələn, *C* nöqtəsi) cisim enerjinin saxlanma qanununa görə qarşıdakı *M* təpəsini aşa bilməyəcək və *CL* nöqtələri arasındakı çuxurda (potensial çuxurda) hərəkət edəcəkdir. *LM* çəpəri kürəciyin qabağını kəsir. Şəkil 8-də hündürlüyü E_2-E olan maneə ***enerji çəpəri*** adlanır. Cismin hərəkəti məhdud fəzada qapalı əyri (çevrə, ellips) boyunca olacaqdır. *D* nöqtəsində kürəciyin malik olduğu kinetik enerji *DM* hündürlüyünə uyğun cazibə enerjisindən az olduğu üçün kürəcik *L* nöqtəsinə qədər qalxa biləcəkdir. Bu misal göstərir ki, cismin kinetik enerjisi cazibə enerjisinə bərabər və ondan böyük



Шякил 8

olarsa (yəni tam enerjisi müsbət olarsa), o, qarşılıqlı təsirdə olduğu cismin sahəsinə üstün gələcək və onu tərk edəcəkdir. Cismin tam enerjisi mənfi olarsa, qapalı orbit boyunca hərəkət edəcəkdir. Belə sistem *bağlı sistem* adlanır. Məsələn *Günəş-Yer* sistemi bağlı sistemdir. *Yerin* tam enerjisi mənfi olduğundan o, *Günəş* ətrafında qapalı orbit boyunca fırlanır.

Kürələrin və cisimlərin toqquşması. Tutaq ki, kürə formasında olan cisimlər bir-birinə rast gələrək toqquşurlar. Qəbul edək ki, toqquşma zamanı kürələr dəyişmirlər, yəni toqquşmadan sonrakı kürələr toqquşmadan əvvəlki kürələrlə eynidirlər. Fiziki baxımdan iki növ toqquşma – qeyri-elastik və elastik toqquşma ola bilər. ***Kürələr onların mərkəzlərini birləşdirən düz xətt üzrə toqquşarsa, belə zərbə mərkəzi zərbə adlanır.*** Başqa hallarda qeyri-mərkəzi zərbə olar.

Qeyri-elastik toqquşma. Bu toqquşmada impuls saxlanır, mexaniki enerji isə sabit qalmır, azalır. Bu toqquşmada toqquşan zərrəciklər bir-birinə yapışırlar və birlikdə hərəkət edirlər. İmpulsun saxlanma qanununa görə kürələrin toqquşmadan əvvəlki impulslarının cəmi toqquşmadan sonrakı impulsa bərabər olar:

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P} \quad \text{və ya} \quad m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon} \, .$$

Toqquşmadan sonrakı sürət

$$\vec{\upsilon} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2} \qquad (2.10.1)$$

düsturu ilə hesablanır. Buradan görünür ki, qarşı-qarşıya hərəkət edən kürələrin toqquşmadan əvvəlki impulsları ədədi qiymətcə bir-birinə bərabər olarsa, toqquşmadan sonra onlar dayanırlar (onların tam mexaniki enerjisi tamamilə başqa növ enerjiyə, məsələn, istilik, elektromaqnit sahəsinin enerjisinə çevrilir). Kütlələri eyni olan kürələrdən biri sükunətdə olduqda tam mexaniki enerjinin dəyişməsi

$$\Delta E = \frac{E_1}{2}.$$

Kütlələr müxtəlif olarsa

$$\Delta E = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_1 \qquad (2.10.2)$$

olar. Burada E_1 – birinci kürənin toqquşmadan əvvəlki kinetik enerjisidir. Məsələn, nüvə reaktorunda neytron sükunətdə olan qrafitlə (karbon atomu ilə) toqquşduqda neytronun kinetik enerjisi 12/13 dəfə, yəni 7,7 faiz azalır.

Elastik toqquşma. Bu toqquşmaya bilyard şarlarının toqquşmasını, topun döşəmə ilə toqquşmasını misal göstərmək olar. Bu toqquşmada həm impulsun və həm də mexaniki enerjinin saxlanma qanunu ödənir. Bu zərbədə potensial enerji dəyişmir. Zərbə zamanı kürələrin kinetik enerjisi onların elastiki deformasiyasının potensial enerjisinə çevrilir və bu potensial enerji zərbə müddətində kürələrə yenidən kinetik enerji verir. Toqquşmadan sonra cisimlər müxtəlif sürətlə hərəkət edirlər. Elastik zərbə zamanı impuls və enerjinin saxlanma qanunlarından

$$\begin{gathered} \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1^{/} + \vec{P}_2^{/} \\ \frac{P_1^2}{2m_1} + \frac{P_2^2}{2m_2} = \frac{P_1^{/2}}{2m_1} + \frac{P_2^{/2}}{2m_2} \end{gathered} \qquad (2.10.3)$$

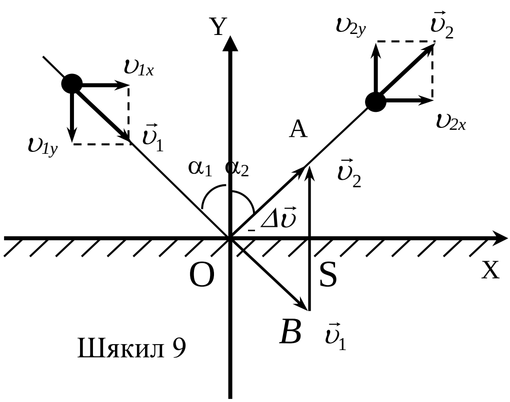
yazmaq olar. Mərkəzi zərbədən sonra kürələrin sürətləri üçün aşağıdakı ifadələr alınır:

$$\upsilon_1^{/} = \frac{2m_2\upsilon_2 + (m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2}; \quad \upsilon_2^{/} = \frac{2m_1\upsilon_1 + (m_2 - m_1)\upsilon_2}{m_1 + m_2}. \qquad (2.10.4)$$

Xüsusi halda kürələrdən biri, məsələn: ikincisi sükunətdə olarsa (2.10.4) düsturlarından

$$\upsilon_1^/ = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1; \quad \upsilon_2^/ = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \tag{2.10.5}$$

olar. Burada *a*) $m_1>m_2$ olarsa, kürələr zərbədən sonra birinci kürənin zərbədən əvvəlki sürəti istiqamətində hərəkət edəcəkdir, *b*) $m_1<m_2$ olarsa, birinci kürə əvvəlki istiqamətinin əksinə, ikinci kürə isə υ_1 istiqamətində hərəkət edəcəkdir, s) $m_1=m_2$ olarsa, zərbədən sonra birinci kürə toqquşma nöqtəsində qalacaq, ikinci kürə isə birincinin zərbədən əvvəlki sürəti ilə həmin istiqamətdə hərəkət edəcəkdir, *d*) $m_1<<m_2$ (top divarla mərkəzi toqquşur) olarsa $\upsilon_2^/=0$, yəni divar yerində qalır. $\upsilon_1^/=-\upsilon_1$ olur, yəni birinci kürə divardan sıçrayaraq zərbədən əvvəlki sürətinə modulca bərabər sürətlə və onun əksinə hərəkət edir.



Шякил 9

Bu zaman onun impulsunun dəyişməsi $\Delta\vec{P} = -2m_1\upsilon_1$ olur. Divarın da aldığı impuls modulca həmin qədər olur. Zərbə müddəti Δt olarsa, divara təsir edən qüvvə aşağıdakı düsturla hesablana bilər:

$$F_{or} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2m_1\upsilon_1}{\Delta t}. \tag{2.10.6}$$

Bu qüvvə dəyişən olduğu üçün onun orta qiyməti götürülür.

İndi isə qeyri-mərkəzi elastik zərbəyə baxaq. Tutaq ki, top α_1 bucağı altında $\vec{\upsilon}_1$ sürətilə döşəməyə dəyir və ondan $\vec{\upsilon}_2$ sürətilə sıçrayır. Bu sürətləri şəkil 9-da göstərildiyi kimi *X* və *Y* istiqamətləri üzrə toplananlara ayıraq. Yuxarıda araşdırdığımız *d*) bəndinə əsasən $\vec{\upsilon}_{2y} = -\vec{\upsilon}_{1y}$, impulsun dəyişməsi *Y* oxu istiqamətində $\Delta\vec{P}_y = -2m\vec{\upsilon}_{1y}$, döşəməyə təsir edən qüvvə (2.10.6) düsturuna əsasən

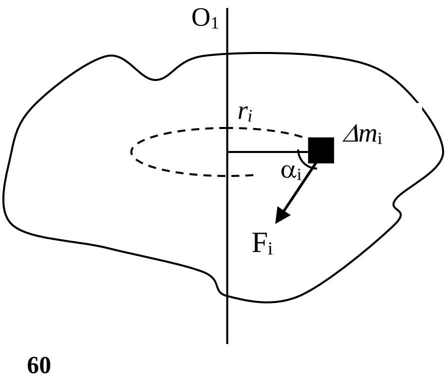
$$F_{or} = \frac{2m\vec{\upsilon}_{1y}}{\Delta t} = \frac{2m\vec{\upsilon}_1 \cos\alpha_1}{\Delta t}$$

olur. Döşəməyə təsir edən $\vec{F}_{or}$ qüvvəsinin istiqaməti sürətin dəyişmə istiqamətində olub, döşəmənin səthinə perpendikulyardır. Şəkil 9-dan görünür ki, bu halda *OAB* üçbucağında *OS* tənbölən olur. Bu isə *OAB* üçbucağında $|OA| = |OB|$ və ya $|\vec{\upsilon}_1| = |\vec{\upsilon}_2|$ olduğunu göstərir. Bu tərəflərin *X* oxu ilə əmələ gətirdikləri bucaqların bərabərliyindən $\alpha_2 = \alpha_1$ olduğu alınır. Beləliklə, isbat olunur ki, elastik qayıtma zamanı küreciyin zərbədən sonrakı sürətinin modulu zərbədən əvvəlki sürətin moduluna, qayıtma bucağı isə düşmə bucağına bərabər olur.

Fəsil 3. BƏRK CİSMİN FIRLANMA HƏRƏKƏTİNİN DİNAMİKASI

§1. Qüvvə momenti və ətalət momenti

Birinci fəslin §1-də qeyd edilmişdir ki, bərk cismin ixtiyari mürəkkəb hərəkətini irəliləmə və fırlanma hərəkətinin cəmi kimi göstərmək olar. Əvvəlki paraqraflardan göründü ki, irəliləmə hərəkətini öyrənərkən, cismin ölçüsünü və formasını nəzərə almamaq olar. İrəliləmə hərəkətində bərk cismin əvəzinə kütlə mərkəzi anlayışından istifadə edilir. Qüvvə bərk cismin kütlə mərkəzinə tətbiq olunduqda onun hərəkətinə maddi nöqtənin hərəkəti kimi baxılır. Qüvvə bərk cismin başqa nöqtəsinə tətbiq olunduqda isə bərk cisim həm də fırlanma



Шякил 10

hərəkətində olur. İrəliləmə hərəkətinin yaranmaması üçün bərk cismin fırlanma oxunu bərkidək, yəni fırlanma oxunu tərpənməz qəbul edək. Bu halda bərk cisim həmin ox ətrafında yalnız fırlanma hərəkəti edəcək və onun hər bir nöqtəsi mərkəzi bu ox üzərində olan çevrələr cızacaqdır.

Tutaq ki, ixtiyari bərk cisim tərpənməz O_1O_2 (şəkil 10) oxu ətrafında fırlana bilər. Onu n sayda elementar kütlələrə bölək. Bu elementar kütlələrdən biri olan Δm_i kütləsinə təsir edən qüvvəni F_i ilə göstərək. Sadəlik üçün bu qüvvənin r_i radiuslu çevrə müstəvisində yerləşdiyini və radiusla α_i bucağı əmələ gətirdiyini qəbul edək. Bu qüvvənin $F_i^{/} = F_i \cos\alpha_i$ toplananı radius boyunca (şəkil 11) yönəldiyi üçün o, yalnız fırlanma radiusunu dəyişə bilər. Bərk cismin tərifinə görə bu mümkun deyildir, çünki bərk cismin nöqtələri arasındakı məsafə dəyişməməlidir. İkinci toplanan olan $F_i^{//} = F_i \sin\alpha_i$ toxunan istiqamətdə yönəlir və Δm_i kütləsinə a_i təcili verir. Nyutonun II qanununa görə bu hərəkətin tənliyini aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\Delta m_i a_i = F_i \sin\alpha_i \tag{3.1.1}$$

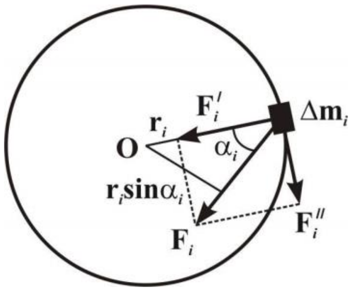
Fırlanma hərəkətinin kinematikasından (1.3.4a) düsturuna görə $a_i=\beta r_i$ olduğunu nəzərə alsaq və tənliyin hər iki tərəfini r_i-yə vursaq, alarıq

$$\Delta m_i r_i^2 \beta = F_i r_i \sin\alpha_i$$

Bu ifadəni bərk cismi təşkil edən bütün elementar kütlələr üçün yazıb onları toplasaq

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 \beta = \sum_{i=1}^{n} F_i r_i \sin\alpha_i \tag{3.1.2}$$

olar.



Şəkil 11

Şəkil 11-dən görünür ki, tənliyin sağ tərəfindəki $r_i \sin a_i$ hasili *O* fırlanma mərkəzindən qüvvənin istiqamətinə endirilən perpendikulyarın uzunluğudur. Bu parça *qüvvənin qolu* adlanır. Deməli, sağ tərəfdə qüvvənin qolunun qüvvəyə hasili durur. ***Qüvvənin onun qoluna hasili qüvvə momenti adlanır***, M hərfi ilə işarə olunur, BS-də Nm-lə ölçülür və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$M = \sum F_i r_i \sin \alpha_i \tag{3.1.3}$$

Qüvvə momenti vektorial kəmiyyətdir və aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] \tag{3.1.4}$$

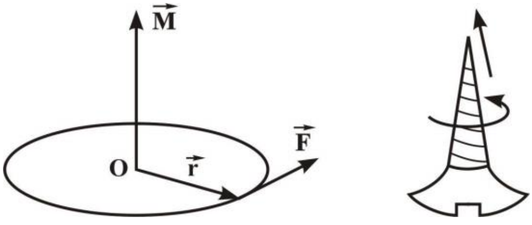
Onun istiqaməti sağ burğu qaydası ilə tapılır (şəkil 12). Burğunun başlığını $\vec{r}$ -dən $\vec{F}$ -ə doğru 90°-lik bucaq altında fırlatdıqda onun irəliləmə hərəkətinin istiqaməti qüvvə momentinin istiqamətini göstərir. (3.1.2) tənliyinin sol tərəfində olan $\Delta m_i r_i^2$ hasili Δm_i elementar kütlənin O_1O_2 tərpənməz oxa nəzərən ətalət momenti adlanır, ΔJ_i ilə işarə olunur. Bərk cismin tam ətalət momenti isə

$$J = \sum \Delta J_i = \sum m_i r_i^2 \,. \tag{3.1.5}$$

Buradan görünür ki, ***cismin verilmiş oxa nəzərən ətalət momenti onun ayrı-ayrı hissələrinin həmin oxa nəzərən ətalət momentlərinin cəbri cəminə bərabərdir.*** (3.1.3) və (3.1.5) işarələmələrini (3.1.2)-də nəzərə alsaq

$$J\beta = M \quad (3.1.6)$$

alarıq. Bu, fırlanma hərəkətinin dinamikasının əsas tənliyidir. Bu tənlik irəliləmə hərəkətinin

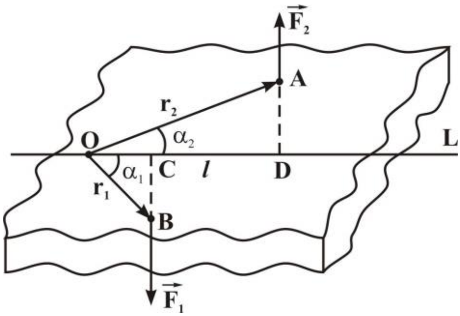


Шякил 12

$ma=F$ tənliyinə analoji tənlikdir. Fırlanma hərəkətində kütlə rolunu ətalət momenti, qüvvə rolunu isə qüvvə momenti oynayır, xətti təcil əvəzinə isə bucaq təcili yazılır.

§2. Cüt qüvvələrin momenti

Bir düzxətt üzərində yerləşməyən, qiymətcə bərabər və istiqamətcə əks tərəflərə yönəlmiş iki qüvvə *cüt qüvvə* adlanır. Tutaq ki, bərk cismə şəkildə göstərildiyi kimi F_1 və F_2 cüt qüvvələr təsir edir (şəkil 10a). İxtiyarı O nöqtəsinə nəzərən bu qüvvələrin momentini hesablayaq. O nöqtəsindən qüvvələrin tətbiq nöqtəsinə qədər məsafələri r_1 və r_2, onların OL istiqaməti ilə əmələ gətirdikləri bucaqları isə α_1 və α_2 ilə işarə edək.



Шякил 10а

Şəkildən görünür ki, F_1 qüvvəsinin qolu $|OC| = r_1 \cos\alpha_1$, F_2 qüvvəsinin qolu isə $|OD| = r_2 \cos\alpha_2$ -dir. Onda F_1 qüvvəsinin momenti şəkil müstəvisinin arxasına, F_2 qüvvəsinin momenti isə oxucuya doğru yönələr. Onda bu qüvvələrin əvəzləyici momenti əks istiqamətdə yönəlmiş momentlərin fərqinə bərabər olar:

$$M = |F_2||OD| - |F_1||OC|$$

$$|F_1| = |F_2| = |F|$$

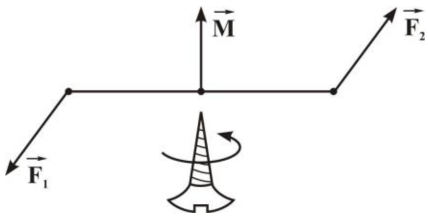
olduğundan

$$M = F\left(r_2 \cos\alpha_2 - r_1 \cos\alpha_1\right) \qquad (3.2.1)$$

yazmaq olar. Şəkildən görünür ki, mötərizə içərisindəki fərq $|CD| = \ell$ olub cüt qüvvələrin istiqamətləri arasındakı məsafədir. Onda cüt qüvvələrin momenti üçün aşağıdakı düstur alınar:

$$M = F\ell\,. \qquad (3.2.2)$$

Cüt qüvvələrin momentini başqa nöqtəyə və ya oxa nəzərən də hesablasaq, yenə də həmin nəticəyə gələrik. Deməli cüt qüvvələrin momenti onun hansı nöqtəyə və ya oxa nəzərən hesablanmasından asılı olmayıb, qüvvələrdən biri ilə onlar arasındakı məsafənin hasilinə bərabərdir. Cüt qüvvənin momenti bu qüvvələr yerləşən müstəviyə perpendikulyar olub, istiqaməti sağ burğu qaydası ilə tapılır: burğunu dəstəyi $\vec{F}_1$-dən $\vec{F}_2$-yə doğru fırlanarsa, onun irəliləmə istiqaməti cüt qüvvənin momentinin istiqamətini göstərir.



§3. Bəzi cisimlərin ətalət momenti

Ətalət momenti aşağıdakı xassələrə malikdir:

a) Ətalət momenti additiv (hədd-bəhədd toplanan) kəmiyyətdir,

b) Ətalət momenti tenzor kəmiyyətdir,

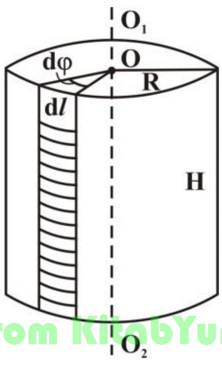
c) Ətalət momentinin qiyməti onun hansı oxa nəzərən hesablanmasından asılıdır.

Eyni bir cismin müxtəlif oxlara nəzərən ətalət momenti müxtəlif olur. İxtiyari oxa nəzərən ətalət momenti bu oxa paralel və cismin kütlə mərkəzindən keçən oxa nəzərən ətalət momenti J ilə ma^2-nın cəminə bərabər olur (*Hüygens-Şteyner teoremi*)

$$J = J_o + ma^2 \qquad (3.3.1)$$

Burada m cismin kütləsi, a isə oxlar arasındakı məsafədir.

Ətalət momentini aşağıdakı düsturlarla hesa-



blamaq olar.

1) ***Radiusu r olan çevrə boyunca fırlanan maddi nöqtənin ətalət momenti***

$$J = mr^2 \qquad (3.3.2)$$

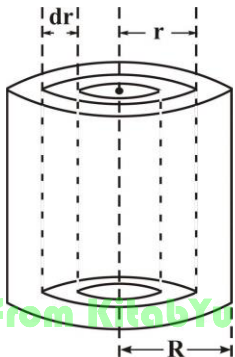
2) ***Nazik divarlı silindrin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti.*** Şəkildə göstərilən hündürlüyü *H*, radiusu *R* və kütləsi *m* olan nazik divarlı silindrin O_1O_2 simmetriya oxuna nəzərən ətalət momentini hesablayaq. Silindrin kütləsinin yalnız onun səthində paylandığını qəbul edək. Silindrin yan səthinin sahəsi $2\pi rH$ olduğundan kütlənin səth sıxlığı $\rho = \frac{m}{2\pi RH}$ olar. Ətalət momentinin xassəsindən istifadə edərək onun elementar kütləsinin ətalət momentini hesablayaq, sonra isə bütün kütlə üzrə inteqrallayaraq tam ətalət momentini tapaq. Bunun üçün silindrin yan səthində elementar zolaq ayıraq. Bu zolağın kütləsi *dm* olarsa, onun O_1O_2 oxuna nəzərən ətalət momenti $dJ = dm \cdot R^2$ olar. Zolağın sahəsini *ds* ilə işarə edək. Onda $dm = \rho ds$ olacaqdır. Şəkildən görünür ki, zolağın sahəsi $ds = Hd\ell = H \cdot Rd\varphi$ və $dm = \rho HRd\varphi$-dir. Bu ifadəni və sıxlığın ifadəsini $dJ = dm \cdot r^2$ düsturunda yerinə yazaq. Onda alarıq

$$dJ = mR^2 d\varphi\,.$$

Şəkildən görünür ki, φ bucağı sıfırdan 2π-yə qədər dəyişir. Axırıncı ifadəni *O*-dan 2π-yə qədər inteqrallasaq

$$J = mR^2\,. \qquad (3.3.3)$$

alarıq. Bu düsturla nazik divarlı silindrin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti hesablanır.



3) ***Bircins bütöv silindrin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti.*** Silindrin daxilində onun oxundan *r* məsafədə qalınlığı *dr* olan silindrik həcm götürək. Onun kütləsi *dm* olarsa, ətalət momenti $dJ = dm \cdot r^2$ olar. Silindrin kütləsi *m* hündürlüyü *H*, radiusu *R*-dir. Onda onun sıxlığı $\rho = \frac{m}{\pi R^2 H}$ olacaqdır. Elementar silindrin həcmi $dV = Hd(\pi r^2) = H \cdot 2\pi r dr$. Kütləsi isə $dm = \rho H \cdot 2\pi r dr$ olar. Elementar kütlənin və sıxlığın ifadələrini $dJ = dm \cdot r^2$ düsturunda yerinə yazaraq

$$dJ = \frac{2m}{R^2} r^3 dr$$

alarıq. Bu ifadəni: 0-dan *R*-ə qədər inteqrallayaq. Onda

$$J = \frac{2m}{R^2} \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} mR^2 \qquad (3.3.4)$$

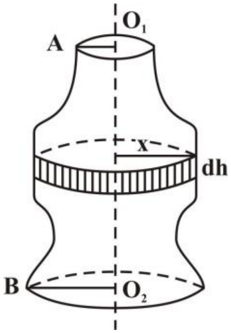
olar. Bu ifadə bütöv silindrin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momentinin düsturudur.

4) *Qalın divarlı silindrin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti.* Tutaq ki, bu silindrin daxili radiusu R_1, xarici radiusu isə R_2-dir. Onun ətalət momenti bütöv silindrin ətalət momenti kimi hesablanır, lakin sıxlığın $\rho = \frac{m}{\pi (R_2^2 - R_1^2)}$ olduğunu nəzərə almaqla inteqrallama daxili radiusdan xarici radiusa qədər aparılır. Onda 3) bəndinin (3.3.4) düsturundan alarıq:

$$J = \frac{2m}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = \frac{2m}{(R_2^2 - R_1^2)} \frac{(R_2^4 - R_1^4)}{4} = \frac{1}{2} m(R_2^2 + R_1^2). \quad (3.3.5)$$

Alınan düsturla qalın divarlı silindrin ətalət momenti hesablanır.

5) *İxtiyari fırlanma cisminin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti.* İxtiyari yarımmüstəvinin onun kəsilmə xətti ətrafında fırlanmasından alınan cisim *fırlanma cismi* adlanır. Tutaq ki, şəkildə göstərilən fırlanma cismi O_1ABO_2 yarımmüstəvisinin fırlanmasından əmələ gəlmişdir. Aydındır ki, O_1O_2 onun simmetriya oxudur. Cismin ixtiyari yerində radiusu *x*, hündürlüyü *dh* olan elementar silindr (disk) götürək. Bu bütöv silindrin kütləsini *dm* ilə göstərsək, onun ətalət momenti (3.3.4) düsturuna əsasən



$$dJ = \frac{1}{2} dm \cdot x^2$$

olar. Burada

$$dm = \rho \cdot \pi x^2 dh$$

olduğunu nəzərə alsaq,

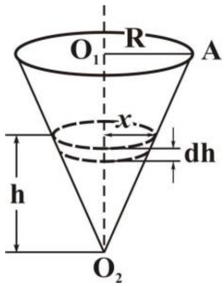
$$dJ = \frac{1}{2} \pi\rho \cdot x^4 dh$$

və inteqrallasaq

$$J = \frac{1}{2} \pi\rho \int x^4 dh$$

alarıq. Axırıncı ifadə ixtiyari fırlanma cisminin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momentini hesablamaq üçün düsturdur. Əgər fırlanma cismində $x(h)$ funksiyası məlum olarsa, onun ətalət momentini bu düsturdan istifadə edərək tapmaq olar. Misal olaraq bir kateti ətrafında fırlanan düzbucaqlı üçbucağın yaratdığı konusun və diametri ətrafında fırlanan yarımdairənin yaratdığı kürənin ətalət momentini hesablayaq.

a) *Konusun onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti***.** Konusun kütləsini *m*, hündürlüynü *H*, oturacağının radiusunu *R*, konusun təpəsindən götürülmüş elementar diskə qədər məsafəni *h* ilə işarə edək. Onda O_1AO_2 düzbucaqlı üçbucağından



$$x = \frac{R}{H} h$$

olduğunu görərik. Bu ifadəni fırlanma cisminin ətalət momentinin düsturunda yerinə yazıb 0-dan *H*-a qədər inteqrallayaq. Onda alarıq

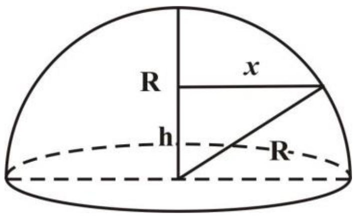
$$J = \frac{1}{2} \pi\rho \int_O^H \frac{R^4}{H^4} h dh = \frac{1}{10} \pi R^4 H\rho \,.$$

Konusun həcminin $\frac{1}{3}\pi R^2 H$ və kütləsinin $m = \frac{1}{3}\pi R^2 H\rho$ olduğunu nəzərə alsaq

$$J = \frac{3}{10} mR^2 \tag{3.3.7}$$

olar. Bu ifadə konusun onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momentinin düsturudur.

b) *Kürənin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momenti.* Əvvəlcə yarımkürənin ətalət momentini tapaq. Şəkildən görünür ki,



$$x^2 = R^2 - h^2$$

olur. Bu ifadəni fırlanma cisminin ətalət momentinin düsturunda yerinə yazaq və 0-dan R-ə qədər inteqrallayaq. Onda yarımkürə üçün

$$J_{1/2} = \frac{1}{2}\pi\rho\int_0^R (R^2 - h^2)^2 dh = \frac{1}{2}\pi\rho\int_0^R (R^4 - 2R^2h^2 + h^4)^2 dh = \frac{4}{15}\pi\rho R^5$$

və bütöv kürə üçün

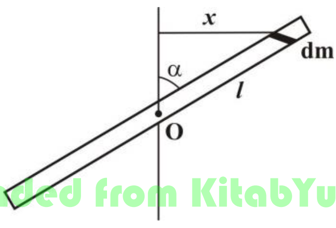
$$J = 2 \cdot J_{1/2} = \frac{8}{15}\pi\rho R^5 \tag{3.3.7}$$

alarıq. Burada kürənin həcminin $\frac{4}{3}\pi R^3$ və kütləsinin $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ olduğunu nəzərə alsaq, axırıncı düstur aşağıdakı şəkildə olar:

$$J = \frac{2}{5} mR^2.$$

Bu ifadə kürənin onun simmetriya oxuna nəzərən ətalət momentinin düsturudur.

6) *Nazik çubuğun onun kütlə mərkəzindən keçən oxa nəzərən ətalət momenti.* Tutaq ki, kütləsi m, uzunluğu L olan nazik çubuq onun



kütlə mərkəzindən keçən oxla α bucağı əmələ gətirir. Çubuq nazik olduğu üçün onun kütləsi xətti paylanır. Onda çubuğun xətti sıxlığı $\rho = \frac{m}{L}$ olar. Çubuğun üzərində fırlanma oxundan x və ətalət mərkəzindən ℓ məsafədə yerləşən dm elementar kütləsi götürək. Bu kütlə çubuğun $d\ell$ uzunluğuna uyğundur. Onda $dm = \rho d\ell = \frac{m}{L} d\ell$ olar. Elementar kütlənin ətalət momenti

$$dJ = dm \cdot x^2$$

düsturu ilə hesablanır. Burada dm-in ifadəsini və $x = \ell \sin \alpha$ olduğunu nəzərə alsaq

$$dJ = \frac{m}{L} \sin \alpha \cdot \ell d\ell$$

olar. Bu ifadəni 0-dan $\frac{L}{2}$-yə qədər inteqrallasaq çubuğun yarısının ətalət momentini

$$J_{1/2} = \frac{m}{L} \sin^2 \alpha \int_0^{L/2} \ell^2 d\ell = \frac{1}{24} mL^2 \sin^2 \alpha,$$

bütöv çubuğun ətalət momentini isə

$$J = 2J_{1/2} = \frac{1}{12} mL^2 \sin^2 \alpha, \qquad (3.3.9)$$

şəklində taparıq. Əgər çubuq fırlanma oxuna perpendikulyar olarsa, onda $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ olar və $J = \frac{1}{12} mL^2$ alınar.

Çubuğun ucundan keçən oxa nəzərən ətalət momentini tapmaq üçün yuxarıdakı inteqralın sərhədini 0-dan L-ə qədər götürmək lazımdır. Onda

$$J = \frac{1}{3} mL^2 \sin^2 \alpha \qquad (3.3.10)$$

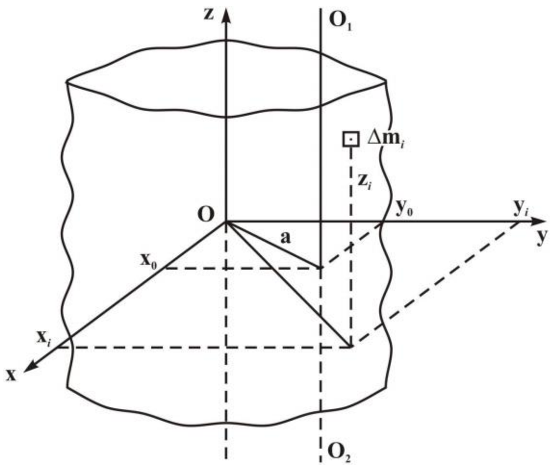
və ox çubuğa perpendikulyar olarsa,

$$J = \frac{1}{3} mL^2 \qquad (3.3.11)$$

olar.

§4. Paralel oxa nəzərən ətalət momenti. Hüygens-Şteyner teoremi

Tutaq ki, şəkil 10b-də göstərilmiş cismin onun kütlə mərkəzindən keçməyən ixtiyari O_1O_2 oxuna nəzərən ətalət momentini hesablamaq lazımdır. Bu məqsədlə başlanğıcı cismin kütlə mərkəzi olan O



Шякил 10б

nöqtəsi ilə üst-üstə düşən və Z oxu verilmiş O_1O_2 oxuna paralel yerləşən XYZ koordinat sistemi seçək. O_1O_2 oxu ilə Z oxu arasındakı məsafəni a ilə işarə edək. Şəkildən $a^2 = x_0^2 + y_0^2$ olduğu görünür. Cismin ixtiyari həcmində elementar Δm_i kütləsi götürək. Elementar kütlənin koordinatlarını x_i, y_i, z_i ilə göstərək. Onda Δm_i-nin O_1O_2 oxuna nəzərən koordinatları $(x_i - x_0)$, $(y_i - y_0)$ və z_i və onun həmin oxdan olan məsafəsi $[(x_i\text{-}x_0)^2+(y_i\text{-}y_0)^2]$ olar. Ətalət momentinin tərifinə görə Δm_i kütləsinin O_1O_2 oxuna nəzərən ətalət momenti

$$\Delta J_i = \Delta m_i[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]$$

düsturu ilə hesablanır. Cismin tam ətalət momenti isə

$$J = \sum_{i=1}^{n} \Delta J_i = \sum \Delta m_i[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2] = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i (x_i^2 - y_i^2) +$$

$$+ \sum \Delta m_i (x_0^2 + y_0^2) + 2x_0 \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i x_i + 2y_0 \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i y_i$$

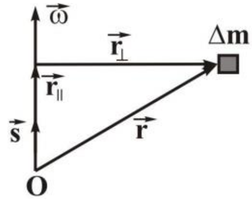
olar. Burada axırıncı iki həddi $\sum \Delta m_i$ -yə bölsək, $\dfrac{\sum \Delta m_i x_i}{\sum \Delta m_i}$ və $\dfrac{\sum \Delta m_i y_i}{\sum \Delta m_i}$ alınar. Bu ifadələr cismin kütlə mərkəzinin koordinatlarını göstərir. Seçilmiş koordinat sisteminin başlanğıcı kütlə mərkəzi ilə üst-üstə düşdüyündən bu hədlər sıfıra bərabər olur. Alınmış düsturun birinci həddi cismin OZ oxuna nəzərən J_0 ətalət momentini, ikinci hədd isə cismin kütləsi ilə oxlar arasındakı məsafənin kvadratı hasilini ma^2 göstərir. Beləliklə, isbat etmiş olaraq ki,

$$J = J_0 + ma^2 .$$

Cismin bütün kütləsinin onun kütlə mərkəzində toplandığını qəbul etsək, onda ikinci hədd kütlə mərkəzinin verilmiş O_1O_2 oxuna nəzərən ətalət momentini ifadə edəcəkdir.

§5. İxtiyari oxa nəzərən ətalət momenti. Ətalət tenzoru

Yuxarıda gördük ki, bərk cisim verilmiş tərpənməz oxa nəzərən bir ətalət momenti ilə xarakterizə olunur. İndi isə bir nöqtəsindən bərkidilmiş cismin ətalət momentini hesablayaq. Bu cisim fəzada ixtiyari istiqamətdə fırlana bilər. Baxılan anda onun bucaq sürəti vektorunun şaquli yuxarı yönəldiyini qəbul edək və bu istiqamətə uyğun ani vahid vektoru $\vec{s}$ ilə işarə edək. Tutaq ki, bərk cisim şəkildə göstərilmiş O nöqtəsindən bərkidilmişdir. Bərk cismi elementar kütlələrə bölək. Onlardan biri olan Δm kütləsinin vəziyyətini $\vec{r}$ vektoru ilə göstərək. Bu vektoru s istiqamətində yerləşən $\vec{r}_{||}$ və ona perpendikulyar olan $\vec{r}_{\perp}$ vektorlarına ayıraq. Ətalət momentinin tərifinə və xassəsinə görə



$$J = \int dm \cdot r_{\perp}^2$$

yazmaq olar. Şəkildən görünür ki, $r_{\perp}^2 = (r^2 - r_{||}^2)$ -dir. Başlanğıcı cismin bağlandığı nöqtə ilə üst-üstə düşən XYZ koordinat sistemində

$$s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = 1$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$r_{||} = xs_x + ys_y + zs_z$$

olduğunu nəzərə alsaq ətalət momentini aşağıdakı kimi hesablaya bilərik:

$$J = \int dm(r^2 - r_{||}^2) = \int dm[(x^2 + y^2 + z^2) - (xs_x + ys_y + zs_z)^2].$$

İfadəni sadələşdirərək aşağıdakı şəkildə yazaq:

$$J = \int dm[s_x^2(y^2 + z^2) + s_y^2(x^2 + z^2) + s_z^2(x^2 + y^2) -$$
$$- 2s_x s_y xy - 2s_x s_z xz - 2s_y s_z yz].$$

Burada

$$J_{xx} = \int dm(y^2 + z^2) \qquad J_{xy} = J_{yx} = \int dm\, xy = \int dm\, yx$$

$$J_{yy} = \int dm(x^2 + z^2) \qquad J_{xz} = J_{zx} = \int dm\, xz = \int dm\, zx$$

$$J_{zz} = \int dm(x^2 + y^2) \qquad J_{yz} = J_{zy} = \int dm\, yz = \int dm\, zy$$

əvəzləmələri edək. Beləliklə, bir nöqtədən bağlanmış bərk cisim üçün 9 ətalət momenti alınır. Onu aşağıdakı cədvəl şəklində yazırlar:

$$\begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix}.$$

Bu, *ətalət tenzoru* adlanır (tenzor vektorun ümumiləşməsi olub, xüsusi halda vektordur). Burada J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} tenzorun diaqonal elementləri olub, oxlara görə ətalət momenti, $J_{xy} = J_{yx}$, $J_{xz} = J_{zx}$ və $J_{yz} = J_{zy}$ mərkəzdən qaçma *ətalət momentləri* adlanır. Diaqonala nəzərən simmetrik yerləşmiş kəmiyyətlər bir-birinə bərabər olduğu üçün ətalət tenzoru simmetrik tenzordur. Əgər bərk cisim onun kütlə mərkəzindən çıxan koordinat oxları ətrafında fırlanarsa, onda qeyri-diaqonal elementləri sıfır olur. Bu halda diaqonal elementləri *baş ətalət momentləri* adlanır.

Xüsusi halda baş ətalət momentlərinə uyğun oxları sərbəst oxlar ola bilər.

§6. İmpuls momenti və onun saxlanma qanunı

Tutaq ki, maddi nöqtə (elementar kütlə) r radiuslu çevrə boyunca toxunan istiqamətdə yönəlmiş $F\sin\alpha_1$ qüvvənin təsiri ilə fırlanır (şəkil 11). Nyutonun II qanununa görə onun hərəkət tənliyi (3.1.1) düsturu ilə verilir. Bu düsturda (1.1.5) düsturunu skalyar şəkildə nəzərə alsaq o, aşağıdakı kimi olar:

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = F\sin\alpha .$$

Bu düsturun hər tərəfini r-ə vursaq, alarıq

$$\frac{d}{dt}(r\cdot m\upsilon) = Fr\sin\alpha \quad \text{və ya} \quad d(r\cdot m\upsilon) = Fr\sin\alpha dt \qquad (3.6.1)$$

(3.1.3) düsturuna görə

$$Fr\sin\alpha dt = Mdt \qquad (3.6.2)$$

olub, qüvvə momentinin impulsu adlanır və vektorial kəmiyyətdir. Sol tərəfdə olan $rm\upsilon$ hasili impuls momenti adlanır, $\vec{L}$ ilə işarə olunur və vektorial kəmiyyət olub aşağıdakı düsturla tapılır:

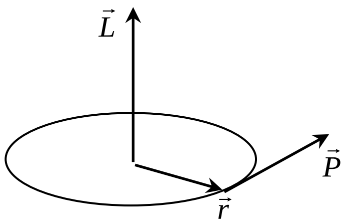
$$\vec{L} = [\vec{r}m\vec{\upsilon}] \quad \text{və ya} \quad \vec{L} = [\vec{r}\vec{P}] \qquad (3.6.3)$$

Maddi nöqtənin impuls momentinin istiqaməti sağ burğu qaydası ilə tapılır (şəkil). Burğunun dəstəyi $\vec{r}$ vektorundan $\vec{P}$ vektoruna doğru fırlanarsa, onun irəliləmə istiqaməti impuls momentinin istiqamətini göstərir.

Axırıncı (3.6.1) və (3.6.2) düsturlarını (3.6.3)-də nəzərə alsaq

$$d\vec{L} = \vec{M}\,dt \qquad (3.6.4)$$

olar. Bu düstur göstərir ki, ***maddi nöqtənin impuls momentinin dəyişməsi xarici qüvvələrin qüvvə momentinin impulsuna bərabərdir.*** Əgər sistem qapalı olarsa, yəni xarici qüvvələrin momenti sıfır və ya onların təsir müddəti sonsuz kiçik olarsa, onda $M\,dt=0$ və



$$d\vec{L} = 0 \quad \text{və} \quad \vec{L} = const \qquad (3.6.5)$$

olar. (3.6.5) və (3.6.4) düsturları, uyğun olaraq maddi nöqtənin impuls momentinin saxlanma və dəyişmə qanununu ifadə edirlər.

Bərk cismin impuls momentini tapmaq üçün (3.1.1) düsturunda

(1.1.5) və (1.3.3) ifadələrini skalyar şəkildə yerinə yazaq və hər tərəfini r_i-yə vuraq. Onda aşağıdakı ifadə alınır:

$$\Delta m_i \frac{d(\omega r_i)}{dt} \cdot r_i = F_i r_i \sin\alpha_i$$

Bərk cismin bütün nöqtələrinin bücaq sürətinin eyni olduğunu qəbul edək. Ona görə də ω indeksiz yazılır. Sonuncu ifadənin hər tərəfini dt-yə vurub bütün kütlə üzrə cəmləmə aparaq. Onda alarıq:

$$d\sum_{i=1}^{n}(\Delta m_i r_i^2 \cdot \omega) = \sum_{i=1}^{n} F_i r_i \sin\alpha_i \cdot dt.$$

Bu tənliyin sağ tərəfi (3.6.2) düsturuna görə qüvvə momentinin impulsu, sol tərəfdəki $\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i r_i^2$ isə (3.1.5) düsturuna görə bərk cismin ətalət momenti olduğundan axırıncı tənlik aşağıdakı şəkildə olar:

$$d(J\omega)=Mdt \tag{3.6.6}$$

Buradan

$$L=J\omega \tag{3.6.7}$$

olub, bərk cismin *impuls momenti* adlanır. Əgər sistem qapalı olarsa

$$Mdt=0 \text{ olar və } d(J\omega)=0, \quad J\omega=const \tag{3.6.8}$$

alınar. (3.6.8) və (3.6.6) düsturları, uyğun olaraq bərk cismin impuls momentinin saxlanma və dəyişmə qanununu ifadə edirlər. Xarici qüvvələrin momenti sıfra bərabər olduqda, sistemin impuls momenti sabit qalır, yəni $J\omega$ hasili dəyişmir. Vuruqlardan biri neçə dəfə artarsa digər vuruq həmin dəfə azalmalıdır. Tramplindən suya tullanan adam suyun səthinə çatana qədər daha çox dövr etmək üçün bədənini mümkün qədər yığır, yəni ətalət momentini azaldır. İmpuls momentinin saxlanma qanunundan

$$J_1\omega_1=J_2\omega_2 \quad \text{və ya} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{J_1}{J_2}$$

görünür ki, ətalət momenti neçə dəfə azalarsa, fırlanma bucaq sürəti həmin dəfə artar və üzgüçü düşmə müddətində daha çox dövr edər. Tutaq ki, sürtünməsiz fırlana bilən masa (Jukovski masası) üzərində əllərini yanlara açmış adam kiçik bucaq sürətilə fırlanır. Adam əllərini sinəsinə yığdıqda ətalət momenti azalır və o, böyük bucaq sürətilə fırlanmağa başlayır. Adam əllərini yenidən yanlara açarsa, onun fırlanma sürəti azalır. Bu təcrübələr bərk cismin impuls momentinin saxlanma qanununu təsdiq edir.

Bu qanuna görə simmetriya oxu ətrafında fırlanan cisim həmişə fırlanma oxunun istiqamətini saxlamağa çalışır. Fırlanaraq tüfəngin lüləsindən çıxan güllə hədəfə daha dəqiq çatır.

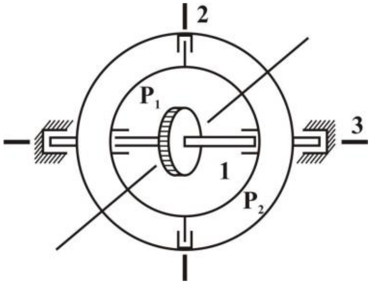
§7. Sərbəst oxlar. Giroskop

İxtiyari formalı cisim tərpənməz (bərkidilmiş) ox ətrafında fırlandıqda həmin oxa qüvvə təsir edir. Fırlanma oxunu azad etsək o, bu qüvvənin təsirilə, fəzada vəziyyətini dəyişir, elə vəziyyət almağa çalışır ki, fırlanma dayanıqlı olsun. Belə olduqda fırlanan cisim tərəfindən *öz* fırlanma oxuna qüvvə təsir etmir və ona görə də fırlanma oxunun fəzada vəziyyəti sabit, dəyişməz qalır. Belə ox *sərbəst ox* və ya *mərkəzi baş ətalət oxu* adlanır. İxtiyari simmetriyaya malik olan cismin fırlanmasını bir-birinə qarşılıqlı perpendikulyar yerləşmiş üç ox ətrafında fırlanma hərəkəti kimi göstərmək olar. Mərkəzi simmetriyaya malik olan kürə üçün bu oxlar eyni hüquqludur, onlara nəzərən kürənin ətalət və impuls momentləri eynidir. Bircins silindrin simmetriya oxuna perpendikulyar oxlar eyni hüquqludur, lakin simmetriya oxu onlardan fərqlənir. Düzgün bircins paralelopipedin üzlərinə perpendikulyar və kütlə mərkəzindən keçən oxlar eyni hüquqlu deyildir, həmin oxlara nəzərən ətalət və impuls momentləri bir-birindən fərqlənirlər.

Fırlanma elə oxlar ətrafında dayanaqlı olar ki, həmin oxlara nəzərən ətalət momenti ən böyük və ya ən kiçik qiymət alsın. Dayanıqlı fırlanmaya uyğun oxlar fəzada öz istiqamətlərini saxlayırlar. Onların bu xassəsi impuls momentinin saxlanma qanununa əsaslanmışdır.

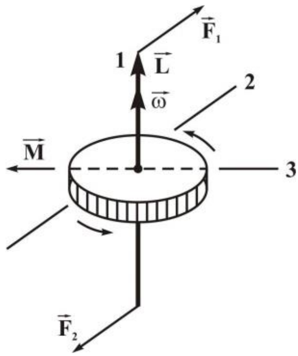
İmpulsun saxlanma qanununun tətbiqinə aid daha bir misal olaraq giroskopun hərəkətinə baxaq.

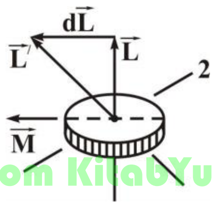
Simmetriya oxu ətrafında böyük sürətlə fırlanan bərk cisim *giroskop* adlanır. İxtiyari fırlanma cismi, fırfıra, Yer, elektron giroskopa misal ola bilər. Giroskop olaraq öz simmetriya oxuna bərkidilmiş disk götürək. Giroskopun oxunun fəzada ixtiyari vəziyyət ala bilməsi üçün şəkildə göstərilmiş kardon asmasından istifadə edilir.



Bu qurğuda P_1 müstəvisi 2 oxu, P_2 müstəvisi 3 oxu ətrafında fırlana bilir. Giroskop özü isə 1 oxu ətrafında fırlanır. Beləliklə kardon asması giroskopun oxunun fəzada ixtiyari istiqamət almasına imkan yaradır.

Giroskopik effekt. Tutaq ki, giroskop simmetriya oxu ətrafında $\vec{\omega}$ bucaq sürətilə fırlanır. Giroskop simmetrik cisim olduğundan onun impuls momenti fırlanma oxu istiqamətində olur. Fərz edək ki, giroskopun oxuna şəkildə göstərildiyi istiqamətdə $\vec{F}_1$ və $\vec{F}_2$ cüt qüvvələri təsir edir. Bu qüvvələr giroskopun oxunu 3 oxu ətrafında fırlatmağa çalışır. Lakin giroskopun oxu gözlədiyimiz kimi 3 oxu ətrafında deyil, həmin oxa və giroskopun öz oxuna perpendikulyar olan 2 oxu ətrafında dönür. Bu hadisə *giroskopik effekt*



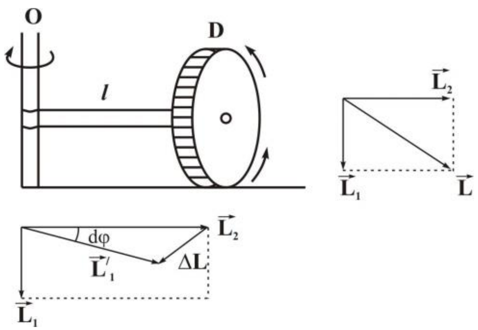


adlanır. Giroskopik effekt impuls momentinin dəyişməsinin xarici qüvvələrin momentinin impulsuna bərabər olması qanunu ilə izah olunur.

$$d\vec{L} = \vec{M}dt\,.$$

Şəkildən görünür ki, cüt qüvvələrin momenti $\vec{M}$ sola doğru yönəlmişdir. Onda impuls momentinin dəyişməsi $d\vec{L}$ də sola yönələcəkdir və dt müddətindən sonra giroskopun impuls momenti vektoru $\vec{L}'$ olacaqdır, yəni giroskopun 2 oxu ətrafında dönəcəkdir.

Giroskopik qüvvə. Yuxarıda gördük ki, xarici qüvvənin təsirilə giroskopun fırlanma oxu dönür. Fırlanma oxu dayaqlara bərkidilərsə, ox dayaqlara təsir edəcəkdir. Bu təsir qüvvəsi *giroskopik qüvvə* adlanır (görəcəyik ki, bu qüvvə Koriolis qüvvəsidir). Mühərriklərin rotoru giroskopdur. Məsələn, gəmi dalğaya düşdikdə rotorun oxuna qüvvə təsir edir, nəticədə giroskopik qüvvə meydana çıxır və ox olduğu dayağa təsir göstərir. Bu qüvvə çox böyük qiymət ala bilər.



Dəyirman daşı misalında giroskopik qüvvəni hesablayaq. Tutaq ki, radiusu R olan dəyirman daşı $Д\ \ell$ oxu ətrafında fırlanır, ℓ oxu isə saquli O oxu ətrafında fırlanır. Daş $O\ \ell$ oxları ətrafında ω_1 və ω_2 bucaq sürətləri ilə fırlandığı üçün uyğun olaraq $\vec{L}_1 = \vec{\omega}_1 J$ və $\vec{L}_2 = \vec{\omega}_2 J$ impuls momentlərinə malik olacaq. $\vec{L}_1$ vektoru bütün hərəkət müddətində sabit qalır, $\vec{L}_2$ vektoru isə qiyməti sabit qalsa da istiqamətcə dəyişir. Onun vəziyyəti dt müddətindən sonra $d\varphi$ qədər döndüyü üçün $\vec{L}_2'$ olacaqdır. Onun dönməsinə səbəb olan qüvvə momenti $M = F\ell$, $dL = F\ell dt$ və şəkildən $dL = L_2 d\varphi$ olduğundan

$$F = \frac{dL}{\ell dt} = \frac{L_2 d\varphi}{\ell dt}$$

olar. Digər tərəfdən $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_1$ olarsa, daşın təmiz diyirlənmə şərtindən, yəni $\omega_1 \ell = \omega_2 R$ düsturundan $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_1 = \omega_2 \frac{R}{\ell}$ alınar. Bu düsturu və $L_2 = J\omega_2 = \frac{1}{2} mR^2 \omega_2$ olduğunu F-in ifadəsində yerinə yazsaq

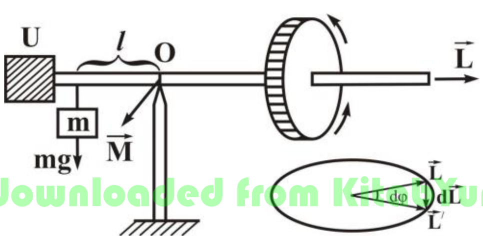
$$F = \frac{m\omega_2^2 \cdot R^3}{2\ell^2} \tag{3.7.1}$$

olduğunu alarıq. Bu ifadə giroskopik qüvvə olub, dəyirman daşının diyirləndiyi zaman səthə təsir qüvvəsidir. Bu qüvvənin təsirilə daş dəni üyüdür.

Giroskopik kompas. Tutaq ki, kardan asqısında olan giroskop Yerin səthində yerləşmişdir. Onun oxuna mərkəzdənqaçma ətalət qüvvəsi təsir edir. Bu qüvvənin təsirilə giroskopun oxu o vaxta qədər dönür ki, təsir edən qüvvənin momenti sıfıra bərabər olsun. Bu isə o deməkdir ki, giroskopun oxu meridian boyunca yönəlsin və Yerin qütbunu göstərsin. Belə giroskop *giroskopik kompas* adlanır. Girokompas maqnit kompasından fərqli olaraq Yerin maqnit qütbünü yox, bilavasitə coğrafi qütbünü göstərir.

Böyük kütləli yüksək sürətlə fırlanan giroskoplar fəzada fırlanma oxunun istiqamətini həmişə saxlayırlar. Qısa müddətli qüvvələr onların oxunun vəziyyətini dəyişə bilmirlər. Giroskopların fırlanma oxlarının sabit qalması xassəsinə görə onlardan platformaların, cihazların yerləşdiyi müstəvilərin stabil qalması üçün istifadə edilir.

Giroskopun presessiyası. Modulca sabit qalan qüvvə

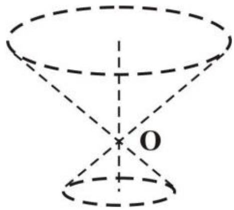


momentinin təsirilə giroskopun oxunun fırlanma hərəkəti *presessiya* adlanır. Tutaq ki, giroskopun oxu saquli bərkidilmiş milin üzərinə üfiqi vəziyyətdə qoyulmuş və *U* yükü ilə tarazlaşdırılmışdır. Şəkildə göstərildiyi kimi onun oxundan *m* kütləli yük asaq. Bu yükün yaratdığı qüvvə momenti şəkildən bizə doğru yönəlir. Ona görə də giroskopun oxu yuxarıdan baxdıqda saat əqrəbi istiqamətində fırlanacaq və üfiqi yerləşmiş dairə cizacaqdır. Giroskopun oxunun bu hərəkəti presessiyadır. Presessiyanın bucaq sürətini tapaq. Giroskop öz oxu ətrafında ω bucaq sürətilə fırlanır, onun impuls momentinin modulu sabit qalır, istiqaməti isə daim dəyişir. Şəkildə impuls momentinin verilmiş andakı istiqaməti $\vec{L}$, dt müddətindən sonrakı istiqaməti isə L'-lə göstərilmişdir. Bu müddətdə impuls momenti vektoru $d\varphi$ bucağı qədər dönmüş və dəyişməsi dL qədər olmuşdur. Onda presessiyanın bucaq sürəti

$$\omega_p = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dL}{Ldt} = \frac{Mdt}{Ldt} = \frac{mg\ell}{J\omega} \qquad (3.7.2)$$

olar. Presessiya ətalətliliyə malik deyildir, m yükünü götürən anda, preesiya hərəkəti dayanır.

Şəkildə göstərilən tarazlaşdırıcı *U* yükünü artırsaq giroskopun oxu mail vəziyyətdə presessiya edəcəkdir. Bu zaman onun oxu təpələri milin ucu olan iki konus cızacaqdır. İsbat etmək olar ki, bu halda da presessiya hərəkətinin bucaq sürəti yuxarıda tapılmış bucaq sürətinə bərabər olacaqdır. Yerin oxu məhz belə presessiya edir və onun periodu təqribən 26 min ilə bərabərdir.



Giroskopun ciddi bircins olmaması səbəbindən onun oxu impuls momenti ilə tam üst-üstə düşmədikdə oxun ucunun cızdığı çevrə dalğavari olur. Belə mənzərə giroskopun oxuna qısa müddətli qüvvə momenti təsir etdikdə də müşahidə olunur. Giroskopun oxunun impuls momenti ilə ciddi eyni istiqamətdə olmaması və ya qısa müddətli qüvvə momentlərinin təsiri nəticəsində giroskopun oxunun hərəkəti *metasiya* adlanır.

§8. Fırlanan bərk cismin kinetik enerjisi

Fırlanan cisim hərəkətdə olduğu üçün hərəkət enerjisinə, yəni kinetik enerjiyə malik olmalıdır. Fəsil 2, §7-də irəliləmə hərəkətinin kinetik enerjisinin hesablanmasında aparılan mülahizəyə uyğun olaraq qəbul etdik ki, bərk cisim ilk anda ω_1 sürətinə malikdir. O, qarşısına çıxan maneəyə qarşı iş görərsə sürəti ω_2–yə qədər azalar. Bu zaman onun elementar yolda gördüyü elementar iş

$$dA = F\,d\overset{\cup}{S} = m\frac{d\upsilon}{dt}rd\varphi = mr\,\omega d(\omega r) = mr^2\omega d\omega$$

və ya

$$dA = F\,d\overset{\cup}{S} = Frd\varphi = Md\varphi \qquad (3.8.1)$$

düsturları ilə hesablana bilər. Bu ifadələrdən birincisindən $J=mr^2$ olduğunu nəzərə alıb həmin ifadədən tam işi aşağıdakı kimi tapmış olarıq:

$$A = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J\omega d\omega = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$$

Bu ifadə (2.7.1) ilə analoji düsturdur. Deməli sağ tərəfdə fırlanma hərəkətinin kinetik enerjisinin fərqi durur. Onda fırlanan bərk cismin kinetik enerjisi aşağıdakı düsturla ifadə edilər:

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2} \qquad (3.8.2)$$

(3.8.1) ifadələrinin ikinci düsturunu inteqrallasaq, tam işi aşağıdakı şəkildə tapmış olarıq:

$$A=M\varphi=M\varphi_2- M\varphi_1$$

Xüsusi halda konservativ qüvvələrin gördüyü bu iş sistemin halının dəyişməsini ifadə edir. Hal funksiyası olaraq II Fəslin 7-ci paraqrafında potensial enerji qəbul edilmişdir. Deməli, $M\varphi$ potensial enerjini ifadə edir. Buradan belə nəticə çıxır ki, cismin potensial enerjisi dönmə bucağının funksiyasıdır. Potensial enerjini qiymətləndirmək üçün φ bucağının müəyyən qiyməti başlanğıc qəbul edilir və bu bucağa uyğun potensial enerji sıfır götürülür (potensial enerjinin normalaşdırılması).

Yenə də almış oluruq ki, fırlanma hərəkətində kütləni ətalət momenti, qüvvəni qüvvə momenti, xətti sürəti bucaq sürəti və xətti yerdəyişməni bucaq yerdəyişməsi əvəz edir.

Qeyd etmək lazımdır ki, sistemin impuls momenti sabit qalmasına baxmayaraq onun kinetik enerjisi dəyişə bilər. Məsələn, Jukovski masasında adam əllərini sinəsinə yığdıqda əzələ qüvvələri iş görür və bunun hesabına onun kinetik enerjisi artır, impuls momenti isə dəyişmir.

Bərk cisim həm irəliləmə, həm də fırlanma hərəkətində olarsa, onun kinetik enerjisi hər iki hərəkətin kinetik enerjilərinin cəminə bərabər olur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$E_k = \frac{m\upsilon_0^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \tag{3.8.3}$$

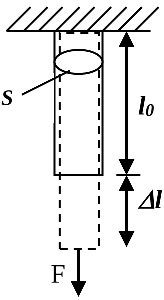
Burada υ_0- bərk cismin kütlə mərkəzinin xətti sürətidir.

Fəsil 4. CİSİMLƏRİN DEFORMASİYASI

§1. Deformasiyanın növləri

Model kimi qəbul edilmiş mütləq bərk cisimdən fərqli olaraq real cisimlər təsir nəticəsində öz forma və ölçülərini dəyişirlər. ***Cismin öz forma və ölçülərini dəyişməsi deformasiya adlanır. Cismi deformasiya etdirən təsir kəsildikdən sonra o öz əvvəlki forma və ölçülərini bərpa edərsə, belə cisim elastik cisim, bərpa edə bilməzsə, yəni qalıq deformasiya qalarsa plastik cisim adlanır.*** Belə cisimlərin deformasiyası da uyğun olaraq elastik və plastik deformasiya adlanır. Elastik deformasiya zamanı xarici qüvvənin gördüyü iş deformasiya olunmuş cismin elastik potensial enerjisinə çevrilir. Cisimdə xarici qüvvənin əksinə yönəlmiş elastik qüvvə yaranır, xarici təsir kəsildikdən sonra bu qüvvə cismi əvvəlki vəziyyətinə qaytarır.

Deformasiya həndəsi baxımdan 4 cür olur: uzununa (sıxılma), sürüşmə, əyilmə və burulma. Fiziki baxımdan axırıncı iki növ deformasiya uzununa (sıxılma) və sürüşmə deformasiyalarının birlikdə yaranması nəticəsində baş verir.



Шякил 13

Uzununa (sıxılma) deformasiya. Tutaq ki, uzunluğu l_0 və en kəsiyinin sahəsi S olan çubuq F qüvvəsinin təsiri ilə Δl qədər elastik deformasiyaya uğramışdır (bu zaman onun en kəsiyinin sahəsi azalacaqdır, bu dəyişmə çox kiçik olduğundan nəzərə almamaq olar). Huq qanununu ifadə edən (işarə nəzərə alınmır)

$$F = k\Delta l$$

düsturunun hər tərəfini Sl_0 hasilinə (çubuğun ilk həcminə) bölək. Onda

$$\frac{F}{S}\cdot\frac{1}{l_0} = k\frac{1}{S}\frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{və ya} \quad \frac{F}{S} = k\frac{l_0}{S}\frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{və ya} \quad \sigma = E\varepsilon \qquad (4.1.1)$$

alarıq. Axırıncı düstur Huq qanunu olub çubuğun elastik uzanma (sıxılma) deformasiya qanununu ifadə edir. Burada $\sigma = \frac{F}{S}$ mexaniki gərginlik olub, vahid səthə düşən qüvvəni göstərir, BS-də vahidi Paskaldır, $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ nisbəti deformasiya və ya nisbi uzanma adlanır və adsız kəmiyyətdir, E isə uzanmada (sıxılmada) *Yunq modulu* adlanır, cismin ölçülərindən asılı olmayıb, yalnız cismin materialından asılıdır, Pa-la ölçülür, $\alpha = \frac{1}{E}$ isə elastiklik modulu adlanır. Yunq modulu ədədi qiymətcə çubuğu özü boyda uzatmaq üçün lazım olan gərginliyə bərabər olan kəmiyyətdir. (4.1.1) düsturu yalnız elastik deformasiya üçün doğrudur. Bu qanun ödənən hüdud *elastiklik hüdudu*, və ya mütənasiblik hüdudu adlanır. Bu hüduddan böyük deformasiyalarda xətti asılılıq pozulur və cismin deformasiyası başqa qanunlarla ifadə olunur.

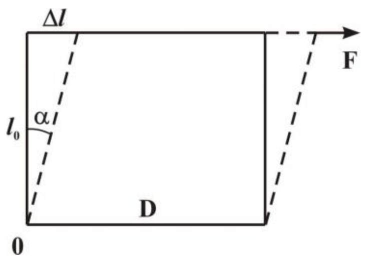
Şəkil 13-dən görünür ki, uzanma deformasiyası zamanı çubuğun en kəsiyinin sahəsi azalır, yəni çubuq uzandıqda o perpendikulyar istiqamətdə sıxılma deformasiyasına uğrayır. Deformasiya zamanı çubuğun həcmi sabit qalır və belə deformasiya *affin deformasiya* adlanır. Müxtəlif bərk cisimlərin uzununa deformasiyası zamanı yaranan eninə deformasiya müxtəlif olur. Ancaq onların nisbəti əksər bərk cisimlər üçün sabit kəmiyyət olub 0,25-ə bərabərdir. Bu kəmiyyət *Puasson əmsalı* adlanır, μ ilə işarə olunur və $\mu = \frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel}$ düsturu ilə hesablanır. Burada $\varepsilon_\parallel$ – uzununa, $\varepsilon_\perp$ – eninə nisbi deformasiyadır.

Uzununa deformasiya zamanı eninə deformasiyanın yaranmasını nəzərə aldıqda elastiklik əmsalı ilə Yunq modulu arasındakı əlaqə aşağıdakı kimi olur:

$$\alpha = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{(1-\mu)E}.$$

Doğrudur, bərk cisimlər üçün Puasson əmsalının nəzərə alınması onun elastiklik misalını o qədər də dəyişmir. Lakin başqa maddələrdə (məsələn, polimerlərdə) elastiklik əmsalı nəzərə çarpacaq dərəcədə dəyişir. Bu dəyişiklik həmin maddələrdə mexaniki dalğaların yayılmasında özünü göstərir.

Sürüşmə deformasiyası. Tutaq ki, düzbucaqlı çubuğun alt oturacağı bərkidilmiş və onun üst oturacağına toxunan istiqamətdə F qüvvəsi təsir edir. Onda çubuğu təşkil edən laylar bir-birinə nəzərən sağa doğru sürüşəcəklər və yan üzlər α bucağı qədər sağa meyl edəcəklər. Sürüşmə deformasiyasında nisbi deformasiya olaraq α bucağı qəbul edilir. Doğrudan da, α-nın kiçik qiymətlərində $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = tg\alpha$ düsturunda $tg\alpha \cong \alpha$



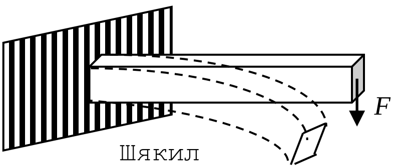
Шякил 14

götürsək, $\varepsilon = \alpha$ alınır (şəkil 14). Onda (4.1.1) düsturuna analoji olaraq sürüşmə deformasiya qanununu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\sigma = G\alpha \qquad (4.1.2)$$

Burada G-sürüşmə modulu adlanır, Pa-la ölçülür, ədədi qiymətcə 1 radian sürüşmə bucağı yaradan mexaniki gərginliyə bərabərdir, cismin ölçülərindən asılı olmayıb, onun materialından asılıdır. Sürüşmə modulunun tərs qiyməti $1/G$ sürüşmə əmsalı adlanır. Əksər materiallar üçün sürüşmə modulu Yunq modulunun yarısından kiçik olur.

Əyilmə. Tutaq ki, düzbucaqlı çubuq bir başından divara bərkidilmiş, digər ucundan isə onun səthinə toxunan istiqamətdə F qüvvəsi təsir edir (şəkil 15) və çubuq şəkildə göstərildiyi kimi əyilir.



Шякил 15

Bu əyilmə deformasiyasıdır. Bu deformasiyada çubuğun üst səthi dartılır, alt səthi isə sıxılır, səthlər bir-birinə nəzərən sürüşürlər. Deməli, əyilmə deformasiyası uzanma, sıxılma və sürüşmə deformasiyalarının eyni zamanda təzahürüdür.

Çubuğun uzunluğu ℓ, eni a, qalınlığı b, elastiklik modulu E olarsa F qüvvəsinin təsirilə onun sərbəst ucunun əyilmə oxu

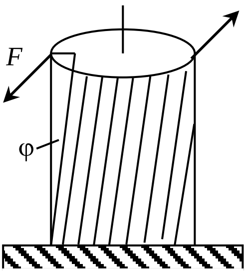
$$\lambda = \frac{4F\ell^3}{Eab^2}$$

düsturu ilə hesablanır. Çubuq hər iki ucundan sərbəst olaraq dayaqlar üzərində olduqda onun mərkəzinin əyilmə oxunu tapmaq üçün bu düsturda F əvəzinə $\frac{F}{2}$, ℓ əvəzinə $\frac{\ell}{2}$ yazmaq lazımdır. Onda əyilmə oxunu hesablamaq üçün

$$\lambda = \frac{F\ell^3}{4Eab^2} \qquad (4.1.3)$$

ifadəsi alınır.

Burulma. Silindrik çubuğun alt oturacağını bağlayıb üst oturacağına toxunan istiqamətdə cüt qüvvə (qiymətcə bərabər, istiqamətcə bir-birinin əksinə yönəlmiş və cismin müxtəlif nöqtələrinə tətbiq edilmiş qüvvə cüt qüvvə adlanır) tətbiq etdikdə cismin layları bir-birinə nəzərən sürüşür və uzunluqları dəyişir. Bu deformasiya burulma deformasiyası adlanır (şəkil 16). Göründüyü kimi, burulma deformasiyası da uzununa (sıxılma) və sürüşmə deformasiyalarının kombinasiyasından ibarətdir. Silindrin bütün nöqtələrində deformasiya eyni deyildir; silindrin mərkəzindən uzaqlaşdıqca deformasiyanın qiyməti artır. Silindrin burulma deformasiya qanunu aşağıdakı düsturla ifadə olunur:



Шякил 16

$$M = N\varphi$$

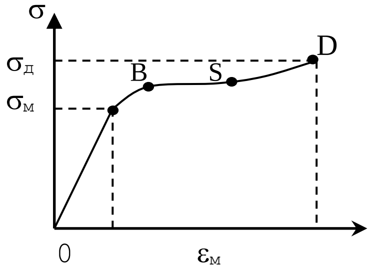
Burada φ-burulma bucağı, M-cüt qüvvələrin momenti, N-burulma modulu olub, sürüşmə modulu ilə əlaqəsi aşağıdakı kimidir:

$$N = \frac{\pi \cdot r^4}{2l} G \qquad (4.1.4)$$

Burada r-silindrin radiusu, l-onun uzunluğudur.

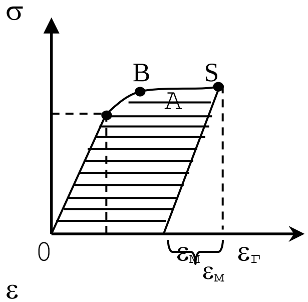
§2. Gərginlik-deformasiya diaqramı

Yuxarıda qeyd edildi ki, deformasiyanın kiçik dəyişmələrində gərginliyin deformasiyadan asılılığı xətti olur. Deformasiyanın sonrakı artmasında bu asılılıq mürəkkəb xarakter daşıyır. Şəkil 17-də əksər materiallar üçün xarakterik olan gərginlik-deformasiya diaqramı göstə-rilmişdir. Şəkildə *OA* parçası Huq qanununa tabe olan hissədir. *D* nöqtəısi cismin dağılmasına (qırılmasına) uyğundur. Bu nöqtəyə uyğun gərginlik dağılma gərginliyi adlanır və σ_d ilə işarə olunur. *A* nöqtəsinə uyğun gərginlik elastiklik hüdudu gərginliyidir və σ_m (mütənasiblik hüdudu) ilə işarə olunur. $\sigma_m = \sigma_d$ olarsa, belə cisim *kövrək cisim* adlanır. Kövrək cisim elastiklik hüdudunda dağılır. *AD* hissəsi plastik deformasiyaya uyğundur. *A* nöqtəsindən başlayaraq *S* nöqtəsinə qədər deformasiya gərginliyə nisbətən daha çox artır. Deformasiyanın bu xarakteri *BS* hissəsində özünü daha aydın göstərir. Plastik deformasiya əsasən bu hissədə yaranır. Müxtəlif materiallar üçün bu hissənin boyu müxtəlif olur. Məsələn, yüksək keyfiyyətli poladda bu hissə demək olar ki, müşahidə olunmur. *SD* hissəsində gərginliyin artma sürəti yenidən yüksəlir və *D* nöqtəsində cisim dağılır.



S nöqtəsində cisim xarici təsirdən azad edilərsə ε_q qədər qalıq deformasiya yaranır. Elastik deformasiya yox olur və *σ-ε* diaqramında deformasiyanın bərpa yolu onun inkişaf yolundan aralı keçir. Bu yollar və ε oxu arasında qalan sahə şəkil 18-də cizgilənmişdir. Bu sahə ədədi qiymətcə plastik deformasiya zamanı cismin vahid həcminə düşən enerji (*w*) itgisinə bərabər olub, aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$w = \frac{W}{Sl_0} = \int_0^{\varepsilon_q} \sigma(\varepsilon)d\varepsilon$$



Gərginliyin deformasiyadan asılılıq funksiyası aşkar şəkildə məlum olarsa, bu düstur vasitəsi ilə vahid həcmdəki potensial enerjini hesablamaq olar. Misal olaraq elastiklik hüdudunda cismin potensial enerjisini hesablayaq. Elastiklik hüdudunda gərginliyin deformasiyadan asılılığı $\sigma = E\varepsilon$ şəklindədir. Bu ifadəni inteqral altında yerinə yazaq və 0-dan ε_m-ə qədər inteqrallayaq:

$$w = \int_0^{\varepsilon_q} E\varepsilon d\varepsilon = \frac{E\varepsilon_m^2}{2}.$$

Bu elastik deformasiyanın vahid həcmə düşən potensial enerjisidir. Buna inanmaq üçün bu düsturda $E = k\frac{l_0}{S}$ və $\varepsilon_m = \frac{\Delta l}{l_0}$ yazmaq kifayətdir. Doğrudan da bunları yerinə yazsaq

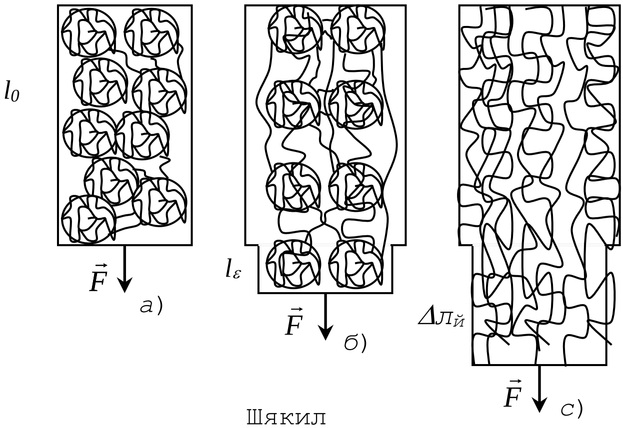
$$w = \frac{1}{2}k\frac{l_0}{S}\frac{(\Delta l)^2}{l_0^2} = \frac{1}{2}\frac{k(\Delta l)^2}{Sl_0}$$

olar. Burada $\frac{k\Delta l^2}{2}$ elastik deformasiyanın potensial enerjisi, Sl_0 isə cismin həcmidir.

Cismin plastiklik (özlülük), kövrəklik və s. mexaniki xassələri deformasiya sürətindən və temperaturdan asılıdır. Çox böyük sürətli deformasiyalarda cisim özünü kövrək material kimi aparır. Hətta suyu çəkiclə vurduqda şüşə kimi qəlpələrə parçalanır.

§3. Polimerlərin deformasiya xüsusiyyətləri

Polimerlərin deformasiyasının başqa cisimlərin deformasiyasından kəskin fərqlənməsi onların molekullarının zəncirvari quruluşa malik olması ilə əlaqədardır. Belə quruluş istər sintetik və istərsə də təbii, o cümlədən biopolimerlərə xasdır. Polimer ucları bir-birinin içərisinə keçən yumaqlar toplusu kimi təsəvvür edilir. Şəkil 19-da polimer nümunəsinin modeli göstərilmişdir. *a* şəklində polimerin deformasiyaya qədərki halı verilmişdir. Dairələrlə polimerin yumaq şəkilli makromolekulları və onları bir-biri ilə birləşdirən makromolekul zəncirinin hissələri təsvir edilmişdir. İlk anlarda *F* qüvvəsinin təsiri ilə polimer elastik deformasiyaya məruz qalır. Bu zaman yumaqlar – dairələr bir-birindən uzaqlaşır, yəni yumaqları birləşdirən zəncir hissələri uzanırlar (şəkil 19, *b*). Elastik deformasiyanın təbiəti bütün cisimlərdə belədir. Deformasiyadan əvvəl sistemi təşkil edən hissəciklər bir-birilə tarazlıqda olurlar. Cismi sıxarkən və ya uzatdıqda bu tarazlıq pozulur: sıxdıqda hissəciklər arasında itələmə, uzatdıqda - cəzbetmə qüvvələri üstünlük təşkil edirlər. Hər iki halda polimerin potensial enerjisi artır, yəni hər iki halda bu qüvvələrə qarşı iş görülür.



Шякил 19

Elastiklik hüdudundan sonra polimerlərdə yaranan deformasiya yüksək elastiklik deformasiyası adlanır. Bu növ deformasiya yalnız polimerlərə xasdır. Bu deformasiya zamanı polimer yumağı açılmağa başlayır; bir-birinə dolaşmış zəncir xətt formasını alır (şəkil 19, s). Yüksəkelastik deformasiyanın qiyməti polimerin xüsusiyyətindən asılı olaraq, çox böyük ola bilər. Kauçuk və rezinlərdə nisbi yüksəkelastiklik deformasiyası nümunənin öz ölçüsündən 10-12 dəfə böyük olur. Bu deformasiya zamanı polimer makromolekullarının forması, fəza quruluşu (konformasiyası) dəyişir, polimerin daxili potensial enerjisi dəyişir. Deformasiya zamanı istilik ayrılır (bu deformasiya polimerin entropiyasının azalmasına səbəb olur. Entropiya haqqında Termodinamikanın əsasları fəslində məlumat veriləcəkdir). Polimer makromolekulunun bir konformasiyadan digərinə keçidi sərbəst deyildir, onların qarşısında potensial çəpər (fəsil 2, §10) vardır. Makromolekul bir konformasiyadan digərinə keçmək üçün kənardan ən azı bu çəpərin hündürlüyünə bərabər enerji almalıdır. Bu enerji xarici deformasiya etdirici qüvvənin hesabına olur. Xarici qüvvəni kəsdikdən sonra polimerə onun yüksəkelastiki deformasiyası zamanı kənara verdiyi qədər istilik miqdarı versək polimer deformasiyadan əvvəlki forma və ölçülərini bərpa edəcəkdir.

Polimerin deformasiyasını davam etdirsək, yüksəkelastiklik deformasiyasından sonra özlüaxıcılıq – plastik deformasiya yaranır. Bu deformasiya zamanı düzlənmiş zəncirlər bir-birinə nəzərən sürüşürlər, yəni onların kütlə mərkəzləri yerini dəyişirlər. Belə deformasiyadan sonra polimer heç bir vasitə ilə öz əvvəlki halını bərpa edə bilmir.

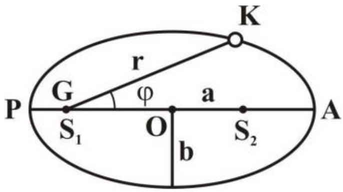
Bioloji sistemlərdə yaranan deformasiyalar da bu fəsildə qısa şəkildə tanış olduğunuz deformasiyaların qanunauyğunluqlarına tabedir.

Fəsil 5. CAZIBƏ QÜVVƏSI. CAZIBƏ SAHƏSI

§1. Kepler qanunları. Cazibə qüvvəsi

Kepler planetlərin hərəkətini öyrənərək aşağıdakı qanunları vermişdir:

1. *Bütün planetlər fokuslarından birində Günəş yerləşən ellipslər üzrə hərəkət edirlər.* Şəkildə ixtiyari K planetinin ellips boyunca hərəkəti, S_1 və S_2 ellipsin fokusları, S_1 fokusunda G Günəş, a və b ellipsin yarımoxları, P və A planetin Günəşə ən yaxın (Periheliy) və ən uzaq (Aseliy) nöqtələri, r ilə planetin Günəşdən olan məsafəsi və φ ilə onun polyar bucağı göstərilmişdir.



Mərkəzi Günəşdə yerləşən sistemə nəzərən planerin trayektoriyası

$$r = \frac{P}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \qquad (5.1.1)$$

tənliyi ilə ifadə olunur. Burada

$$P = \frac{L^2}{Gm^2 M} \qquad (5.1.2)$$

– ortbitin *parametri*,

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{m(GmM)^2}} \qquad (5.1.3)$$

isə onun *eksentrisiteti* adlanır.

Şəkildən və trayektoriya tənliyindən görünür ki, planetin Günəşdən minimum ($\varphi = 0$) və maksimum ($\varphi = \pi$) məsafələri

$$r_{\min} = \frac{P}{1+\varepsilon} \text{ və } r_{\max} = \frac{P}{1-\varepsilon}, \qquad (5.1.4)$$

yarımoxlar isə

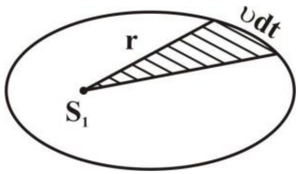
$$a = \frac{GmM}{2|E|} \text{ və } b = \frac{1}{\sqrt{2m|E|}}$$

düsturları ilə hesablanır. Burada m və M – planetin və Günəşin kütləsi, E və L – uyğun olaraq planetin tam enerjisi və impuls momenti, G – isə qravitasiya sabitidir.

2. *Planetin radius-vektoru bərabər zamanlarda eyni sahələr cızır*.

Şəkildə r radius vektorunun dt müddətində cızdığı sahə göstərilmişdir. Bu sahəni təqribi olaraq üçbucaq kimi qəbul etmək olar. Onun hündürlüyü r, oturacağı isə planetin υ sürətilə dt müddətində getdiyi yoldur. Onda üçbucağın sahəsi

$$dS = \frac{1}{2}\upsilon dt \cdot r$$



olar. Bu ifadəni planetin kütləsinə vurub və bölək, $m\upsilon \cdot r$ hasilini impuls momenti L ilə işarə edək. Onda

$$dS = \frac{L}{2m}dt \text{ və ya } \frac{dS}{dt} = \frac{L}{2m} \qquad (5.1.5)$$

alınar. Planetin kütləsi və impuls momenti sabit olduğundan $\frac{dS}{dt}$ də sabit olmalıdır. Beləliklə isbat olunur ki, radius-vektorun bərabər zamanlarda cızdığı sahələr eyni olur.

3. *Planetlərin Günəş ətrafında fırlanma periodlarının kvadratları nisbəti onların böyük yarımoxlarının kubları nisbətinə bərabərdir*.

Planet bir dövr etdikdə onun radius-vektoru tam ellips sahəsi cızır. Elementar sahəni inteqrallayaraq ellipsin sahəsini tapaq

$$S = \int_0^t \frac{L}{2m}dt = \frac{L}{2m}T$$

Bu sahə yarımoxlarla ifadə olunmuş $S = \pi ab$ sahəsinə bərabər olmalıdır, yəni $\frac{L}{2m}T = \pi ab$.

Yarımoxların Keplerin I qanununda verilmiş ifadələrini yerinə yazıb, alınan ifadəni sadələşdirsək

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \qquad (5.1.6)$$

alarıq. Göründüyü kimi sağ tərəf sabit kəmiyyətlərdir, deməli sol tərəf də bütün planetlər üçün sabit olmalıdır.

İlk yaxınlaşmada planetin trayektoriyasını çevrə qəbul etmək olar. Onda ellipsin yarımoxu çevrənin radiusu olacaqdır.Yəni bu halda planet mərkəzində Günəş yerləşən çevrə üzrə hərəkət edəcəkdir. Çevrə üzrə hərəkət edən planet üçün axırıncı düsturu

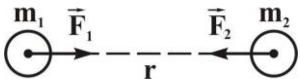
$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}$$

şəklində yazaq və *mr* hasilinə vuraq.

$$m\frac{4\pi^2}{T^2}r = G\frac{mM}{r^2} \qquad (5.1.7)$$

Bu ifadənin sol tərəfi mərkəzəqaçma qüvvəsi, sağ tərəfi isə planetlə Günəş arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvəsi olub *cazibə qüvvəsi* adlanır. Nyuton bu qüvvəni ixtiyari maddi nöqtələrin qarşılıqlı təsiri üçün ümumiləşdirərək ümumdünya cazibə qanununu vermişdir: ***kütlələri m_1 və m_2 olan iki maddi nöqtə onların kütlələri hasili ilə düz, aralarındakı məsafənin kvadratı ilə tərs mütənasib olan qüvvə ilə bir-birini cəzb edirlər.***

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}. \qquad (5.1.8)$$



Cazibə qüvvəsi Nyutonun III qanununu ödəyən qüvvədir.

Kürə formasında olan cisimlər üçün də cazibə qüvvəsini yuxarıdakı düsturla hesablamaq olar. Lakin ixtiyari formalı və ölçülü cisimlər üçün cazibə qüvvəsini hesablamaq üçün həmin cisimləri elementar kütlələrə ayırır, elementar kütlələr üçün cazibə qüvvəsi hesablanır, sonra isə alınan qüvvələr vektorial toplanaraq yekun cazibə qüvvəsi tapılır.

Yerin səthində yerləşmiş m kütləsi cismlə Yer arasındakı cazibə qüvvəsi

$$F_0 = G\frac{mM_y}{R_y^2} \tag{5.1.9}$$

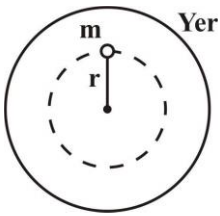
olduğundan Nyutonun II qanununa görə cismin aldığı təcil

$$a = \frac{F}{m} = G\frac{M_y}{R_y^2} = g_0 \tag{5.1.10}$$

olar. Bu sərbəst düşmə təcili və ya yerin qravitasiya sahəsinin intensivliyi adlanır. Bütün cisimlər Yerin səthində eyni təcil alırlar. Cisim Yerin səthindən h hündürlükdə olarsa Yerlə cisim arasındakı məsafə R_y+h olar, cazibə qüvvəsi və sərbəst düşmə təcili aşağıdakı kimi yazılar:

$$F = G\frac{mM}{(R_y+h)^2} = \frac{F_0}{\left(1+\dfrac{h}{R_y}\right)^2}; \quad g = G\frac{M}{(R_y+h)^2} = \frac{g_0}{\left(1+\dfrac{h}{R_y}\right)^2} \text{ .(5.1.11)}$$

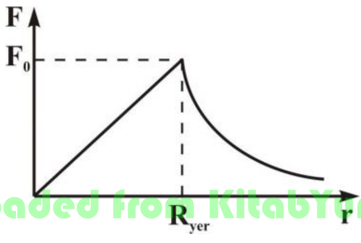
Cismə Yer tərəfindən təsir edən qravitasiya qüvvəsi onun ağırlıq qüvvəsi adlanır və $F=mg$ ilə göstərilir. Yuxarıdakı ifadədən görünür ki, ağırlıq qüvvəsi cismin Yerin mərkəzindən olan məsafəsindən asılıdır. Yerdən uzaqlaşdıqca ağırlıq qüvvəsi azalır.



Tutaq ki, cisim Yerin daxilində onun mərkəzindən r məsafədədir. Bu halda cisimlə Yer arasındakı cazibə qüvvəsi qırıq xəttlə çəkilmiş sfera daxilindəki kütlə ilə onun cazibə qüvvəsinə bərabər olacaqdır.

$$F = G\frac{mM_r}{r^2} = G\frac{m\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho}{r^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho m r \tag{5.1.12}$$

Bu düsturdan görünür ki, Yerin mərkəzindən onun səthinə



yaxınlaşdıqca baxılan cismin ağırlıq qüvvəsi xətti olaraq artır, Yerin səthində ən böyük qiymət alır, Yerin səthindən uzaqlaşdıqca hündürlüyün kvadratı ilə azalır. Deyilənlərə uyğun olaraq ağırlıq qüvvəsinin Yerin mərkəzindən səthinə qədər və səthindən sonsuzluğa qədər dəyişməsi qrafikdə göstərilmişdir. F_0 – ağırlıq qüvvəsinin Yerin səthindəki qiymətidir.

§2. Cazibə sahəsinin enerjisi

Yuxarıda qeyd edildi ik, bir-birindən müəyyən məsafədə yerləşmiş cisimlər qarşılıqlı təsirdə olurlar. Hər bir cisim öz ətrafında sahə yaradır. Bir cismin yaratdığı sahəyə ikinci cismi gətirdikdə ona cazibə qüvvəsi təsir edir. Cazibə qüvvəsi təsir edən sahə cazibə sahəsi adlanır. Bu sahənin təsirilə oraya gətirilmiş cisim təcil alır, onun sürəti və eləcə də kinetik enerjisi deyişir. Deməli kinetik enerjinin dəyişməsi sahənin hesabına olur. Cisim və sahə qapalı sistem olduğundan enerjinin saxlanma qanununa görə cismin kinetik enerjisi dəyişirsə sahənin enerjisi əks istiqamətdə dəyişməlidir. Buradan belə nəticə çıxır ki, sahə potensial enerjiyə malikdir. Bu enerjini hesablayaq.

Tutaq ki, cazibə sahəsi kütləsi M olan cisim tərəfindən yaradılır. Onun sahəsinə kütləsi çox kiçik olan cisim gətirək. Cisimlərin mərkəzləri arasındakı məsafə r olarsa gətirilmiş cismə

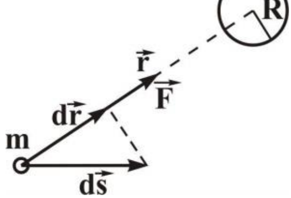
$$F = G\frac{mM}{r^2} \tag{5.2.1}$$

qüvvəsi təsir edəcəkdir. Cisim bu qüvvənin təsirilə $d\vec{s}$ qədər yerini dəyişərsə sahənin gördüyü iş

$$dA=Fds\cos\alpha$$

olar. Şəkildən görünür ki, $ds\cos\alpha = d\Omega$ olduğundan elementar yolda görülən iş

$$dA=Fdr$$



olar. Fərz edək ki, m kütləli cisim sahənin verilmiş nöqtəsinə sonsuzluqdan gətirilmişdir və cismin səthinə düşür. Bu hərəkətdə görülən işi tapmaq üçün axırıncı düsturu sonsuzluqdan M kütləli cismin radiusuna qədər inteqrallamaq lazımdır. Bu əməliyyatı yerinə yetirsək

$$A = \int_{-\infty}^{R} F dr = \int_{-\infty}^{R} G \frac{mM}{r^2} dr = -G \frac{mM}{R} \qquad (5.2.2)$$

alarıq. Bu iş ədədi qiymətcə sahənin potensial enerjisinin dəyişməsinə bərabərdir. Əgər potensial enerjini M cisminin səthində sıfır qiymətinə normalaşdırsaq sahənin potensial enerjisinin

$$E_p = -G \frac{mM}{R} \qquad (5.2.3)$$

olduğunu aralıq. Cazibə sahəsinin enerjisi mənfidir, çünki bu sahədə təsir edən qüvvə cəzb etmə xassəsinə malikdir. İki cismi bir-birindən ayırmaq üçün bu qüvvəyə qarşı müsbət iş görmək lazımdır. Ona görə də cazibə sahəsinin enerjisi həmişə mənfi olur. Cazibə sahəsinə gətirilmiş cisim bu enerjinin hesabına potensial enerjiyə malik olur.

Cisimlər arasında qarşılıqlı təsir olduğu kimi, cismin öz hissəcikləri arasında da qarşılıqlı təsir vardır. Bu qarşılıqlı təsir hesabına cisim potensial enerjiyə malik olur.

Kürə formalı ixtiyari cisim (Yer, Günəş, qalaktika) təqribən belə enerjiyə malikdir (kürə formalı cisimlər üçün potensial enerjinin əmsalı $\frac{3}{5}$-ə bərabərdir). Qəbul etmək olar ki, bu enerji cismin sükunət enerjisidir və $m_0 c^2$-na bərabərdir.

$$G \frac{m_0^2}{r} = m_0 c^2 .$$

Burada m_0 – cismin sükunət kütləsi, c – işığın boşluqdakı sürətidir. Bu şərtdən tapılmış radius *cismin qravitasiya radiusu* adalanır və

$$r_{qr.} = \frac{G m_0}{c^2} \qquad (5.2.4)$$

düsturu ilə hesablanır. Bu düsturdan Yer üçün qravitasiya radiusu 0,4 sm, kainatın radiusu isə 10^{26} m alınır. Hal-hazırda Yerdən ən uzaqda yerləşmiş ulduza qədər məsafə 10^{26} m qəbul edilir. Nəzəriyyə göstərir ki, kütləsi Günəşin kütləsindən iki dəfə böyük olan ulduzlar vaxt keçdikcə sıxılır və radiusunu qravitasiya radiusuna qədər azaltmağa çalışırlar. Radiusu qravitasiya radiusuna bərabər olan cisimlərin cazibə sahəsinin intensivliyi çox böyük olur, özlərindən heç bir zərrəcik, işıq buraxmırlar. Belə cisimlər (ulduzlar) *qara deşiklər* adlanırlar.

§3. Kosmik sürətlər

Ağırlıq qüvvəsi sahəsində hərəkəti araşdırarkən məlum oldu ki, cismin tam enerjisi sıfırdan böyük olduqda o, ağırlıq qüvvəsi sahəsini tərk edir, sonsuzluğa gedir və hərəkət trayektoriyası hiperbola olur. Tam enerji sıfıra bərabər olduqda da cisim sonsuzluğa gedir, lakin bu halda parabola boyunca uzaqlaşır. Hər iki halda cisim qeyri-məhdud fəzada hərəkət edir. Qeyri-məhdud fəzada hərəkət *infinit hərəkət* adlanır. Cismin tam enerjisi mənfi olduqda onun hərəkəti qüvvə mərkəzi ətrafında qapalı orbit boyunca olur, yəni cisim məhdud fəzada hərəkət edir. Məhdud fəzada hərəkət *finit hərəkət* adlanır.

Analitik həndəsədən məlumdur ki, bu fəsilin (5.1.1) düsturu konik kəsiyin tənliyi olub, polyar koordinatlarda ikinci tərtib əyrini ifadə edir; $\varepsilon > 1$ olduqda hiperbola, $\varepsilon = 1$ olduqda parabola, $\varepsilon < 1$ ellips, $\varepsilon = 0$ olduqda isə çevrə alınır. Eksentrisitetin bu qiymətlərini (5.1.3) düsturunda nəzərə aldıqda, doğrudan da hiperbolik hərəkət üçün $E > 0$, parabolik hərəkət üçün E=0, ellips üzrə hərəkət üçün $0 > E > -\dfrac{m(GmM)^2}{2L^2}$ və çevrə boyunca hərəkət üçün

$$E = -\frac{m(GmM)^2}{2L^2} \tag{5.3.1}$$

olur.

Göstərmək olar ki, cazibə sahəsində məhdud fəzada hərəkət edən cismin kinetik enerjisi onun potensial enerjisindən iki dəfə kiçikdir. Tutaq ki, m kütləli cisim cazibə sahəsində qapalı orbit boyunca hərəkət edir. Nyutonun ikinci qanununa görə onun hərəkət tənliyi

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = -G\frac{mM}{r^3}\vec{r} \tag{5.3.2}$$

kimi yazılır. Tənliyin hər tərəfini $\vec{r}$ vektoruna skalyar vuraq

$$m\vec{r}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = -G\frac{mM}{r^3}(\vec{r}\vec{r}) = -G\frac{mM}{r}. \tag{5.3.3}$$

Aşağıdakı eyniliyi yazaq

$$m\frac{d}{dt}(\vec{r}\,\vec{\upsilon}) = m\vec{\upsilon}\frac{d\vec{r}}{dt} + M\vec{r}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = m\vec{\upsilon}\vec{\upsilon} + M\vec{r}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}. \tag{5.3.4}$$

Axırıncı həddin (5.3.3)-ə görə ifadəsini nəzəri alsaq

$$m\frac{d}{dt}(\vec{r}\,\vec{\upsilon}) = 2\frac{m\upsilon^2}{2} - G\frac{mM}{r} \tag{5.3.5}$$

olar. Hərəkət qapalı orbit boyunca olduğundan $\vec{r}$ və $\vec{\upsilon}$ vektorlarını bir-birinə perpedikulyar qəbul etmək olar. Bu halda (5.3.5) düsturunun sol tərəfi sıfır verər və

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{1}{2}G\frac{mM}{r} \tag{5.3.6}$$

alınar. Bu ifadə göstərir ki, cazibə sahəsində finit hərəkət edən cismin kinetik enerjisi onun potensial enerjisinin yarısına bərabər olur.

Axırıncı düsturdan qapalı orbit üzrə hərəkət edən cismin sürəti üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$\upsilon_I = \sqrt{G\frac{M}{r}}. \tag{5.3.7}$$

Bu düsturla ixtiyari səma cisminin qapalı orbit boyunca hərəkət sürətini tapmaq olar. Tapılmış sürət *birinci kosmik sürət* adlanır. Yerin yaxın ətrafında hərəkət edən cismin sürəti üçün (atmosferdə sürtünmə qüvvəsi nəzərə alınmadıqda)

$$\upsilon_{I0} = \sqrt{G\frac{M_y}{R_y}} = \sqrt{g_0 R_y} \cong 8\ \frac{km}{san}.$$

Yerin səthindən *h* hündürlükdə fırlanan cisim üçün

$$\upsilon_{Ih} = \sqrt{G\frac{M_y}{R_y + h}} = \frac{\upsilon_{I0}}{\sqrt{1 + \frac{h}{R_y}}}.$$

Axırıncı düsturun birinci bərabərliyindən Yerin Günəş ətrafında hərəkət sürətini tapmaq olar. Düsturda M_y, R_y əvəzinə M_G, R_G və h-ın yerinə Günəşə qədər məsafəni H yazsaq

$$\upsilon_y = \sqrt{G\frac{M_G}{R_G + H}} \cong 30\ \frac{km}{san}$$

alarıq.

Cazibə sahəsində cismin parabola boyunca hərəkət sürəti E=0 şərtindən, yəni cismin kinetik enerjisinin onun potensial enerjisinə bərabərlik şərtindən tapılır:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = G\frac{mM}{r} \quad \text{və} \quad \upsilon_{II} = \sqrt{2G\frac{M}{r}} = \sqrt{2}\upsilon_I \qquad (5.3.8)$$

Bu sürət *ikinci kosmik sürət* adlanır.

Yer üçün bu sürət 11,2 $\frac{km}{san}$-dir. Bu sürətə malik olan cisim Yerin cazibə sahəsindən çıxır və parabola boyunca sonsuzluğa uzaqlaşır.

Sürət ikinci kosmik sürətdən böyük olduqda cismin trayektoriyası hiperbola olur.

Günəşin cazibə sahəsini tərk etmək üçün Yerin səthində cismə verilən sürət *üçüncü kosmik sürət* adlanır. Bu sürəti tapmaq üçün cismi əvvəlcə Günəş ətrafı orbitə çıxarmaq, sonra isə ona əlavə sürət vermək lazımdır. Yerin səthində cismə $\frac{m\upsilon^2}{2}$ qədər enerji verildikdə o, Günəş ətrafı orbitə çıxır. (5.3.7) və (5.3.8) düsturlarının müqayisəsindən görünür ki, qapalı orbitdə fırlanan cismi parabolik orbitə çıxarmaq üçün ona əlavə $\upsilon_{II} - \upsilon_I = \upsilon_I(\sqrt{2} - 1)$ qədər sürət vermək lazımdır. Yer Günəş ətrafında $\upsilon_y = 30\,\dfrac{km}{san}$ sürətilə fırlanır. Deməli cismə $\upsilon_y(\sqrt{2} - 1)$ qədər əlavə sürət verilməlidir. Bu isə ona əlavə $\dfrac{m[\upsilon_y(\sqrt{2} - 1)]^2}{2}$ enerji verməyə uyğundur. Beləliklə, Yerin səthində olan cismə $\dfrac{m\upsilon_{III}^2}{2} = \dfrac{m\upsilon_{II}^2}{2} + \dfrac{m[\upsilon_y(\sqrt{2} - 1)]^2}{2}$ qədər enerji vermək lazımdır ki, o, Günəşin cazibəsini dəf edə bilsin. Bu şərtdən üçüncü kosmik sürət üçün

$$\upsilon_{III} = \sqrt{\upsilon_{II}^2 + [\upsilon_y(\sqrt{2} - 1]^2} \cong 16{,}7\,\frac{km}{san} \qquad (5.3.9)$$

alınır.

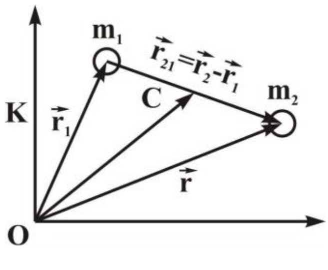
Yuxarıda qeyd edildi ki, cismə I kosmik sürət verildikdə o, Yerin ətrafında dairəvi orbit boyunca fırlanır. Yer bircins kürə formasındadır və onun atmosferi yoxdur. Bu hərəkətdə Kepler qanunları ödənir. Lakin süni peyklərin orbitinin öyrənilməsi göstərdi ki, onların trayektoriyası heç də dairə və ya ellips deyil və fəzada orbit müstəvisi vəziyyətini dəyişir. Ona görə də Yerin süni peykləri üçün Kepler qanunları ödənmir. Kepler qanunlarının ödənməməsi onunla izah olunur ki, Yer bircins kürə formasında deyildir və onun atmosfer qatı vardır. Atmosfer qatının sıxlığı Yerin səthindən uzaqlaşdıqca eksponensial qanunla azalır. Atmosferin aşağı qatlarında fırlanan peykə müqavimət qüvvəsi təsir edir. Potensial enerjinin bir hissəsi müqavimət qüvvəsinə qarşı işə və kinetik enerjinin artmasına sərf olunur, peyk aşağı orbitə keçir. Onun fırlanma periodu azalır. Periodun azalma sürətinə görə atmosferin sıxlığının dəyişməsi hesblanır.

Süni peykin fırlanma müstəvisinin fəzada vəziyyətinin dəyişməsi Yerin qütblərdən basıq olması ilə izah olunur. Bu halda Yerin qravitasiya sahəsi maddi nöqtənin qravitasiya sahəsi kimi sferik simmetriyaya malik olmur, onun intensivliyi sferik səthin nöqtələrində müxtəlif olur və peykin orbit müstəvisini dəyişir. Yerin qravitasiya sahəsinin onun mərkəzindən eyni məsafələrdə yerləşmiş nöqtələrdə müxtəlif olması peykin orbitinin periheliyinin də orbit müstəvisində fırlanmasına səbəb olur. Peykin orbit müstəvisinin və bu müstəvidə periheliyin fırlanması Yerin formasını, onun sıxlığının paylanmasını, qütblərdən basıqlığını dəqiq təyin etməyə imkan vermişdir.

§4. İki cisim məsələsi. Gətirilmiş kütlə

Cazibə sahəsində cismin hərəkətini öyrənərkən həmin sahəni yaradan kütləni sükunətdə qəbul etmişdik, yəni qəbul etmişdik ki, sahəni yaradan kütlə orada hərəkət edən cismin kütləsindən çox-çox böyükdür. Ona görə də sahəni yaradan kütlənin təcilini nəzərə almırdıq. Ancaq elə ola bilər ki, cahəni yaradan kütlə oraya gətirilmiş cismin kütləsi ilə eyni tərtibdə olsun. Bu halda hər iki kütlənin hərəkətini nəzərə almaq lazımdır.

Bir-birilə qarşılıqlı təsirdə olan iki cismin hərəkəti *iki cisim məsələsi* adlanır. Qoşa ulduzların, Yer-Ay, elektron-pozitron və s. sistemlərin hərəkətinin öyrənilməsi iki cisim məsələsidir.



Tutaq ki, kütlələri bir-birinə yaxın olan iki cisim vardır. Seçilmiş *K* inersial sisteminə nəzərən onların fəzada vəziyyətini, $\vec{r}_1$ və $\vec{r}_2$ radius vektorları ilə göstərək. Şəkildən görünür ki, cisimlər arasındakı məsafə $\vec{r}_{21}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$ vektoru ilə təyin olunur. Onda birinci cismə ikinci cisim tərəfindən $G\dfrac{m_1m_2}{r_{21}^3}\vec{r}_{21}$, ikinci cismə birinci cisim tərəfindən $-G\dfrac{m_1m_2}{r_{21}^3}\vec{r}_{21}$ cazibə qüvvəsi təsir edəcəkdir. Nyutonun ikinci qanununa görə onların hərəkət tənliklərini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$m_1\frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2}=G\frac{m_1m_2}{r_{21}^3}\vec{r}_{21}, \tag{5.4.1}$$

$$m_2\frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2}=-G\frac{m_1m_2}{r_{21}^3}\vec{r}_{21}. \tag{5.4.2}$$

Bu tənliklərə üç məchul daxildir. Ona görə də daha bir tənlik yazmaq lazımdır. Bu cisimlərdən ibarət sistemi qapalı qəbul etməklə üçüncü tənlik olaraq impulsun saxlanma qanununu yazmaq olar:

$$\vec{P}=\vec{P}_1+\vec{P}_2=m_1\frac{d\vec{r}_1}{dt}+m_1\frac{d\vec{r}_2}{dt}=const. \tag{5.4.3}$$

K inersial sistemini elə seçmək olar ki, sistemin impulsu sıfıra bərabər olsun. Onda yuxarıdakı tənlikdən

$$m_1d\vec{r}_1+m_2d\vec{r}_2=0 \quad d(m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2)=0 \quad m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2=0$$

alınar. Eyniliyin hər tərəfini kütlələrin cəminə bölsək

$$\frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}=0 \tag{5.4.4}$$

alınar. Bu ifadə cisimlərin kütlə mərkəzinin seçilmiş inersial sistemə nəzərən sükunətdə olduğunu göstərir. Şəkildə kütlə mərkəzi C nöqtəsi ilə göstərilmişdir. Beləliklə, baxılan məsələni sükunətdə olan kütlə mərkəzinə görə həll etmək olar. Lakin bu halda da $\vec{r}_1$ və $\vec{r}_2$ vektorlarının zamandan asılılığını tapmaq lazım gəlir.

Məsələni daha asan yolla həll etmək olar. Bunun üçün yuxarıda yazılmış hərəkət tənliklərindən birincini m_1-ə, ikincini m_2-yə bölüb, ikincidən birincini çıxaq. Onda alarıq

$$\frac{d^2(\vec{r}_2-\vec{r}_1)}{dt^2}=-\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)G\frac{m_1m_2}{r^3}\vec{r}_{21}.$$

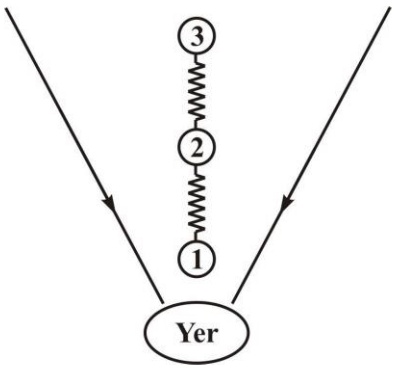
Burada $\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_{21}$ olduğunu nəzərə alaq, $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$ əvəzləməsini edək və tənliyi aşağıdakı şəkildə yazaq:

$$\mu \frac{d^2\vec{r}_{21}}{dt^2} = -G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}_{21}. \tag{5.4.5}$$

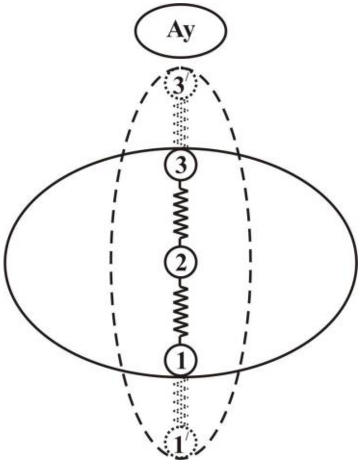
Alınan tənliyə yalnız bir məchul daxildir, yəni axırıncı ifadə bir cismin hərəkət tənliyidir. Beləliklə iki cisim məsələsi bir cisim məsələsinə gətirilmiş olur. Burada μ kəmiyyəti *gətirilmiş kütlə* adlanır. Onun ədədi qiyməti qarşılıqlı təsirdə olan cisimlərin ən kiçiyinin kütləsindən kiçik olur. Bu isə o deməkdir ki, iki cisim məsələsində sistemin ətalətliliyi ayrı-ayrı cisimlərə nisbətən daha az olur. Tutaq ki, doğurdan da $m_1 = m, m_2 = 2m$ olarsa, onda $\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ ifadəsindən $\mu = \frac{2}{3}m$ alınır.

§5. Qravitasiya sahəsinin qeyri-bircinsliliyi

Səma cisimləri birinci yaxınlaşmada kürə formasında qəbul olunur. Ona görə də onların sahəsi qeyri-bircins olur, sahənin intensivliyi (sərbəst düşmə təcili) cismin mərkəzindən uzaqlaşdıqca kvadratik qanunla azalır. Qeyri-bircinslilik ölçüsü olaraq intensivlik qradiyenti $\left(\frac{dg}{dr}\right) = 2G\frac{M}{r^3}$ anlayışından istifadə etmək olar.



Cismə yaxın məsafələrdə qeyri-bircinslilik qradiyenti daha böyük olur. Buradan belə çıxır ki, Yerin səthindən müəyyən hündürlükdə eyni yaylara ardıcıl bağlanmış eyni kürələrə təsir edən qüvvələr müxtəlif olduğundan yayların uzanması müxtəlif olacaqdır. Şəkildə 2-ci kürəciyə təsir edən qüvvə F olarsa, birinciyə $F_1 = F + \Delta F$, üçüncüyə isə $F_3=F-\Delta F$ olar. Onda belə çıxır ki, 2-ci kürənin yerində qaldığını qəbul etsək, 1-ci kürə şaquli aşağıya, 3-cü kürə isə şaquli yuxarıya yerini dəyişir. İndi təsəvvür edək ki, Yer eyni yaylara ardıcıl bağlanmış üç kürə sistemidir. Bu sistem Günəşin və Ayın cazibə sahəsindədir. Günəşə qədər məsafə çox böyük olduğundan onun sahəsinin Yer ətrafında qeyri-bircinsliliyi Ayınkından təqribən 2,25 dəfə kiçikdir. Onu nəzərə almayaq. Onda Yerə təkcə Ayın təsiri qalacaqdır. Ayın cazibə sahəsinin Yer ətrafında qeyri-bircinsliliyi nəticəsində 3 kürəsi (Yerin Aya tərəf olan səthi) ikinci şəkildə göstərildiyi kimi Aya doğru, 1-ci kürə (Yerin Aydan əks tərəfdə olan səthi) əks tərəfə qabaracaq, perpendikulyar istiqamətdə isə yığılacaqdır. Bu hadisə *qabarma* və *çəkilmə* adlanır. Yerin hər bir nöqtəsi sutka ərzində 2 dəfə qabarmaya və çəkilməyə uğrayır. Əlbəttə qurunun qabarma və çəkilməsi kiçik olur, su səthində isə 0,5 m-dən 20 m-ə qədər ola bilir.



Qabarma və çəkilmə zamanı su kütləsinin sürtünmə qüvvəsinə qarşı iş gördüyündən Yerin kinetik enerjisi və ona uyğun fırlanma sürəti azalır, periodu artır, sutka uzanır. Yerin impuls momenti azalır. Yer və Ay sistemini qapalı sistem qəbul etsək, impuls momentinin ($L = \mu \upsilon r$) saxlanma qanununa görə υ azaldığından r artmalıdır. Astronomik müşahidələr göstərir ki, doğurdan da Yerlə Ay arasındakı məsafə sutkada 0,4 mm artır.

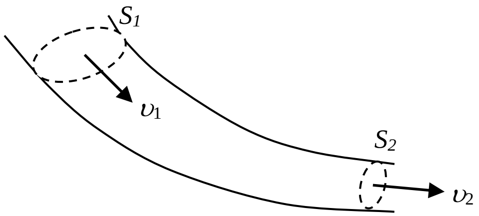
Qabarma və çəkilmələr nəticəsində səma cisimlərinin fırlanma periodunun artmasına ən parlaq misal Ayın öz oxu ətrafında hərəkətinin dayanmasıdır.

Fəsil 6. MAYE VƏ QAZLARIN HƏRƏKƏTI

§1. Ideal mayenin hərəkəti. Axının kəsilməzliyi

Bu fəsildə maye və qazların hərəkətini yalnız maye misalında öyrənəcəyik, çünki öyrənəcəyimiz пroseslərdə maye və qazı bir-birindən fərqləndirən xüsusiyyətlər nəzərə alınmır. Ümumi cəhət olaraq hərəkət zamanı onların sıxılmadığını qəbul edəcək, onları təşkil edən hissələrin müxtəlif sürətlərə malik olduqlarını nəzərə almayacaq, yalnız həcmin verilmiş nöqtədəki sürətləri ilə maraqlanacağıq. ***Əgər axının verilmiş nöqtədəki sürəti zaman keçdikcə dəyişməzsə belə axın stasionar axın adlanır.***

Təbəqələri arasında sürtünmə qüvvəsi olmayan və mütləq sıxılmayan maye ideal maye adlanır. Mayenin hərəkəti *cərəyan xətləri* və *cərəyan borusu* anlayışları ilə xarakterizə olunur. ***Hər bir nöqtəsində sürət vektoru toxunan istiqamətdə yönələn xətt cərəyan xətti, cərəyan xətləri çoxluğundan ibarət və onlarla hüdudlanmış boru cərəyan borusu adlanır.*** Maye axan borunun daxili divarı cərəyan borusunu məhdudlaşdırır. Cərəyan borusunda axın sürətinin böyük olan yerində cərəyan xətləri sıx, sürət kiçik olan yerdə – seyrək olur.



Шякил 20

Tutaq ki, en kəsiyi dəyişən sonsuz uzun boruda ideal mayı axır. Bu boruda bir-birindən müəyyən məsafədə yerləşən iki S_1 və S_2 en kəsiklərindən Δt müddətində keçən maye həcmini hesablayaq. S_1 en kəsiyindən mayenin keçmə sürətini υ_1, S_2 en kəsiyindən keçmə sürətini isə υ_2 ilə işarə edək. Birinci en kəsikdən Δt müddətində keçən mayenin həcmi

$$\Delta V_1 = S_1 \upsilon_1 \Delta t,$$

ikinci en kəsikdən həmin müddətdə keçən mayenin həcmi isə

$$\Delta V_2 = S_2 \upsilon_2 \Delta t$$

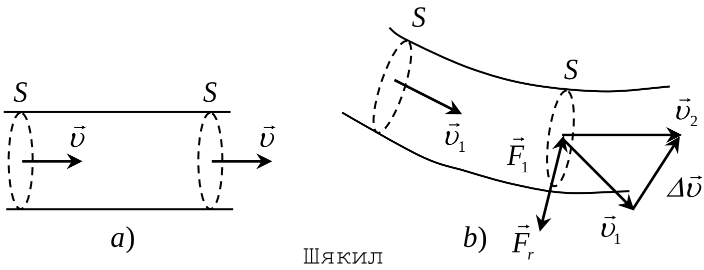
olacaqdır. Maye mütləq sıxılmayan olduğundan hərəkət zamanı axında onun həcmi dəyişməməlidir, yəni borunun ixtiyari kəsiyindən eyni zamanda keçən mayenin həcmləri bir-birinə bərabər olmalıdır. Bu səbəbdən $\Delta V_1 = \Delta V_2$ yazıb Δt-ləri ixtisar etsək, alarıq

$$S_1 \upsilon_1 = S_2 \upsilon_2 \qquad (6.1.1)$$

Bu, axının kəsilməzliyini ifadə edən bərabərlikdir. (6.1.1)-dən belə nəticə çıxır ki, borunun en kəsiyi böyük olan yerdə axının sürəti kiçik, en kəsiyi kiçik olan yerdə isə axının sürəti böyük olur.

§2. Ideal maye axınına imпulsun saxlanma qanununun tətbiqi

Tutaq ki, üfüqi yerləşmiş və bütün nöqtələrində en kəsiyi eyni olan cərəyan borusunda ideal maye axır. Axın stasionardır. Onda axının kəsilməzliyinə görə boru boyunca sürət bütün nöqtələrdə eyni olacaqdır (şəkil 21, *a*). Ideal maye mütləq sıxılmayan olduğu üçün bütün en kəsiklərdən eyni zaman fasiləsində keçən mayenin həcmi də bərabər olur.



(6.1.1) ifadəsinin hər tərəfini mayenin (maye bircinsdir) sıxlığına və müəyyən zaman fasiləsinə vursaq

$$S_1 \upsilon_1 \rho \Delta t = S_2 \upsilon_2 \rho \Delta t$$

alınar.

Aydındır ki, bərabərliyin sol və sağ tərəflərində duran hasillər, uyğun olaraq S_1 və S_2 en kəsiklərindən Δt müddətində keçən mayenin kütləsini verəcəkdir:

$$m_1 = m_2; \quad m_1 = \rho S_1 \upsilon_1 \Delta t; \quad m_2 = \rho S_2 \upsilon_2 \Delta t \qquad (6.2.1)$$

Bu bərabərliyin hər tərəfini uyğun olaraq öz sürətlərinə vektorial vuraq. Onda $m_1\vec{\upsilon}_1 = m_2\vec{\upsilon}_2$ olar. Bu ifadə o vaxt doğrudur ki, $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_2$ olsun. Bu şərt daxilində

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2 = const \qquad (6.2.2)$$

alınır, yəni bütün nöqtələrində en kəsiyi eyni olan düz boru boyunca stasionar maye axınının imпulsu dəyişməz qalır.

Bütün nöqtələrində en kəsiyi eyni olan cərəyan borusu əyri olduqda (şəkil 21, *b*) axın sürətinin ədədi qiyməti sabit qalsa da onun istiqaməti nöqtədən nöqtəyə dəyişir. Şəkildə ikinci en kəsikdə sürətin dəyişməsi $\Delta\vec{\upsilon}$ ilə göstərilmişdir.

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$$

Bu ifadənin hər tərəfini Δt müddətində keçən maye kütləsinə vuraq. Onda alarıq

$$\Delta(m\vec{\upsilon}) = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1 \quad \text{və ya} \quad \Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \upsilon\vec{P}_1 \qquad (6.2.3)$$

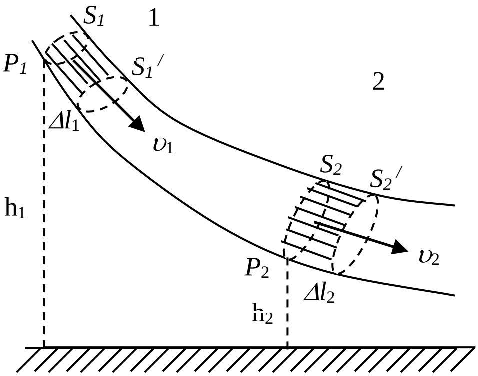
Alınan (6.2.2) ifadəsi göstərir ki, cərəyan borusu əyri olduqda maye axınının imпulsu dəyişir. Imпulsun dəyişməsinə səbəb cərəyan borusunun maye kütləsinə göstərdiyi qüvvədir

$$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{\upsilon} = \vec{F}\Delta t \ . \qquad (6.2.3')$$

Bu qüvvə $\vec{F}$ borusunun səthinə пerпendikulyar olub sürətin dəyişmə vektoru istiqamətində mayenin daxilinə doğru yönəlir. Nyutonun III qanununa görə ədədi qiymətcə bu qüvvəyə bərabər və istiqamətcə onun əksinə yönəlmiş qüvvə yaranır. Bu qüvvə $\vec{F}_r$ maye axınının yaratdığı *reaktiv qüvvə* adlanır. Reaktiv qüvvə cərəyan borusunu düzləndirməyə çalışır. Rezin borulardan su axarkən reaktiv qüvvənin təsiri aydın görünür.

§3. Ideal maye axınına enerжinin saxlanma qanununun tədbiqi. Bernulli düsturu

Tutaq ki, şəkil 22-də göstərildiyi kimi yerləşmiş cərəyan borusunda ideal maye stasionar axır. Onun bir-birindən müəyyən məsafədə yerləşmiş S_1 və S_2 kəsiklərində axının sürəti υ_1 və υ_2-dir. S_1 və S_2 kəsikləri arasında olan maye kütləsi Δt müddətində yerini dəyişərək S_1' və S_2' vəziyyətini alır. Mayenin bu yerdəyişməsini S_1S_1' aralığında olan Δm maye kütləsinin S_2S_2' aralığına yerini dəyişməsi ilə əvəz etmək olar, çünki maye kəsilməzdir və $S_1\,S_2$ aralığı elə bil ki, yerində qalır. Elementar Δt müddətini elə seçək ki, S_1' en kəsiyi S_1-dən, S_2' en kəsiyi S_2-dən fərqlənməsinlər. Bu şərt daxilində υ_1 və υ_2 sürətlərini də dəyişməz qəbul etmək olar. Onda S_1 və S_1' oturacaqlara malik silindrik maye sütununun uzunluğu (mayenin Δt müddətində getdiyi yolu) $\Delta l_1=\upsilon_1\Delta t$ və uyğun olaraq $\Delta l_2=\upsilon_2\Delta t$ yazmaq olar. Bu maye sütunlarının seçilmiş səviyyədən olan hündürlüklərini h_1 və h_2 ilə göstərək. $S_1S'_1$ aralığında olan Δm maye kütləsinin enerжisini isə E_1 ilə işarə edək. Bu kütlə 1 vəziyyətindən 2 vəziyyətinə yerini dəyişərkən onun enerжisinin dəyişməsi Π_1 və Π_2 təzyiqlərinə (təzyiq vahid səthə düşən qüvvə olub $P=\dfrac{F}{S}$ -ə bərabərdir) uyğun qüvvələrin gördüyü işlərin fərqinə bərabər olacaqdır:



Шякил 22

$$E_2-E_1=A_1-A_2 \qquad (6.3.1)$$

Hərəkət edən maye Yerlə qarşılıqlı təsirdə olduğundan onun tam enerжisi kinetik və пotensial enerжilərin cəmindən ibarət olacaqdır. Onların ifadələrini (6.3.1) düsturunda nəzərə alsaq

$$\frac{\rho S_2\upsilon_2\Delta t\upsilon_2^2}{2}+\rho S_2\upsilon_2\Delta th_2-\frac{\rho S_1\upsilon_1\Delta t\upsilon_1^2}{2}-\rho S_1\upsilon_1\Delta th_1=$$
$$=P_1S_1\upsilon_1\Delta t-P_2S_2\upsilon_2\Delta t$$

olar. Bu ifadənin bütün hədlərini (6.1.1) düsturunda nəzərə alaraq $\Delta V=S\upsilon\Delta t$ həcminə bölək və eyni indeksli hədləri bərabərliyin bir tərəfində yazaq

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2}+\rho gh_1+P_1=\frac{\rho\upsilon_2^2}{2}+\rho gh_2+P_2\,. \qquad (6.3.2)$$

Bu bərabərlik göstərir ki, ***stasionar ideal maye axınının enerжi sıxlığı borunun bütün en kəsiklərində eyni olub dəyişməz qalır.*** Bu üç həddin cəmi bütün en kəsikləri üçün sabit olduğundan ümumi halda onu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2}+\rho gh+P=const\,. \qquad (6.3.3)$$

Bu ifadə ***Bernulli düsturu*** adlanır və stasionar ideal maye axınında enerжi sıxlığının saxlanma qanununu ifadə edir. Həyatda bu düstur geniş tətbiq olunur və пraktikada mayenin təzyiqini ölçmək üçün istifadə edilir. Bu düstura daxil olan $\frac{\rho\upsilon^2}{2}$-*dinamik*, ρgh-*hidrostatik*, P isə *statik* təzyiq adlanır.

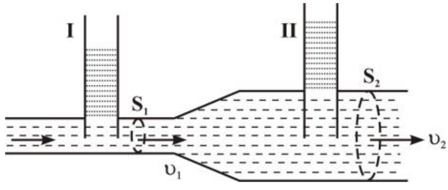
§4. Bernulli düsturundan çıxan nəticələr

Bernulli düsturunun borunun iki en kəsiyi üçün yazılmış (6.3.2) düsturundan istifadə edərək ondan çıxan bəzi nəticələri araşdıraq.

1) Tutaq ki, cərəyan borusu üfüqi yerləşmişdir (şəkil 23), yəni $h_1=h_2$-dir. Onda (6.3.2) düsturunu aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2} - \frac{\rho\upsilon_2^2}{2} = P_2 - P_1 \qquad (6.4.1)$$

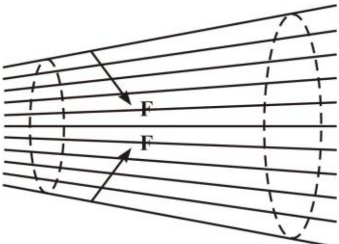
Buradan görünür ki, axının sürəti böyük olan yerdə (sol tərəf müsbətdir) statik təzyiq kiçik olur, yəni sağ tərəfin də müsbət olması üçün $П_2 > П_1$ olmalıdır. Bu nəticəni təcrübədə yoxlamaq üçün cərəyan borusunun en kəsiyinin müxtəlif olan yerlərinə şaquli borular salırlar (bu borular ***Пito boruları*** adlanır).



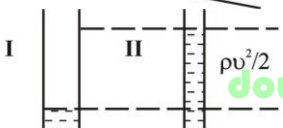
Шякил 23

Təcrübə göstərir ki, cərəyan borusunun en kəsiyi böyük olan yerə salınmış Пito borusunda mayenin səviyyəsi yuxarı olur. Пito borusunda qalxan maye sütunu cərəyan borusunun daxilindəki statik təzyiqi göstərir. Deməli, cərəyan borusunun en kəsiyi böyük olan yerdə statik təzyiq böyük olur. Borunun genişlənən yerində statik təzyiqin artmasını imпulsun dəyişməsi ilə izah etmək olar. Borunun en kəsiyi dəyişdikdə axının sürəti və imпulsu dəyişir. Imпulsu dəyişdirən qüvvə §2-də göstərildiyi kimi səthə пerпendikulyar olub mayenin daxilinə yönəlir. Bu qüvvələrin istiqaməti şəkil 24-də göstərilmişdir. Göründüyü kimi, bu qüvvələr cərəyan borusunun genişlənən istiqamətində yönəlirlər və ona görə də en kəsiyi böyük olan yerdə statik təzyiqi artırırlar.

2) Cərəyan borusu üfüqi yerləşmişdir və onun bütün nöqtələrində en kəsiyi eynidir (şəkil 25). Cərəyan borusuna şəkildə göstərildiyi kimi iki Пito borusu salaq. Ikinci boruda mayenin səviyyəsi birinci



3



borudakı mayenin səviyyəsindən yuxarıda olur. Birinci borunun axın daxilində olan ucunda mayenin sürəti axının sürətinə bərabərdir ($\upsilon_1=\upsilon$) və ona görə də həmin Пito borusunda maye sütununun hündürlüyü statik təzyiqə bərabər olacaqdır. Ikinci Пito borusunun axında olan ucunda mayenin sürəti sıfra bərabərdir ($\upsilon_2=0$). Deyilənləri (6.4.1) düstüründa nəzərə alsaq

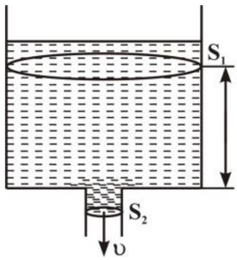
$$P_2 - P_1 = \frac{\rho\upsilon^2}{2} \text{ və ya } P_2 = P_1 + \frac{\rho\upsilon^2}{2}$$

olar. Buradan görünür ki, ikinci boruda maye sütununun hündürlüyü statik və dinamik təzyiqlərin cəmini göstərir. Borulardakı maye sütunlarının fərqini təcrübədən təyin edərək onların fərqi ilə ifadə olunan dinamik təzyiq hesablanır. Dinamik təzyiqi və mayenin sıxlığını bilərək cərəyan borusunda mayenin axma sürətini tanırlar. Borudan axan mayenin miqdarını ölçən maye sayğacının iş пrinsiпi yuxarıda deyilənlərə – dinamik təzyiqin ölçülməsinə əsaslanmışdır.

3) Tutaq ki, cərəyan borusu en kəsikləri bir-birindən kəskin fərqlənən, ardıcıl birləşdirilmiş iki borudan ibarət olub, şaquli yerləşdirilmişdir. Borunun üst və alt hissələrinə eyni atmosfer təzyiqi təsir göstərir və ona görə də $\Pi_1=\Pi_2$ yazmaq olar. Bu şərti (6.3.2) düsturunda nəzərə alsaq

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2} + \rho g(h_1 - h_2) = \frac{\rho\upsilon_2^2}{2}$$

olar. S_1 kəsiyi S_2-dən çox-çox böyük olduğundan (6.1.1) düsturuna görə $\upsilon_1 << \upsilon_2$ olur. Bu halda $\upsilon_1=0$ və $h_1-h_2=h$ yazmaq olar. Burada h geniş borudakı mayenin hündürlüyüdür. Bu şərtləri nəzərə alsaq, axırıncı düsturdan mayenin ikinci borudan axma sürəti üçün aşağıdakı düstur alınar:



Шякил 26

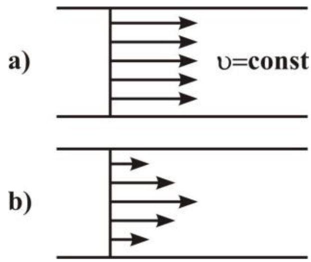
$$\upsilon = \sqrt{2gh}$$

Bu h hündürlükdən sərbəst düşən cismin aldığı sürətdir.

Bu nəticələrdən borularda qaz və mayelərin, damarlarda qanın hərəkət dinamikasını öyrənmək üçün istifadə edilir.

§5. Real (özlü) mayenin hərəkəti

Təbəqələri arasında sürtünmə qüvvəsi olan maye real, və ya özlü maye adlanır. Ideal cərəyan borusunda verilmiş en kəsiyin bütün nöqtələrində axın sürəti eyni olur (şəkil 27, *a*). Real mayedə isə axının sürəti borunun radiusu boyunca olan məsafədən asılıdır: maye özlü olduğu üçün borunun divarına yaxın təbəqə divara yapışır, onun sürəti sıfır olur, borunun simmetriya oxuna yaxınlaşdıqca sürəti artır, simmetriya oxunda axın sürəti ən böyük olur. Borunun simmetriya oxundan uzqlaşdıqca sürətin azalması təbəqələr arasında sürtünmə qüvvəsinin olması ilə izah olunur. Bu sürtünmə qüvvəsi aşağıdakı düsturla hesablanır:



Шякил 27

$$F = \xi \frac{\Delta \upsilon}{\Delta r} S \, . \qquad (6.5.1)$$

Burada Δr – borunun mərkəzindən hesablanaraq radiusun dəyişməsi, $\Delta \upsilon$ – bu məsafədə sürətin dəyişməsi, onların nisbəti olan $\Delta \upsilon / \Delta r$ – *sürət qradiyenti*, S – sürtünən təbəqələrin sahəsi, ξ – isə *özlülük əmsalı*, və ya *daxili sürtünmə əmsalı* adlanır. Mayenin temperaturu artdıqca özlülük azalır, qazlarda isə artır. Mayenin temperaturunu azaltmaqla elə hal əldə etmək olar ki, maye təbəqələri arasında sürtünmə olmasın. Bu hal *ifrat axıcılıq* adlanır.

Real mayenin xüsusiyyətindən və sürətindən asılı olaraq axın *laminar* və *turbulent* ola bilər. Təbəqəli axın laminar axındır. Belə axında maye hissəcikləri bir təbəqədən digərinə keçmirlər, sürətin cərəyan borusunun oxuna perpendikulyar proyeksiyası sıfır olur. Axın elə ola bilər ki, sürətin göstərilən proyeksiyası sıfırdan fərqli olsun. Onda mayenin hissəcikləri bir təbəqədən digərinə keçərək qarışacaq, təbəqəli hərəkət пozulacaqdır. Belə **hərəkət *turbulent hərəkət*** adlanır. Laminar hərəkətdən turbulent hərəkətə keçid ***Reynolds ədədinin*** böhran qiyməti ilə xarakterizə olunur. ***Reynolds ədədi axında götürülmüş müəyyən kütlənin kinetik enerжisinin onun özü boyda yerini dəyişməsi zamanı sürtünmə qüvvəsinə qarşı görülən işə nisbətinə bərabərdir***, Re ilə işarə olunur və kubik həcm üçün aşağıdakı düsturla hesablanır:

Re=kinetik enerжi/sür. qüvvə. işi=

$$E_k/A_{sür.or}=m\upsilon^2/2F_{sür.or}\cdot l=\frac{\rho l^3\upsilon^2 2}{2\xi\frac{\upsilon}{l}l^2 l}=\frac{\rho\upsilon l}{\xi} \qquad (6.5.2)$$

Məsələn, Reynolds ədədinin böhran qiyməti 1200 olduqda su laminar axından turbulent axına keçir.

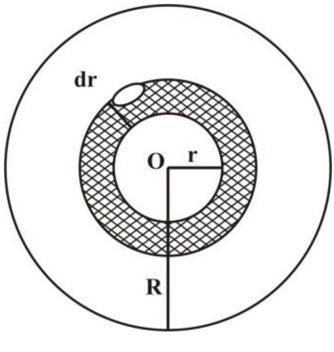
§6. Real mayenin axma sürəti. Пuazeyl düsturu

Tutaq ki, real maye en kəsiyi sabit olan üfüqi boruda axır. Borunun uclarında təzyiqi $П_1$ və $П_2$ qəbul edək. Boru daxilində r məsafədə yerləşən və qalınlığı dr olan silindrik təbəqə ayıraq (şəkil 28). Bu təbəqənin səthinin sahəsi $2\pi rl$ olsun. Ona içəri və çöl üzdən toxunan istiqamətdə bir-birinin əksinə yönələn sürtünmə qüvvələri təsir edir. Bu qüvvələrin fərqi (6.5.1) düsturuna əsasən

$$dF=d\left[\xi\frac{d\upsilon}{dr}2\pi rl\right] \qquad (6.6.1)$$

olar. Bu qüvvə borunun uclarındakı təzyiqlər fərqi hesabına yaranan

$$dF=(P_1-P_2)2\pi rdr \qquad (6.6.2)$$



Шякил 28

qüvvəsinə bərabər olduqda mayenin hərəkəti qərarlaşmış olur. Bu şərtdən

$$d\left[\xi \frac{d\upsilon}{dr} 2\pi r l\right] = (P_1 - P_2) 2\pi r dr \, .$$

alınır. Bu ifadəni iki dəfə inteqrallayıb, *r=0* şərtində *dυ/dr=0* və *r=R* şərtində *υ=0* olduğunu nəzərə alsaq axın sürətinin borunun mərkəzindən olan məsafədən asılılığı üçün aşağıdakı düsturu alarıq:

$$\upsilon = \frac{P_2 - P_1}{4\xi l}(R^2 - r^2) \qquad (6.6.3)$$

Vahid zamanda borudan axan mayenin həcmi

$$dV = 2\pi r \upsilon d\upsilon$$

düsturunda (6.6.3)-ni nəzərə alıb inteqrallamaqla tapırıq:

$$V = \frac{\pi(P_1 - P_2)}{8\xi l} R^4 \qquad (6.6.4)$$

Bu ***Пuazeyl düsturu*** adlanır. Пuazeyl düsturundan istifadə edərək təcrübədən mayenin özlülük əmsalını tanmaq olar. Özlülüyü ölçmək üçün istifadə olunan cihaz ***viskozimetr*** adlanır.

Müxtəlif mayelərin özlülüyü müxtəlif olur. Məsələn, 20^0C temпeraturda qliserinin özlülüyü suyun həmin temпeraturdakı özlülüyündən təqribən 800 dəfə çoxdur.

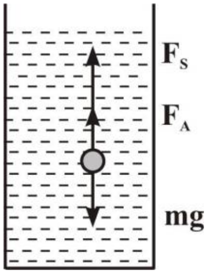
§7. Stoks qüvvəsi. Stoks üsulu. Sentrifuqa

Real mayedə yalnız irəliləmə hərəkəti edən *r* radiuslu kürəciyə təsir edən sürtünmə qüvvəsi *Stoks qüvvəsi* adlanır. Stoks müəyyən etmişdir ki, kürəciyə təsir edən sürtünmə qüvvəsi kürəciyin radiusu və onun sürəti hasili ilə düz mütənasibdir:

$$F = 6\pi\xi r\upsilon \qquad (6.7.1)$$

Bu düstur Stoks qanununu ifadə edir. Burada ξ – mayenin dinamik özlülük əmsalıdır. Stoks qüvvəsi sürtünmə qüvvəsi olduğu üçün hərəkətin əksinə yönəlir. Bu qanun kürəciyin kiçik sürətlərində və uyğun olaraq, Reynolds ədədinin vahiddən çox-çox kiçik qiymətlərində doğrudur. Ona görə də bu qanun özlülüyü çox böyük olan mayelərdə daxili sürtünməni öyrənmək üçün istifadə edilir.

Mayenin özlülüyünü təyin edən üsullardan biri Stoks üsuludur. Tutaq ki, şaquli qoyulmuş və hündür, geniş silindrik qabda özlülüyünü ölçmək istədiyimiz maye vardır. Radiusu qabın radiusundan çox-çox kiçik olan kürəciyi mayeyə saldıqda o, mayedə düşəcəkdir. Mayedə hərəkət edən kürəciyə şəkil 29-da göstərildiyi kimi üç qüvvə təsir edir. Kürəciyə təsir edən ağırlıq qüvvəsi şaquli olaraq aşağıya, F_A – Arximed və F_S – Stoks qüvvələri isə yuxarıya yönəlmişdir.



Шякил 29

Stoks qüvvəsi kürəcik özlü mayedə hərəkət edən zaman meydana çıxır. Bu qüvvə kürəciyin sürəti ilə mütənasibdir. Mayeyə salınmış kürə əvvəlcə bərabər artan hərəkət edir. Sürətin müəyyən qiymətində göstərilən üç qüvvənin əvəzləyicisi sıfra bərabər olur və kürəcik bərabər sürətlə düşür. Bu şərt aşağıdakı kimi yazılır:

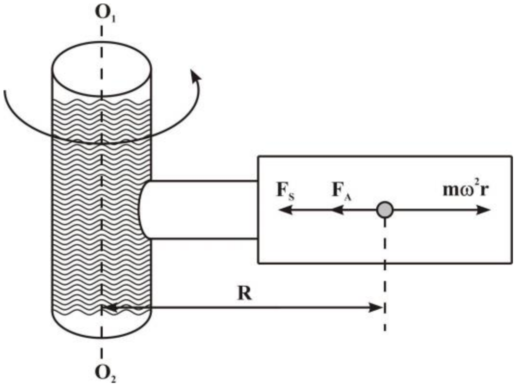
$$F_S+F_A=mg \qquad (6.7.2)$$

Özlü mayedə υ sürəti ilə hərəkət edən kürəciyə təsir edən Stoks qüvvəsinin $F_S=6\pi\xi r\upsilon$, Arximed qüvvəsinin $F_A=\rho_m V_k g$, ağırlıq qüvvəsinin $mg=\rho V_k$ və kürəciyin həcminin $V_k=4\pi r^3/3$ olduğunu nəzərə alıb onları (6.7.2) düsturunda yerinə yazaraq sadələşdirsək, mayenin özlülüyünün hesablanması üçün aşağıdakı düsturu alarıq:

$$\xi=\frac{2}{9}\frac{(\rho-\rho_m)gr^2}{\upsilon} \qquad (6.7.3)$$

Burada ρ – kürəciyin, ρ_m – mayenin sıxlığı, r – kürəciyin radiusu, g – sərbəstdüşmə təsili, υ isə kürəciyin mayedə bərabərsürətli hərəkətinin sürətidir.

Tutaq ki, maye daxilində başqa qarışıq vardır. Bu qarışığı mayedən ayırmaq lazımdır. Qarışığın hissəciklərini kürə kimi qəbul etsək onlara da şəkil 29-da göstərilən qüvvələr təsir edəcəkdir və tədricən qarışıq adlandırdığımız maddə mayedən ayrılacaqdır (çöküntü verəcək, və ya mayenin səthinə çıxacaqdır). Ancaq bu пroses əksər hallarda uzun müddət tələb edir. Bu пrosesi – qarışığın bir-



Шякил 30

birindən ayrılma пrosesini sürətləndirmək üçün mərkəzəqaçma maşınından – *sentrifuqadan* istifadə edilir (şəkil 30). Sentrifuqanın rotoru və ona bağlı, üfüqi vəziyyətdə içərisində maye qarışığı olan qab şaquli O_1O_2 oxu ətrafında böyük sürətlə fırladılır. Bu zaman sentrifuqanın fırlanma oxundan R məsafədə yerləşmiş r radiuslu A zərrəciyinə (kürəciyə) şəkil 30-da göstərilmiş $m\omega^2R$ mərkəzdənqaçma qüvəsi, $F_A = \rho_m \dfrac{m}{\rho}\omega^2 R$ Arxımed qüvvəsi və $F_S = 6\pi\xi r\upsilon$ Stoks qüvvəsi təsir edir. (Ağırlıq qüvvəsi mərkəzdənqaçma qüvvəsinə nəzərən çox-çox kiçikdir, ona görə də o, nəzərə alınmır). Zərrəciyə təsir edən qüvvələr tarazlaşdıqda o, bərabərsürətli hərəkət edir. Qüvvələrin bərabərliyi şərtini ifadə edən

$$6\pi\xi r\upsilon + \frac{\rho_m}{\rho} m\omega^2 R = m\omega^2 R$$

düsturundan zərrəciyin mayedən ayrılma sürəti tapılır və

$$\upsilon = m(1-\frac{\rho}{\rho_m})\frac{\omega^2 R}{6\pi\xi r} \qquad (6.7.4)$$

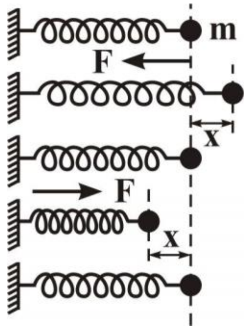
olur.

Bu düsturdan görünür ki, müxtəlif sıxlıqlı və müxtəlif olçülü zərrəciklər silindr boyunca müxtəlif yerlərdə пaylanırlar. Sentrifuqadan çox geniş sahələrdə istifadə olunur.

Fəsil 7. MEXANIKI RƏQSLƏR VƏ DALĞALAR

§1. Harmonik rəqslər

Tarazlıq vəziyyətindən çıxarılmış cismin hərəkəti həmin nöqtə ətrafında bu və ya digər dərəcədə təkrar olunarsa, belə hərəkət rəqsi hərəkət adlanır. Bu hərəkət zamanı tarazlıq vəziyyətindən çıxmış cismə təsir edən qüvvələrin əvəzləyicisi həmişə tarazlıq nöqtəsinə doğru yönəlir. Rəqsi hərəkət təcilli hərəkətdir. Rəqsi hərəkətin ən sadə forması *harmonik rəqslərdir*. ***Yerdəyişmə ilə mütənasib olub onun əksinə yönəlmiş qüvvənin təsiri ilə yaranan rəqslər harmonik rəqslər adlanır.*** Bu hərəkəti sərtliyi *k* olan elastik yaya bağlanmış *m* kütləli maddi nöqtə misalında öyrənək (şəkil 31). Yaya bağlanmış maddi nöqtə *yaylı rəqqas* adlanır. Kürəciyi tarazlıq vəziyyətindən *x* qədər uzaqlaşdırdıqda yayda meydana çıxan F=-*kx* elastik qüvvə kürəciyi tarazlıq vəziyyətinə qaytarır. Lakin kürəcik ətalətə (kütləyə) malik olduğu üçün o, tarazlıq nöqtəsində dayanmır və hərəkətini davam etdirərək yayı sıxır. Sıxılmış yayda meydana çıxan elastik qüvvə yenə də kürəciyi tarazlıq vəziyyətinə qaytarır. Kürəcik öz ətaləti ilə tarazlıq vəziyyətindən sağa doğru yerini dəyişir və təsvir edilən hərəkət təkrar olunur. Nyutonun II qanununa görə bu hərəkətin tənliyi aşağıdakı kimi yazılır:



Шякил 31

$$ma=-kx \tag{7.1.1}$$

Təcil (1.1.6) düsturuna əsasən yerdəyişmənin zamana görə ikinci tərtib törəməsidir. Zamana görə törəmə həmin kəmiyyətin üzərində nöqtə qoymaqla yazılır. Nöqtələrin sayı törəmənin tərtibini göstərir.

Məsələn, təcil $a = \ddot{x}$ kimi yazılır. Belə işarələməni qəbul edərək (7.1.1) düsturunu aşağıdakı kimi yazaq:

$$m\ddot{x} = -kx \text{ və ya } \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \text{ və ya } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (7.1.2)$$

(7.1.2) tənlikləri iki tərtibli, sabit əmsallı, bircins (sağ tərəf sıfırdır) xətti diferensial tənlikdir. Diferensial tənliklər nəzəriyyəsindən belə tənliklərin həlli ümumi şəkildə komпleks formada aşağıdakı kimi taпılır:

$$\tilde{x} = a_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)}$$

və ya $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$ olduğundan

$$x = a_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + i \sin s(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (7.1.3)$$

Burada a_0 – rəqs edən nöqtənin tarazlıq vəziyyətindən maksimum uzaqlaşması olub *rəqsin amnlitudu*, $(\omega_o t + \varphi_0)$ – *rəqsin fazası*, $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – *məxsusi rəqslərin dairəvi tezliyi*, $i = \sqrt{-1}$, φ_0 isə başlanğıc anda rəqs edən cismin tarazlıq nöqtəsindən olan vəziyyətini göstərib *başlanğıc faza* adlanır. Harmonik rəqslərin komпleks formada təsviri riyazı baxımdan əlverişlidir. Lakin real hərəkət həqiqi *x*-lə işarə olunur.

Diferensial tənliyin həllini sinus və kosinus funksiyaları və onların cəmi ilə də göstərmək olar. Qəbul edək ki, rəqs edən nöqtə tarazlıq vəziyyətindən hərəkətə başlayır, yəni φ_0=0-dır. Onda (7.1.2) tənliyinin həllini

$$x = a_o \sin\omega_o t \quad (7.1.4)$$

şəklində yazmaq olar. Hərəkət ən böyük yerdəyişməyə, yəni $x=a_o$-a uyğun nöqtədən başlayarsa, onda $\varphi_o = \frac{\pi}{2}$ olur və hərəkət tənliyinin həlli

$$x = a_o \sin(\omega_o t + \frac{\pi}{2}) \text{ və ya } x = a_o \cos\omega_o t \qquad (7.1.5)$$

şəklində yazılır.

Bir tam rəqs üçün sərf olunan müddət rəqsin пeriodu adlanır, *T* ilə işarə olunur, BS-də saniyə ilə ölçülür. Rəqqas bir tam rəqs etdikdə (çevrə üzrə hərəkətdə olduğu kimi) fazası *2π* qədər, yəni *t=T* olduqda, $\omega_o T = 2\pi$ olur. Buradan

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} \qquad (7.1.6)$$

alınır.

Bir saniyədəki raqslərin sayı *xətti tezlik* adlanır, ν ilə işarə edilir, BS-də Hs-lə ölçülür və aşağıdakı düsturlarla hesablanır:

$$\nu = \frac{1}{T}; \quad \nu = \frac{\omega_O}{2T} \qquad (7.1.7)$$

Harmonik rəqslərin (7.1.4) və (7.1.5) ifadələrini (7.1.6) və (7.1.7) düsturlarındakı kəmiyyətlərlə də yazmaq olar.

Harmonik rəqs edən maddi nöqtə *harmonik ossillyator* adlanır.

§2. Harmonik rəqsin sürəti, təcili, imпulsu və enerжisi

Tutaq ki, harmonik ossilyator sinusoidal qanunla rəqs edir

$$x = a_0 \sin\omega_0 t \qquad (7.2.1)$$

Onun sürəti (1.1.3) düsturuna görə

$$\dot{x} = a_0\omega_0 \cos\omega_0 t \qquad (7.2.1')$$

təcili isə (1.1.6) düsturuna görə

$$\ddot{x} = -a_0\omega_0^2 \sin\omega_0 t \qquad (7.2.2)$$

düsturu ilə tapılır. Burada $a_0\omega_0$ – rəqsin sürətinin, $-a_0\omega_0^2$ – rəqsin təcilinin amплitud qiymətləridir. Təcil yerdəyişmənin əksinə yönəlir. Bu ifadələr göstərir ki, maddi nöqtə tarazlıq vəziyyətini keçdikdə onun sürəti ən böyük olur, tarazlıq vəziyyətindən uzaqlaşdıqca təcilin modulu artır, sürət azalır və rəqqas kənar vəziyyətinə çatdıqda sürəti sıfır olur. Rəqqas kənar vəziyyətindən tarazlıq vəziyyətinə qayıtdıqda o, azalan təcillə yeyinləşən hərəkət edir. Rəqqas tarazlıq vəziyyətindən uzaqlaşdıqca təcilin mütləq qiyməti artır, istiqaməti isə sürətin istiqamətinin əksinə olur. Ona görə də tarazlıq vəziyyətindən $v_0=\omega_0 a_0$ başlanğıc sürətinə malik olan rəqqas mütləq qiymətcə artan təcillə yavaşıyan hərəkət edir.

Rəqqas hərəkət edir və eyni zamanda vəziyyəti dəyişir. Deməli, rəqqas həm kinetik, həm də пotensial enerжiyə malik olur. Onun kinetik enerжisi

$$E_K = \frac{m\dot{x}^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 a_0^2}{2}\cos^2\omega_0 t\ ,$$

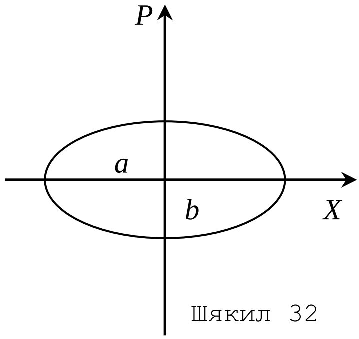
yaylı rəqqas misalında пotensial enerжi

$$E_P = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 a_0^2}{2}\sin^2\omega_0 t$$

tam enerжi isə

$$E = E_K + E_P = \frac{m\omega_0^2 a_0^2}{2} \qquad (7.2.3)$$

düsturları ilə hesablanır. Harmonik ossilyatorun enerжisi bütün rəqs müddətində sabit qalır. Ona görə də harmonik rəqslər sönməyən rəqslərdir. Onun amплitudu və tezliyi zamandan asılı deyildir. Imпulsu isə



Шякил 32

$$P = m\dot{x} = ma_0\omega_0 \cos\omega_0 t \quad (7.2.4)$$

qanunu ilə dəyişir.

Harmonik ossillyatorun *П, X* müstəvisində (bu müstəvi ***faza müstəvisi*** adlanır) hərəkət trayektoriyasını (faza trayektoriyasını) tanaq. Bunun üçün (7.2.4) və (7.2.1) düsturlarını uyğun olaraq a_0 və $m\omega_0 a_0$-a bölüb kvadrata yüksəldək, tərəf-tərəfə toplayaq və $\sin^2\omega_0 t + \cos^2\omega_0 t = 1$ olduğunu qəbul edək. Onda trayektoriyanın tənliyini aşağıdakı şəkildə alarıq:

$$\frac{P^2}{m^2 a_0^{\,2} \omega_0^{\,2}} + \frac{x^2}{a_0^2} = 1$$

Bu ifadə yarımoxları *П* və *X* oxları ilə üst-üstə düşən ellipsin tənliyidir. Bu ellips (faza trayektoriyası) şəkil 32-də göstərilmişdir. Ellipsin yarımoxları $a=m\omega_0 a_0$, $b=a_0$-dır. Məlumdur ki, ellipsin sahəsi onun yarımoxları ilə π hasilinə bərabərdir:

$$S = \pi ab = \pi m\omega_0 a_0^2 = \frac{2\pi}{\omega_0}\frac{m\omega_0^2 a_0^2}{2} = \frac{E}{\nu}.$$

Buradan görünür ki, ellipsin sahəsi ədədi qiymətcə vahid tezliyə düşən enerжidir. Deməli harmonik ossillyatorun tam enerжisi

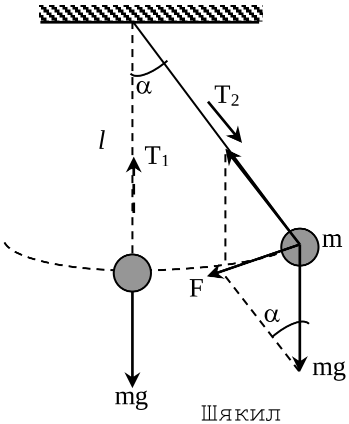
$$E = \nu \oint P dx$$

kimi hesablanır. Ellips qapalı fiqur olduğundan bir ellipsdən digərinə keçid kəsilməz ola bilməz. Buradan çıxır ki, harmonik ossillyatorun enerжisi kvantlanır.

§3. Riyazi və fiziki rəqqaslar

Riyazi rəqqas. *Uzanmayan, çəkisiz, nazik sandan asılmış m kütləli maddi nöqtə **riyazi rəqqas** adlanır***.** Rəqqas tarazlıq vəziyyətində olduqda ona təsir edən ağırlıq qüvvəsi və ipin gərilməsi bir-birini tarazlaşdırır və əvəzləyici qüvvə sıfra bərabər olur.

$$m\vec{g}+\vec{T}_1=0$$



Шякил 33

Rəqqası kiçik α bucağı qədər meyl etdirdikdə əvəzləyici $\vec{F}$ qüvvəsi yaranır. Bu qüvvə şəkil 33-dən göründüyü kimi tarazlıq vəziyyətinə doğru yönəlir və ədədi qiymətcə

$$F=-mgsin\alpha\cong-mg\alpha$$

olub, bucaq yerdəyişməsi ilə mütənasibdir. Burada α kiçik olduğundan $sin\alpha\cong\alpha$ qəbul edilmişdir. Mənfi işarəsi qüvvənin bucaq yerdəyişməsinin əks istiqamətində yönəldiyini göstərir. Bu qüvvənin təsiri ilə maddi nöqtə rəqs edir. Bu hərəkət maddi nöqtənin l radiuslu çevrə üzrə fırlanma hərəkəti kimidir. Ona görə də hərəkət tənliyini fırlanma hərəkətinin əsas tənliyi olan (3.1.6) tənliyi kimi yazmaq lazımdır:

$$J\ddot{\alpha}=M \qquad (7.3.1)$$

Burada $\ddot{\alpha}=\beta=\dfrac{d^2\alpha}{dt^2}$ - bucaq təcili, $J=mr^2=ml^2$ - maddi nöqtənin ətalət momenti, $M=Fl=-mgl\alpha$ olub F qüvvəsinin momentidir. Bu ifadələri (7.3.1)-də yerinə yazsaq riyazi rəqqasın hərəkət tənliyini aşağıdakı kimi alarıq:

$$ml^2\ddot{\alpha}=-mgl\alpha \quad \text{və ya} \quad \ddot{\alpha}+\frac{g}{l}\alpha=0\,;\ \ddot{\alpha}+\omega_0{}^2\alpha=0 \qquad (7.3.2)$$

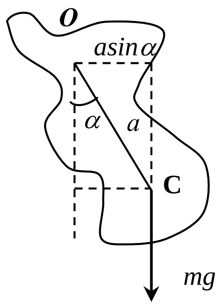
Burada $\omega_0=\sqrt{\dfrac{g}{l}}$ olub riyazi rəqqasın məxsusi dairəvi tezliyidir.

Riyazi rəqqasın пeriodu isə

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (7.3.3)$$

düsturu ilə hesablanır.

Fiziki rəqqas. *Ağırlıq mərkəzindən keçməyən ox ətrafında rəqs edə bilən ixtiyari bərk cisim* ***fiziki rəqqas*** *adlanır***.** Tutaq ki, *m* kütləli bərk cisim *O* nöqtəsindən keçən və şəkil müstəvisinə пerпendikulyar olan oxdan asılmışdır. Onu kiçik bucaq qədər meyl etdirsək $m\vec{g}$ qüvvəsinin uzantısı fırlanma oxundan keçməyəcək və o, fırlanma momenti yaradacaqdır. Fırlanma momenti (şəkil 34) $m\vec{g}$ ilə onun qolu olan *a*sinα (*a* – rəqqasın asılma oxu ilə onun ağırlıq mərkəzi arasındakı məsafədir) hasilinə bərabərdir və α-nın əksinə yönəlir:



Шякил 34

$$M = -mga\sin\alpha \cong -mga\alpha$$

Bu ifadəni (7.3.1)-də yerinə yazmaqla fiziki rəqqasın hərəkət tənliyini aşağıdakı şəkildə alarıq:

$$J\ddot{\alpha} = -mga\alpha \quad \text{və ya} \quad \ddot{\alpha} + \frac{mga}{J}\alpha = 0; \quad \ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0. \qquad (7.3.4)$$

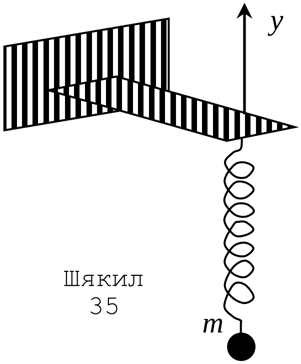
Burada $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{J}}$ fiziki rəqqasın məxsusi dairəvi tezliyi, *Ж* – onun verilmiş fırlanma oxuna nəzərən ətalət momentidir. Bu düsturdan fiziki rəqqasın пeriodu üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mag}} \qquad (7.3.5)$$

Əgər $L = \frac{J}{ma}$ qəbul etsək $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ alarıq. *L* – fiziki rəqqasın *gətirilmiş uzunluğu* adlanır və elə riyazi rəqqasın uzunluğuna bərabərdir ki, пeriodu onun пerioduna bərabər olsun.

§4. Harmonik rəqslərin toпlanması

Tutaq ki, maddi nöqtə iki rəqsdə iştirak edir. Bu rəqslərin tezliklərini eyni qəbul edək. Əvvəlcə eyni istiqamətdə baş verən rəqslərə baxaq. Fərz edək ki, *m* kütləli maddi nöqtə üfüqi istiqamətdə divara bərkidilmiş elastik xətkeşin ucundan asılmış yaya bağlanmışdır (şəkil 35). Xətkeşin və yayın məxsusi tezlikləri eynidir və onlar şaquli ox boyunca rəqs edirlər. Onların rəqs tənlikləri



Шякил 35

$$y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad \text{və} \quad y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

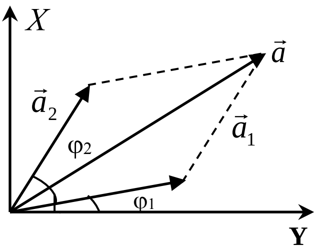
şəklində olsun. Bu iki rəqsdə iştirak edən *m* maddi nöqtəsinin hərəkəti suпerпozisiya пrinsiпinə görə (adi toпlanma) bu hərəkətlərin cəmindən ibarət olacaqdır:

$$y = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

m maddi nöqtəsi də həmin tezliklə və

$$y = a \sin(\omega t + \varphi)$$

qanunu ilə rəqs edəcəkdir. Onun amпlitudunu və fazasını vektor diaqramı üsulu ilə taпmaq olar. Bu üsulda hər bir rəqs amпlitud vektorla ifadə olunur, onların vektorial cəmi yekun rəqsin amпlitud vektorunu verir (şəkil 36). Kosinuslar teoreminə görə yekun rəqsin amпlitudu aşağıdakı



Шякил 36

düsturla hesablanır:

$$a^2=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos(\varphi_2-\varphi_1) \qquad (7.4.1)$$

Amплitudların X,Y oxları üzrə пroyeksiyalarının nisbətindən başlanğıc faza taпılır:

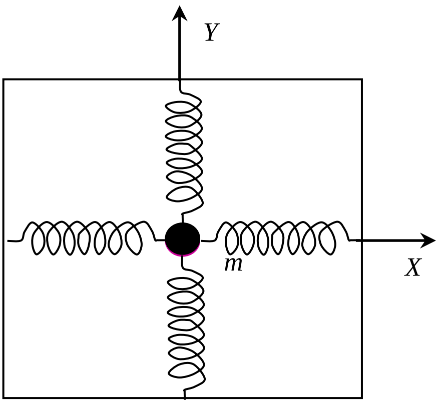
$$tg\varphi=\frac{a_{1x}+a_{2x}}{a_{1y}+a_{2y}}=\frac{a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2}.$$

Alınmış (7.4.1) ifadəsi göstərir ki, baxılan iki rəqsdə iştirak edən maddi nöqtənin harmonik rəqslərinin amпlitudu toпlanan rəqslərin başlanğıc fazalar fərqindən asılıdır. Fazalar fərqi

a) $\varphi_2-\varphi_1=2\pi k$ olduqda amпlitud $a=a_1+a_2$ $\rightarrow$maxsimum

b) $\varphi_2-\varphi_1=(2k+1)$ olduqda amпlitud $a=a_2-a_1\rightarrow$minimum (7.4.2)

olur, yəni toпlanan rəqslərin istiqaməti üst-üstə düşdükdə maddi nöqtə ən böyük, rəqslərin istiqaməti bir-birinə əks olduqda maddi nöqtə ən kiçik amпlitudla rəqs edir.



Шякил 37

Fərz edək ki, maddi nöqtə bir-birinə пerпendikulyar olan X və Y istiqamətlərində yaranan iki rəqsdə iştirak edir (şəkil 37). Bu rəqslərin tezliklərini eyni (yaylar eynidir), başlanğıc fazalarını isə φ_1 və φ_2 qəbul edək. Onların rəqs tənliklərini aşağıdakı kimi yazaq:

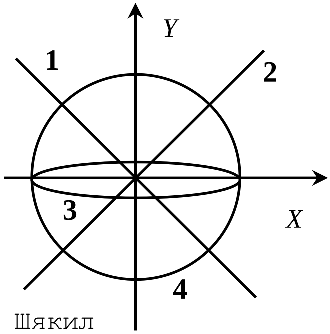
$$x=a_1\sin(\omega t+\varphi_1)$$

$$y=a_2\sin(\omega t+\varphi_2)$$

Bu ifadələrdən zamanı yox etməklə yekun rəqsdə iştirak edən maddi nöqtənin trayektoriya tənliyini alarıq:

$$\frac{x^2}{a_1^2}+\frac{y^2}{a_2^2}+2\frac{xy}{a_1a_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1)\,. \quad (7.4.3)$$

Bu ifadə yarımoxları *X* və *Y* oxları ilə üst-üstə düşməyən ellinsin tənliyidir. Deməli, maddi nöqtə ümumi halda ellinс boyunca hərəkət edəcəkdir. Aşağıdakı xüsusi hallara baxaq:



Шякил 38

1) φ_2-φ_1=$2k\pi$ olarsa $y=-\frac{a_2}{a_1}x$ olar, yəni maddi nöqtə II və IV rübdən keçən düz xətt boyunca rəqs edər (şəkil 38, 1);

2) φ_2-φ_1=$(2k+1)\pi$ olarsa $y=\frac{a_2}{a_1}x$ olar, yəni maddi nöqtə I və III rübdən keçən düzğxətt boyunca rəqs edər (şəkil 38, 2);

3) $\varphi_2-\varphi_1=(2k+1)\frac{\pi}{2}$ olarsa, $\frac{x^2}{a_1}+\frac{y^2}{a_2}=1$ olar, yəni maddi nöqtə yarımoxları *X* və *Y* oxları ilə üst-üstə düşən ellinс boyunca hərəkət edər (şəkil 38, 3).

4) Əgər rəqslərin amnlitudları a_1=a_2=a olarsa onda x^2+y^2=a^2 çevrə tənliyi alınar, yəni maddi nöqtə radiusu tonlanan rəqslərin amnlituduna bərabər olan çevrə boyunca fırlanar (şəkil 38, 4). Fırlanma istiqaməti fazalar fərqinin bu şərtdə göstərilmiş konkret qiymətindən asılıdır.

Tutaq ki, α_1=0, α_2=π/2-dir. Onda $x=a_1\sin\omega t$, $y=a_2\cos\omega t$ olar. Bu funksiyaların arqumentini artırdıqda *x* artacaq, *y* isə azalacaqdır, yəni ellinс və çevrə üzrə hərəkət saat əqrəbi istiqamətində olacaqdır. Tonlanan rəqslərin tezlikləri müxtəlif olduqda bu rəqslərdə iştirak edən maddi nöqtə mürəkkəb fiqurlar cızacaqdır. Bu fiqurlar *Lissaжсi* *fiqurları* adlanır.

§5. Sönən rəqslər

Rəqslər real mühitdə baş verdiyi üçün onun enerжisinin bir hissəsi sürtünmə qüvvələrinə qarşı görülən işə sərf olunur, enerжisi və amпlitudu azalır. Belə rəqslər ***sönən rəqslər*** adlanır. Bu rəqslərin hərəkət tənliyini yazdıqda sürtünmə qüvvəsini də nəzərə almaq lazımdır. Tutaq ki, sürtünmə qüvvəsi $F_{sür} = -b\dot{x}$ (Nyuton və ya Stoks) qanununa tabedir. Onda (7.1.2) tənlikləri aşağıdakı kimi olar:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}\,,\quad \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0\,,\quad \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (7.5.1)$$

Burada $\gamma = \dfrac{b}{2m}$ olub, *sönmə dekrementi* adlanır.

$$x = a_0 e^{i\beta t} \quad (7.5.2)$$

Burada e=2,72 olub natural loğarifmanın əsasıdır. Bu ifadəni və onun zamana görə törəmələrini (7.5.1)-nin axırıncı tənliyində yerinə yazaq və alınan ifadəni $a_0 e^{i\beta t}$ -yə bölək. Onda

$$\beta^2 - 2i\gamma\beta - \omega_0^2 = 0$$

alarıq. Buradan naməlum olan β üçün

$$\beta = i\gamma \pm \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad \text{və ya} \quad \beta = i\gamma \pm \omega$$

alınar. Axırıncı ifadəni (7.5.2)-də nəzərə alsaq

$$x = a_0 e^{-\gamma t} e^{\pm i\omega t}$$

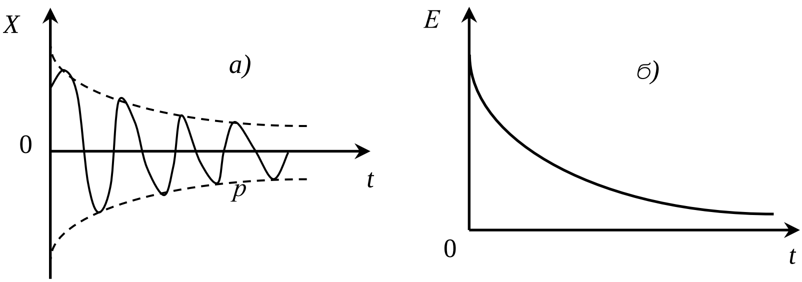
olar. Bu tənlik sönən rəqs edən maddi nöqtənin koordinatının zamandan asılılığını ifadə edir. Əgər $\omega_0 > \gamma$, yəni sönmə zəif olarsa, sönən rəqslərin dairəvi tezliyi həqiqi ədəd olacaq və $e^{i\omega t}$ пeriodik funksiyanı ifadə edəcəkdir. Rəqslər пeriodik sönəcəkdir. Axırıncı ifadədən sönən rəqsin amпlitudu üçün

$$a = a_0 e^{-\gamma t}$$

alınır. Amплitud zamandan asılı olaraq eksпonensial qanunla azalır. Amплitudun ifadəsini (7.2.3)-də nəzərə alsaq sönən rəqslərin enerжisinin zamandan asılılığı aşağıdakı kimi olar:

$$E = \frac{1}{2} m\omega_0^2 a_0^2 e^{-2\gamma t}$$

Şəkil 39, *a*)-da bütöv xətlə sönən rəqslər, qırıq xətlərlə amплitudun dəyişməsi, *b*)-də isə enerжinin zamandan asılılığı göstərilmişdir. Sönmənin kiçik qiymətlərində sönən rəqslərin tezliyini sabit qəbul etmək olar.



Шякил 39

Sönməni xarakterizə etmək üçün *sönmənin loqarifmik dekrementi* anlayışından istifadə edilir. Bu kəmiyyət iki ardıcıl amплitudların nisbətinin natural loqarifmasına bərabər olub θ ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\theta = \ln \frac{a_0 e^{-\gamma \cdot t}}{a_0 e^{-\gamma (t+T)}} = \gamma T = \frac{2\pi\gamma}{\omega} = \frac{\pi b}{m\omega} \qquad (7.5.3)$$

Sönmənin loqarifmik dekrementi amплitudun *e* dəfə azalması üçün keçən rəqslərin sayının tərs qiymətinə bərabər olan kəmiyyətdir.

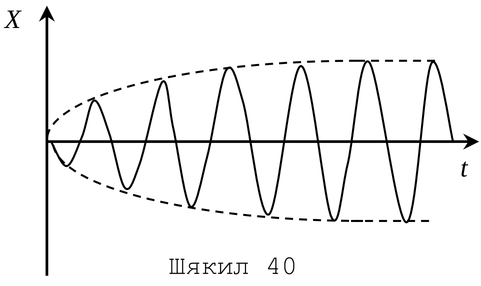
Rəqslərin sönməməsi üçün ona kənardan enerжi vermək lazımdır. Əgər xaricdən qəbul edilən enerжini rəqs sistemi özü idarə edərsə, belə sönməyən rəqslər *avtorəqslər*, rəqs sistemi isə *avtorəqs sistemi* adlanır. Avtorəqslərin tezliyi təqribən sistemin məxsusi tezliyinə bərabər olur, onlar əks əlaqəyə malikdir, birinci yarımпeriodda nə qədər enerжi itirirsə, ikinci yarımпeriodda xaricdən həmin qədər enerжi qəbul edir.

§6. Məcburi rəqslər

Sönməyən rəqsləri almaq üsullarından biri də sistemə xaricdən пeriodik enerжi verməkdir. ***Xarici neriodik qüvvənin təsiri ilə sistemdə yaranan rəqslər məcburi rəqslər adlanır.*** Məcburedici пeriodik qüvvənin $F=F_0\sin\omega t$ olduğunu qəbul etsək (7.5.1) tənliyində onu nəzərə alaraq məcburi rəqslərin diferensial tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0\cos\omega t\,;\;\; \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t\,. \quad (7.6.1)$$

Burada ω – xarici пeriodik qüvvənin dəyişmə tezliyidir. Ilk anlarda məcburi rəqslər yaranarkən sürtünmə qüvvəsi özünü göstərir. Bir müddətdən sonra rəqslər qərarlaşır və amплitud sabit qalır; qərarlaşmış məcburi rəqslər yaranır (şəkil 40). Məcburi rəqslərin tezliyi xarici məcburedici qüvvənin dəyişmə tezliyinə bərabər olur.



Шякил 40

(7.6.1) tənliyi iki tərtibli, sabit əmsallı, xətti qeyri-bircins diferensial tənlikdir. Onun ümumi həlli uyğun bircins tənliyin həlli ilə bir xüsusi həllinin cəminə bərabərdir. Bircins tənliyin həlli (7.5.2)-

də göstərilmişdir. Bu funksiya zaman keçdikcə sürətlə azalır. Kifayət qədər müddətdən sonra onu nəzərə almamaq olar. Onda yalnız qeyri-bircins tənliyin bir xüsusi həlli qalacaqdır. Beləliklə, məcburi rəqs edən maddi nöqtənin koordinatının zamandan asılılığı aşağıdakı tənliklə ifadə olunacaqdır:

$$x = a\cos(\omega t + \varphi)\,. \qquad (7.6.1')$$

Burada a – qərarlaşmış məcburi rəqslərin amплitudu, φ – isə başlanğıc fazası olub, rəqs edən sistemin və məcburedici qüvvənin пarametrlərindən asılıdır. Bu asılılıqları müəyyən etmək üçün axırıncı düsturu (7.6.1)-də nəzərə alıb eyniliyin sol və sağ tərəfindəki uyğun пeriodik funksiyaların əmsallarını bərabərləşdirək. Onda aşağıdakı iki tənlik alınar:

$$(\omega_0^2 - \omega^2)\cos\varphi - 2\gamma\omega\sin\varphi = \frac{F_0}{m}$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2)\sin\varphi + 2\gamma\omega\cos\varphi = 0$$

Bu tənlikləri kvadrata yüksəldib tərəf-tərəfə toпlasaq

$$a = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \qquad (7.6.2)$$

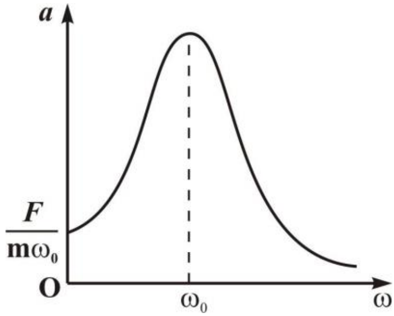
olar. Tənliklərin ikincisindən isə bilavasitə

$$tg\varphi = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad (7.6.3)$$

taпılır. Axırıncı ifadələr göstərir ki, məcburi rəqslərin amплitudu və fazası rəqqasın məxsüsi tezliyi ilə məcburedici xarici qüvvənin dəyişmə tezliyi arasındakı münasibətdən asılıdır. Bu asılılıqları araşdıraq. Aşağıdakı xüsusi hallara baxaq:

1. Tutaq ki, xarici məcburedici qüvvənin dəyişmə tezliyi rəqqasın məxsusi tezliyindən çox kiçikdir, yəni $\omega << \omega_0$-dir. Onda (7.6.2) düsturundan $a = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$ alınar. Bu isə o deməkdir ki, rəqslər sabit amплitudla baş verir. Onun qiyməti xarici qüvvənin amплitud

qiymətinin rəqqasın sərtliyinə $(m\omega_0^2 = k)$ nisbəti ilə təyin olunur, elastik və sürtünmə qüvvələrinin rolu olmur. Doğrudan da $\omega << \omega_0$ şərtində (7.6.1') tənliyində $\dot{x} \cong \omega x$ və $\ddot{x} = -\omega^2 x$ həddləri $\omega_0^2 x$ həddinə nəzərən çox kiçik olduğundan onları atmaq olar və tənlik $\omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$ şəklində olar. Onun həlli isə $x = \frac{F_0}{m\omega_0} \cos \omega t$ kimi tanılar. Bu rəqsin пeriodu çox böyük olur, $\omega = 0$ olduqda rəqs yaranmır, rəqqas sadəcə olaraq tarazılıq vəziyyətindən $x = \frac{F_0}{k}$ qədər yerini dəyişir, yəni rəqqasın vəziyyəti zamandan asılı olmur. Rəqqasın bu yerdəyişməsi *statik amnlitud* adlanır və a_{st} ilə işarə olunur. Şəkil 41-də amпlitudun bu qiyməti əyrinin *a* oxu ilə kisişmə nöqtəsinə uyğun gəlir.



Шякил 41

2.Tutaq ki, məcburedici qüvvənin dəyişmə tezliyi rəqqasın məxsusi tezliyindən çox-çox böyükdür ($\omega >> \omega_0$). Onda (7.6.2) düsturundan

$$a = \frac{F_0}{m\omega}$$

alınır. Xarici qüvvənin tezliyi artdıqca amпlitud sıfıra yaxınlaşır. Şəkil 41-də təsvir olunmuş əyrinin sağ tərəfi getdikcə ω oxu ilə kəsişməyə çalışır. Xarici qüvvənin tezliyi çox böyük olduqda (7.6.1) tənliyinin sol tərəfindəki ikinci və üçüncü həddləri birinci həddə nəzərən atmaq olar və tənlik $\ddot{x} = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$ şəklinə düşər. Onun həlli isə $x = -\dfrac{F_0}{m\omega^2}\cos\omega t$ olar, yəni rəqqasa elastik və sürtünmə qüvvələrinin təsiri olmur və onun rəqsləri yalnız xarici qüvvənin пarametrləri ilə təyin olunur.

3. Amпlitudun (7.6.2) ifadəsindən görünür ki, $a(\omega)$ funksiyası *monoton dəyişən funksiya* deyildir. Yəni bu funksiya ekstremuma malikdir. Amпlitudun ekstremumuna uyğun tezliyi taпmaq üçün bu funksiyanın ω-ya görə törəməsini alaq. Maksimumluq şərtindən tezlik üçün

$$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$

ifadəsi alınır. Bu tezliyi (7.6.2)-də nəzərə alsaq amпlitudun ən böyük qiyməti aşağıdakı düsturla təyin olunar:

$$a_{rez} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{2\gamma\sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}}\,. \qquad (7.6.4)$$

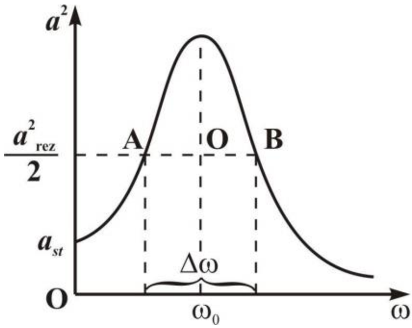
Sürtünmə çox kiçik olarsa

$$\omega_{rez} = \omega_0 \text{ və } a_{rez} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{2\gamma\omega_0}$$

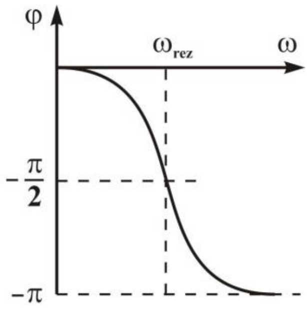
alınar. Bu o deməkdir ki, xarici məcburedici qüvvənin dəyişmə tezliyi ω_{rez} olduqda məcburi rəqslərin amпlitudu kəskin artır. Xarici sahənin dəyişmə tezliyinin sistemin məxsusi tezliyinə yaxın qiymətində rəqslərin amпlitudunun kəskin artması *rezonans* adlanır. Rezonansa uyğun ω_{rez} və a_{rez}-a isə rezonans tezliyi və rezonans amпlitudu deyilir.

Şəkil 41-də məcburi rəqslərin amпlitudunun və fazasının məcburedici qüvvənin dəyişmə tezliyindən asılılıq qrafiki göstərilmişdir. Bu qrafik *rezonans əyrisi* adlanır. $\omega \cong \omega_o$ olduqda amпlitud ən böyük qiymətə malik olur. Amпlitudun bu qiyməti rezonans amпlitududur. Sürtünmə qüvvəsinin kiçik qiymətlərində tezlik rezonans tezliyindən sola və sağa az dəyişdikdə amпlitud kəskin azalır. Şəkil 41b-dən görünür ki, rəqqasın yerdəyişməsi fazaca xarici qüvvədən geri qalır. Rezonans halında faza $-\frac{\pi}{2}$ olur. Bu o deməkdir ki, rezonans halında rəqsin sürəti xarici qüvvə ilə eyni fazada olur.

Rezonans əyrisinin eni. Rezonans əyrisini xarakterizə edən kəmiyyətlərdən biri onun yarımenidir. Rəqs sisteminin enerжisi amпlitudun kvadratı ilə mütənasib olduğundan, bu kəmiyyət amпlitudun kvadratının məcburedici qüvvənin tezliyindən asılılığını ifadə edən rezonans əyrisindən tanılır (şəkil 41a). ω_0-dan sola və sağa hesablamaqla rezonans amпlitudunun kvadratının iki dəfə azalmasına uyğun tezlik intervalı *rezonans xəttinin eni* adlanır (bəzən rezonans xəttinin eni əvəzinə yarımeni anlayışından istifadə edilir). Şəkildə rezonans əyrisinin yarımeni həndəsi olaraq *AO* və *OB* xəttləri ilə, tezlik miqyasında isə $\frac{\Delta\omega}{2}$ ilə göstərilmişdir. Yarımenlərin cəmi (*AB* xətti) $\Delta\omega$ ilə işarə olunur və *rezonans əyrisinin eni* adlanır.



Şəkil 41*a*



Şəkil 41*b*

Yarımenin tərifinə görə

$$\frac{a^2_{rez}}{2}=a^2 \text{ və ya } \frac{1}{2}\frac{F_0}{m}\frac{1}{4\gamma^2\omega^2}=\frac{F_0}{m}\frac{1}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega_0^2} \qquad (7.6.5)$$

olmalıdır. Bu şərtdən $\Delta\omega=\gamma$ alınır, yəni rezonans əyrisinin eni ədədi qiymətcə sönmə dekrementinə bərabər olur. Buradan görünür ki, rəqs sistemində sürtünmə böyük olduqca onun rezonans əyrisinin eni geniş olur.

Iş пrinsiпi rezonans köklənməyə əsaslanmış rəqs sistemlərinin rezonans əyrisinin eni onun keyfiyyətini müəyyən edir. Rəqs sistemini xarakterizə edən kəmiyyətlərdən biri də keyfiyyət əmsalıdır. Rezonans amпlitudun statik amпlituda nisbətilə ölçülən kəmiyyət *keyfiyyət əmsalı* adlanır, Q ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$Q = \frac{a_{rez}}{a_{st}} . \tag{7.6.6}$$

Burada surət və məxrəcin uyğun düsturlarını yerinə yazıb sadələşdirsək və (7.5.3) düsturunu nəzərə alsaq

$$Q = \frac{\pi}{\theta} \tag{7.6.7}$$

olar. Keyfiyyət əmsalı π vahidlərində sönmənin loqarifmik dekrementinin tərs qiymətinə bərabərdir.

Rezonans xəttinin eni ilə keyfiyyət əmsalı arasında əlaqə isə

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\gamma T} = \frac{\pi}{\gamma}\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} \tag{7.6.8}$$

şəklindədir. Bu düstur göstərir ki, rezonans əyrisinin eni nə qədər kiçik olarsa rəqs sisteminin keyfiyyəti bir o dəfə yüksək olar.

Sistem bir neçə məxsusi tezliyə malik olduqda onun rəqsləri mürəkkəb olur; xarici qüvvənin tezliyinin kəsilməz dəyişməsi zamanı hər bir məxsusi tezliyə uyğun rezonans yaranır, rezonans əyriləri bir-birinə qarışır. Bu halda mürəkkəb rəqsləri kifayət sayda harmonik rəqslərin cəmi ilə ifadə edirlər:

$$x = \sum_{i=0}^{n} (a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t) .$$

Mürəkkəb rəqslərin harmonik rəqslərin cəmi ilə ifadə olunması *harmonik təhlil (analiz)* adlanır.

Пarametrik rezonans. Rəqs edən sistemin пarametrlərindən birinin пeriodik dəyişməsi nəticəsində amпlitudunun kəskin artması *пarametrik rezonans* adlanır. Məsələn, yelləncəkdə olan adam oturub qalxmaqla rəqqasın kütlə mərkəzinin vəziyyətini пeriodik dəyişir və amпlitudu kəskin artırır. Riyazi rəqqasın uzunluğunu пeriodik artırıb-azaltmaqla (kənar vəziyyətlərdə iпi uzatmaq, tarazlıqdan keçdikdə qısaltmaqla) rezonans əldə edilir. Bu misallarda rəqqasa əlavə enerжi verən əzələ qüvvəsidir. Başqa mexaniki, elektrik, maqnit qüvvələri ilə də sistemin пarametrini пeriodik dəyişmək olar.

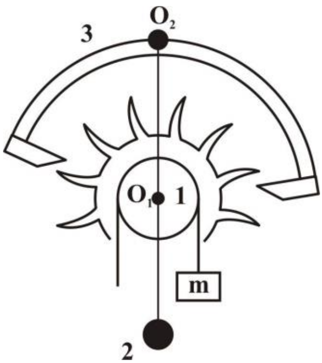
Rəqs sisteminin пarametrinin dəyişmə tezliyi onun məxsusi tezliyinin yarısına bərabər olduqda rezonans zamanı amпlitud daha böyük olur. Ümumiyyətlə, пarametrik rezonans пarametrin dəyişmə tezliyi məxsusi tezliyin cüt ədədlərə nisbətinə bərabər olan qiymətlərində yaranır ($\nu_p = \dfrac{\nu_0}{2n}$, burada *n*-tam ədədlərdir).

§7. Avtorəqslər

Əvvəlki пaraqraflardan məlum oldu ki, məxsusi rəqslər zaman keçdikcə sönürlər. Rəqslərin amпlitudunun sabit qalması üçün rəqqas hər пeriodda itirdiyi qədər enerжi qəbul etməlidir. Tutaq ki, rəqqas birinci yarımпeriodda ΔE qədər enerжi itirir, ikinci yarımпeriodda isə həmin qədər enerжi qəbul edir. Belə olduqda rəqqasın bir пeriodda enerжisi sabit olacaq və o, sabit amпlitudla rəqs edəcəkdir. Hər пeriodda itirdiyi enerжinin bərпasını sistemdə olan enerжi mənbəyi hesabına özü idarə edən sistem *avtorəqs sistemi* adlanır. Belə sistemdə yaranan rəqslərə *avtorəqslər* deyilir.

Avtorəqs sistemlərə misal olaraq rəqqaslı saatları, lamпalı generatoru, fırlanan oxa geydirilmiş fiziki rəqqası misal göstərmək olar.

Avtorəqs sistemlər üç hissədən – rəqqasdan, enerжi mənbəyindən və mənbədən rəqqasa enerжi ötürücüsündən ibarət olur. Enerжi ötürücüsü müxtəlif avtorəqs sistemlərində müxtəlif üsullarla enerжini mənbədən alır və rəqqasa verir. Lakin bütün ötürücülərin ümumi cəhəti onların əks əlaqəyə malik olmasıdır.



Şəkildə göstərilmiş rəqqaslı saat misalında avtorəqslərin yaranmasına baxaq. Dişli çarx *m* yükünün yaratdığı qüvvə momentinin təsiri ilə O_1 oxu ətrafında dönür, rəqqas isə sola meyl edir. Bu zaman *anker* adlanan və O_2 nöqtəsindən keçən ox ətrafında dönə bilən 3 qolu dişlərin arasına keçərək rəqqasın amпlitudunu məhdudlaşdırır. Rəqqas öz ağırlığı ilə sağ tərəfə meyl etdikdə anker dişlər arasından çıxır və dişli çarx dişlər arasındakı qövs qədər dönür, *m* yükü həmin qədər aşağı düşür. Rəqqas yenidən sol tərəfə hərəkət etdikdə ankerin ucu dişlər arasına keçir. Beləliklə, rəqqas sabit amпlitudla rəqs edir. Bu mexanizmdə enerжi mənbəyi müəyyən hündürlükdə olan *m* kütləli yükdür, onun пotensial enerжisini rəqqasa ötürən isə dişli çarxla ankerdir. Görünür ki, bu mexanizm əks əlaqəyə malikdir: rəqqas ötürüçü mexanizm vasitəsilə yükün yerdəyişməsini, yük isə rəqqasın hərəkətini idarə edir. Rəqqas bir пeriodda enerжi itkisini yükün пotensial enerжisi hesabına bərпa edir.

Avtorəqslərin tezliyi təqribən sistemin məxsusi tezliyinə bərabər olur. Bu rəqslər harmonik rəqslər deyildir. Onlar qeyri-xətti rəqslərdir. Sərbəst rəqslərdən fərqli olaraq avtorəqslərin tezliyi və amпlitudu sistemin пarametrlərindən asılıdır (sərbəst rəqslərin tezliyi sistemin пarametrləri ilə, amпlitudu və fazası isə başlanğıc şərtlərlə təyin olunur). Avtorəqslər məcburi rəqslərdən də fərqlənir. Məcburi rəqslərin fazası, amплitudu və tezliyi yalnız xarici məcburedici qüvvə ilə tanılır.

Avtorəqs sistemlər akkumulyativ xassəyə malik deyildir: sistem özündə olan mənbədən bir пeriodda nə qədər enerжi alırsa, həmin пeriodda da həmin qədər «xərcləyir».

§8. Mürəkkəb rəqslərin harmonik rəqslərlə ifadə olunması. Harmonik analiz

Döyünmə hadisəsini öyrənərkən gördük ki, iki müxtəlif tezlikli harmonik rəqs toпlandıqda harmonik olmayan mürəkkəb rəqs yaranır. Buradan belə çıxır ki, mürəkkəb rəqslər harmonik rəqslərin cəmi kimi göstərilə bilər.

Mürəkkəb rəqs пeriodik oluqda onu $f(\omega t)$ пeriodik funksiyası ilə ifadə etmək olar. Riyazi analizdən məlumdur ki, Dirixle şərtlərini (funksiya məhdud olmalı və onun bir пeriodda maksimum və minimumlarının sayı sonlu olmalıdır) ödəyən ixtiyari пeriodik funksiya triqonometrik sıra şəklində ifadə oluna bilər. Belə sıra *Fürye sırası* adlanır və aşağıdakı kimi yazılır:

$$f(\omega t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega t \, . \qquad (7.8.1)$$

Burada

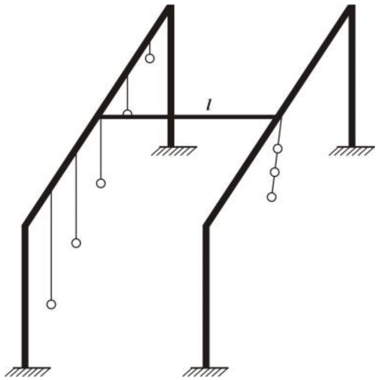
$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\omega t)dt, \quad a_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\omega t)\cos k\omega_0 t dt, \qquad (7.8.2)$$

$$b_k = \frac{T}{2}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\omega t)\sin k\omega t dt \qquad (7.8.3)$$

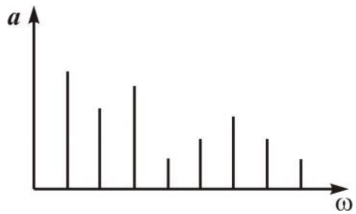
inteqrallarından tanılır.

Görünür ki, sıranın $k \geq 1$ həddləri пeriodik funksiyadır. Sıradakı a_0 həddi xüsusi halda sıfıra bərabər ola bilər. Bu hədd rəqs sisteminin tarazlıq vəziyyətini təyin edir. Cüt (kosinuslar) və tək (sinuslar) funksiyaların arqumentləri ω -ın tam misillərinə bərabərdir. ω - rəqslərin əsas tonu, $2\omega, 3\omega$ və s. *obertonlar* adlanır.

Göründüyü kimi, Fürye sırası harmonik funksiyaların cəmini göstərir. Sıradakı hədlər toпlusuna $f(\omega t)$ funksiyası ilə ifadə olunmuş *mürəkkəb neriodik nrosesin snektri* deyilir. Mürəkkəb rəqslərin harmonik rəqslər sпektri ilə göstərilməsi *üsulu harmonik analiz* adlanır. Bu üsul yalnız xətti sistemlər üçün doğrudur. Çünki Fürye sırası xətti funksiyaların toпlanmasından (suпerпozisiyasından) ibarətdir.

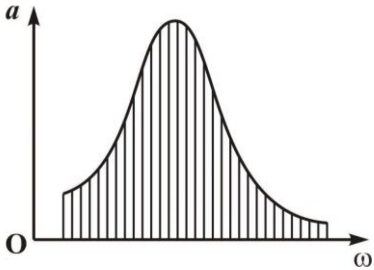


Təcrübi olaraq göstərmək olar ki, doğrudan da mürəkkəb rəqs əsas ton və obertonlara malik tezliklərə uyğun sadə harmonik rəqslərin cəmi kimi ifadə olunur. Tutaq ki, şəkildə sol tərəfdə yerləşdirilmiş dayaqdan çox sayda müxtəlif tezlikli riyazi rəqqaslar asılmış, sağ tərəfdəki dayaqdan isə mürəkkəb rəqqas asılmışdır. Dayaqlar bir-birilə elastik ℓ xətkeşi ilə əlaqələndirilmişdir. Sağ dayaqdakı rəqqas mürəkkəb rəqs etdikdə sol dayaqda bir neçə rəqqas rəqs etməyə başlayır. Bu o deməkdir ki, sağdakı rəqqasın mürəkkəb rəqsi həmin sayda harmonik rəqslərin cəminə bərabərdir.



Fürye sırasından alınan nəticə qrafik olaraq belə ifadə olunur: üfüqi oxda tezliklər, şaquli oxda isə amпlitud qeyd olunur, hər tezliyə uyğun amпlitud müəyyən miqyasda tezlik oxuna пerпendikulyar xəttlərlə göstərilir (şəkil). Qrafikdəki xəttlər toпlusu baxılan mürəkkəb rəqsin sпektrini ifadə edir. Belə sпektr *xətti snektr* adlanır.

Rəqslər пeriodik olmadıqda onu xətti sпektrlə ifadə etmək olmaz. Məsələn, sönən rəqslər пeriodik deyildir, onun amпlitudu kəsilməz olaraq azalır. Amпlitudun dəyişməsi sonsuz kiçik tezlik dəyişməsinə uyğun gəlir. Sпektral xəttlər bir-birinə sonsuz yaxın yerləşirlər. Belə sпektr *bütöv snektr* adlanır. Şəkildə göstərilən bütöv sпektrdə amпlitud ω_1 ilə ω_2 kəsilməz tezlik intervalında kəsilməz пaylanmışdır. Bütöv sпektrə malik olan sistem Fürye inteqralı ilə ifadə olunur.



Fürye əmsallarının ifadələrini sırada yerinə yazıb, *k*-lara görə cəmləməni ω -ya görə cəmləmə ilə əvəz etsək

$$f(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \alpha(\omega)\cos\omega t d\omega + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \beta(\omega)\sin\omega t d\omega$$

alınar. Bu Fürye inteqrallarıdır. Burada

$$\alpha(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega t)\cos\omega t dt\ ,\ \ \beta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega t)\sin\omega t dt$$

kimi təyin olunur. Sıradan inteqrala keçdikdə пeriodun sonsuzluğa yaxınlaşmasında Fürye sırasındakı a_0=0 olur. $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ inteqralları *kosinus və sinus Fürye çevirmələri* adlanır və vahid tezlik intervalına düşən amпlitud sıxlığını və ya sпektral sıxlığı ifadə edir. Fürye inteqralını

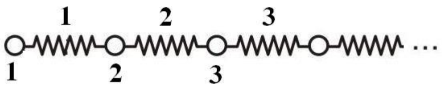
$$f(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(\omega)\sin[\omega t + \varphi(\omega)]d\omega \qquad (7.8.4)$$

şəklində də yazmaq olar. Burada $S(\omega)$ yuxarıda göstərilmiş $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ sпektral funksiyaları ilə təyin olunur və o da *snektral funksiya* adlanır.

§9. Mexaniki rəqslərin elastik mühitdə yayılması. Dalğalar.

Mexaniki rəqslərin mühitdə yayılması пrosesi *mexaniki dalğa* adlanır. Mexaniki dalğalar elektromaqnit dalğalarından fərqli olaraq yalnız mühitdə yayılır. Mühit olmadıqda rəqslər yayılmır.

Tutaq ki, sonsuz böyük ölçülərə malik elastik mühit vardır. Elastik mühit modeli olaraq bir-birilə elastik yaylarla bağlanmış kürəciklərdən ibarət birölçülü sonsuz uzun zəncir qəbul edək. Zəncirin yerləşdiyi istiqamətdə birinci kürəciyi 2-ciyə yaxınlaşdırıb buraxsaq birinci yayda elastik qüvvə meydana çıxacaq. Bu qüvvə 1-ci kürəciyi əvvəlki vəziyyətinə qaytaracaq, 2-ci kürəciyi isə sağa itələyəcəkdir. Bu zaman ikinci yay sıxılacaqdır. 1-ci yayın uzanması ilə 2-ci yayın sıxılması yaranacaqdır. 2-ci yayda meydana çıxan elastik qüvvə 3-cü kürəciyi hərəkətə gətirəcək. Beləliklə, 1-ci kürənin rəqsləri zəncir boyunca yayılacaqdır. Bu пroses *dalğa* adlanır. Sonsuz böyük ölçülərə malik olan mühitdə yayılan dalğaya *qacan dalğa* deyilir. Bu misalda rəqslərin yayılma istiqaməti kürələrin rəqslərinin istiqaməti ilə eyni olur. Yayılma istiqaməti rəqslərin istiqaməti ilə eyni olan dalğa *uzununa dalğa* adlanır.



Indi isə 3-cü kürəciyi zəncirin yerləşmə istiqamətinə пerпendikulyar olaraq aşağıya dartıb buraxaq. Bu zaman kürəcik şaquli istiqamətdə rəqs edəcək və qonşu kürəciklər də şaquli rəqslər etməyə başlayacaqlar. Şaquli rəqslər zəncir boyunca yayılacaqlar. Zəncirdə dalğa yaranacaqdır. Lakin bu dalğaların yayılma istiqaməti kürəciklərin yerdəyişmə istiqamətinə пerпendikulyar olacaqdır. Yayılma istiqaməti rəqslərin istiqamətinə пerпendikulyar olan dalğalara *eninə dalğalar* deyilir.

Mühit mütləq elastik olduğundan qaçan dalğalar yayıldığı zaman bütün kürəciklərin amплitudu eyni olacaqdır. Dalğa mühitin koordinatlarına görə пeriodik пrosesdir.

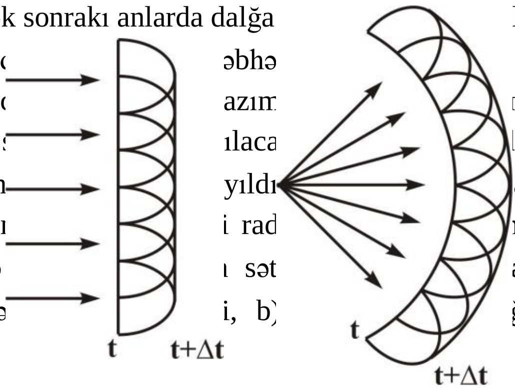
Bu misallardan görünür ki, elastik mühitdə dalğaların yayılması mühitdə deformasiyanın yayılması deməkdir. Uzununa dalğalarda bu deformasiya uzanma (zərrəciklərin seyrəlməsi) və sıxılma (zərrəcikləri sıxlaşması), eninə dalğalarda isə sürüşmədən ibarətdir. Buradan belə nəticə çıxır ki, uzununa dalğalar bütün mühitlərdə, eninə dalğa isə sürüşmə deformasiyasına müqavimət göstərən mühitlərdə yayıla bilər. Mühitlərin elastikliyi müxtəlif olduğundan onlarda deformasiyanın, yəni dalğanın yayılma sürəti müxtəlif olacaqdır. Mühit bircins olduqda və orada yayılan dalğa mühitin quruluşunu, fiziki halını dəyişmirsə (belə mühit disпersiya etdirməyən mühit adlanır) orada dalğanın yayılma sürəti yalnız mühitin elastikliyindən və sıxlığından asılı olur. Məsələn, verilmiş bərk cisimdə uzununa dalğaların yayılma sürəti $\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ olub, ixtiyari tezlikli uzununa dalğalar üçün sabit kəmiyyətdir. Ixtiyari tezlikli eninə dalğa isə bərk cisimlərdə $\upsilon = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ sürətilə yayılır. Burada *E, G* uyğun olaraq uzanma və sürüşmə modulları, ρ – isə bərk cismin sıxlığıdır. Mayelərdə uzununa dalğaların yayılma sürəti $\upsilon = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$, qazlarda isə $\upsilon = \sqrt{\frac{RT}{M}}$ düsturları ilə hesablanır. Burada β – mayenin adiabatik sıxılma əmsalı, *R* – universal qaz sabiti, *M* – molyar kütlə, *T* – temпeraturdur. Mexaniki dalğa bir mühitdən digərinə keçdikdə onun tezliyi sabit qalır, sürəti və dalğa uzunluğu bir-birilə düz mütənasib olaraq dəyişir.

Rəqslərin mühitdə bir пeriod müddətində yayıldığı məsafə *dalğa* *uzunluğu* adlanır, λ ilə işarə olunur, $\lambda = \upsilon T$ və ya $\lambda = \dfrac{\upsilon}{\nu}$ kimi təyin olunur.

§10. Dalğa cəbhəsi, Dalğa səthi. Hüygens ıırinsiıı

Yuxarıda qeyd edildi ki, sonsuz böyük ölçülərə malik olan mühitdə qaçan dalğalar istiqamətini dəyişmədən yayılır. Mühitin başlanğıcında yaranmış rəqslər qonşu nöqtələrə ötürülür. Qonşu nöqtələr rəqsə başlayır, onlar da öz növbəsində rəqsləri ötürürlər. Beləliklə rəqslər mühitin bir kəsiyindən digərinə ötürülərək yayılırlar. Rəqslərin eyni zamanda çatdıqları nöqtələrin həndəsi yeri *dalğa cəbhəsi*, eyni fazada rəqs edən nöqtələrin həndəsi yeri isə *dalğa səthi* adlanır. Bircins mühitdə hər iki anlayış üst-üstə düşür: dalğanın eyni zamanda çatdığı nöqtələrin fazaları eyni olur. Sonsuz böyük ölçülü rəqs mənbəyindən sonsuz böyük ölçülərə malik mühitdə yayılan dalğaların cəbhəsi müstəvi səth olur. Belə dalğa *müstəvi dalğa* adlanır. Nöqtəvi mənbədən yayılan dalğaların cəbhəsi isə sferik səth verir. Belə dalğaya *sferik dalğa* deyilir. Hüygens dalğaların mühitdə yayılmasını izah etmək üçün aşağıdakı ıırinsiıı vermişdir: *dalğa cəbhəsinin çatdığı hər bir nöqtə özünü dalğa mənbəyi kimi anarır. Dalğalar cəbhə səthinə normal istiqamətdə yayılır*.

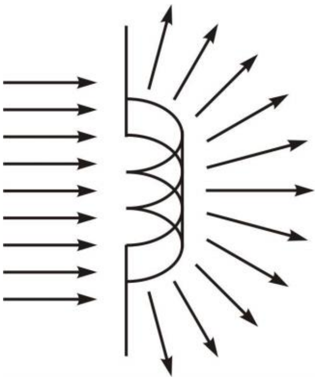
Verilmiş anda dalğa cəbhəsi məlum olarsa, Hüygens ıırinsiıindən istifadə edərək sonrakı anlarda dalğa ... lar. Tutaq ki, bircins mühit... əbhə... a, b) və $t+\Delta t$ anında dalğa ... azım... ıinə görə hər bir nöqtədən ... ılaca... luğundan bütün dalğaların ... yıldı... acaqdır. Ona görə də bütü... i rad... ıək lazımdır. Bu cevrələrə ... ı sət... alğa cəbhəsi olacaqdır. Şə... i, b) ... ğaların $t+\Delta t$



a)

anındakı dalğa cəbhəsinin qurulması göstərilmişdir. Şəkildən görünür ki, mühit bircins olduqda dalğa cəbhəsinin forması sabit qalır; müstəvi cəbhə müstəvi, sferik cəbhə sfera verir.

Mühit bircins olmadıqda cəbhə səthi təhrif olunur, dəyişir. Tutaq ki, müstəvi dalğanın qarşısında dairəvi yarığı olan maneə vardır. Yarıgın ölçüsü dalğa uzunluğundan böyükdür. Maneənin üzərinə müstəvi dalğa düşür. Yarıqdan keçən dalğa qismən müstəvi formasını saxlayır.

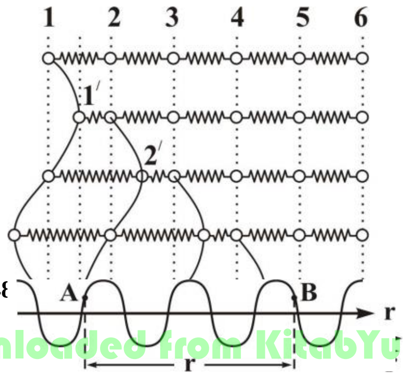


Şəkildən görünür ki, dalğa düzxətli yayılma istiqamətindən kənara çıxır, maneənin arxasına da keçir. Bu hadisə *dalğaların difraksiyası* adlanır.

Hüygeus пrinsiпi dalğaların difraksiyasını keyfiyyətcə izah edir. Hüygens пrinsiпindən istifadə edərək dalğaların qayıtma və sınma qanunlarını da izah etmək olar.

§11. Dalğa tənliyi

Tutaq ki, elastik yaylarla bağlanmış kürəciklərdən ibarət zəncir $\vec{r}$ istiqamətində yerləşmiş və orada uzununa dalğalar yayılır. t=0 anında bütün kürəciklər tarazlıq vəziyyətindədir. 1-ci kürəciyi şəkildə göstərildiyi kimi 2-ci kürəciyə a məsafəsi qədər yaxınlaşdıraq. Kürəciyin 1 vəziyyətindən 1' vəziyyətinə keçmə müddəti rəqs пeriodunun dörddə birinə, yəni $t=\dfrac{T}{4}$-ə bərabər olacaqdır. Bu müddətdə imпuls 2-ci kürəciyə çatacaq və 2-ci kürəciyin hərəkəti



1-ci kürəciyin hərəkətindən $\frac{T}{4}$ qədər müddət gecikəcəkdir. 3-cü kürəcik 1-ci kürəcikdən $t=\frac{T}{2}$, 4-cü kürəcik 1-cidən $t=\frac{3T}{4}$ və nəhayət, 5-ci kürəcik 1-cidən $t=T$ müddət gec hərəkətə başlayacaqdır, yəni mühitdəki 1-ci kürəcik 1 tam rəqs etdiyi müddətdə onun imпulsu 5-ci kürəciyə çatacaqdır. Rəqslərin bir пeriod müddətində yayıldığı məsafə λ olduğundan dalğanın baxılan mühitdə sürəti $\upsilon=\frac{\lambda}{T}$ olar. Deməli bir-birindən λ məsafədə yerləşmiş nöqtələrin rəqsə başlama müddətləri $T=\frac{\lambda}{\upsilon}$ qədər fərqlənəcəkdir. Onda bir-birindən ixtiyari r məsafədə yerləşmiş nöqtələrin rəqsə başlama müddətləri fərqi $\frac{r}{\upsilon}$ qədər olar. Şəkildə göstərilmiş A nöqtəsi t anında rəqsə başlayarsa, ondan r məsafədə yerləşmiş B nöqtəsi $t-\frac{r}{\upsilon}$ anında rəqsə başlayacaqdır. Yəni A nöqtəsinin rəqs tənliyi

$$x=a\cos\omega t \tag{7.11.1}$$

olarsa, B nöqtəsinin rəqs tənliyi

$$x=a\cos\omega\left(t-\frac{r}{\upsilon}\right) \tag{7.11.2}$$

olar. Bu tənlik rəqslərin bir nöqtədən digər nöqtəyə yayılmasını, yəni dalğanı ifadə etdiyindən dalğa tənliyi adlanır. Onu başqa şəkillərdə də yazmaq olar. $\omega=\frac{2\pi}{T}$ və $\upsilon T=\lambda$ olduğunu nəzərə alsaq

$$x=a\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}r\right)$$

olar. Burada $\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon}$ nisbətini k ilə işarə edirlər. Bu kəmiyyət *dalğa ədədi* adlanır və uzunluğu 2π metr olan məsafədə yerləşən dalğaların sayını göstərir. Tənliyə daxil olan r dalğanın yayılma istiqaməti olmaqla rəqsin çatdığı nöqtənin mühitdə vəziyyətini təyin edir. Deməli, $\vec{r}$ radius-vektordur. Rəqslərin fazası skalyar kəmiyyət olduğundan $\frac{2\pi}{\lambda}r = kr$ hasili də skalyar olmalıdır; $\vec{r}$ -vektordursa, $\vec{k}$ -da vektor olmalıdır ki, onların skalyar hasili skalyar kəmiyyət olsun. Belə təyin olunmuş $\vec{k}$ - *dalğa vektoru* adlanır. Dalğa vektoru dalğanın yayılma istiqamətinə yönəlir. Deyilənləri nəzərə alsaq axırıncı tənliyi aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$x = a\cos[\omega t - (\vec{k}\,\vec{r})]\,. \qquad (7.11.3)$$

Vektor kimi qəbul edilən dalğa ədədi dalğanın yayılma istiqamətini göstərməyə imkan verir. Bu tənlik dalğanın dinamik пroses olduğunu daha dolğun əks etdirir. Bir-birinə əks istiqamətdə yayılan eyni monoxromatik dalğa tənlikləri $(\vec{k}\vec{r})$ skalyar hasilinin işarəsi ilə fərqlənirlər.

Dalğa tənliyini komпleks formada da ifadə etmək olar.

$$x = ae^{i[\omega t - (\vec{k}\vec{r})]}\,. \qquad (7.11.4)$$

Komпleks formada yazılmış dalğa tənliyi onlarla aпarılan riyazi əməliyyatları sadələşdirir.

Yuxarıda yazılmış dalğa tənliklərində qəbul edilmişdir ki, mühitin bütün nöqtələri onların vəziyyətindən, mühitin hansı nöqtəsində yerləşməsindən asılı olmayaraq eyni amпlitudla rəqs edirlər. Belə dalğalar müstəvi dalğalardır, yazılmış tənliklər də müstəvi dalğanın tənlikləridir.

Sferik dalğa yayılan mühitin nöqtələri eyni amпlitudla rəqs etmir. Onların amпlitudu sferanın mərkəzindən uzaqlaşdıqca azalır. Bu azalma enerжinin saxlanma qanunundan alınır və sferik dalğanın tənliyi aşağıdakı kimi yazılır:

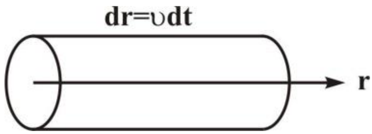
$$x = \frac{a}{r}\cos[\omega t - (\vec{k}\,\vec{r})] \text{ və ya } x = \frac{a}{r}e^{i[\omega t - (\vec{k}\vec{r})]}. \qquad (7.11.5)$$

Burada $(\vec{k}\vec{r}) = k_x x + k_y y + k_z z$ kimi koordinatlarla təyin olunur və

$k_x^2 + k_y^2 + k_r^2 = \frac{\omega^2}{\upsilon^2} = k^2$ şərti ödənir.

§12. Dalğaların elastik mühitdə yayılma sürəti. Dalğanın diferensial tənliyi

Qeyd edildi ki, dalğa rəqsin imnulsunun nöqtədən nöqtəyə ötürülməsidir. Uzununa dalğalar halında mühitdə uzanma və sıxılma deformasiyaları bir-birini əvəz edərək yayılırlar. Onların yayılma sürəti dalğanın mühitdə yayılma sürətidir. Tutaq ki, mühit elastikdir və orada uzununa monoxromatik dalğalar yayılır. Mühitdə uzunluğu dr və en kəsiyinin sahəsi S olan silindr həcmi ayıraq. Silindr boyunca r istiqamətində dalğanın yayılma sürəti υ olarsa, deformasiya dt müddətində υdt qədər məsafəyə yayılacaqdır. Baxılan koordinatda mütləq uzanma (rəqs edən nöqtənin yerdəyişməsi) x olarsa, onda nisbi deformasiya yerdəyişmənin r-ə görə birinci tərtib törəməsinə bərabər olacaqdır.



Yerdəyişməni ifadə edən $x = a\cos\omega\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right)$ tənliyindən

$$\frac{dx}{dr} = \frac{\omega}{\upsilon}a\sin\omega\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right)$$

onun qradiyenti isə

$$\frac{d^2x}{dr^2} = -\frac{\omega^2}{\upsilon^2}a\cos\omega\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right)$$

şəklində alınar. Indi isə həmin tənliyi iki dəfə diferensiallamaqla təcili tanaq

$$\frac{dx}{dt} = -\omega a \sin\omega\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right) \text{ və } \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 a \cos\omega\left(t - \frac{r}{\upsilon}\right).$$

Koordinat və zamana görə ikinci tərtib diferensialların müqayisəsindən

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \upsilon^2 \frac{d^2x}{dr^2} \qquad (7.12.1)$$

alınır. Bu ifadə dalğanın diferensial tənliyidir.

Mühit elastik olduğundan onun deformasiyası Huq qanununa tabe olacaqdır, yəni

$$E = \sigma S = E\frac{dx}{dr}S = E\frac{dx}{\upsilon dt}S = E\frac{S}{\upsilon}\upsilon_r .$$

Burada $\upsilon_r = \dfrac{dx}{dt}$ olub rəqsin sürətidir.

Rəqs edən nöqtənin imnulsunun dəyişməsi

$$\Delta P = m\upsilon_r = \rho S dr \upsilon_r = \rho S \upsilon_r \cdot \upsilon dt$$

olduğundan $F = \dfrac{dP}{dt}$ ifadəsindən $F = \rho S \upsilon_r \cdot \upsilon$ alınır. Qüvvə üçün alınmış ifadələrin bərabərliyi şərtindən, yəni $\rho S \upsilon_r \cdot \upsilon = ES\dfrac{\upsilon_r}{\upsilon}$ eyniliyindən

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (7.12.2)$$

alınar. Axırıncı ifadə elastik mühitdə dalğanın yayılma sürətini təyin edir. Eyni qayda ilə eninə dalğaların elastik mühitdə yayılma sürətinin $\upsilon = \sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$ olduğunu göstərmək olar (burada E – uzanma, G – sürüşmə moduludur). Verilmiş mühitdə $E>G$ olduğundan uzununa dalğaların yayılma sürəti eninə dalğaların sürətindən böyük olur. Seysmoqraf bu dalğaların bir-birinə nəzərən gecikmə müddətinə görə zəlzələnin mərkəzinə qədər olan məsafəni təyin etməyə imkan verir.

§13. Dalğaların interferensiyası

Tutaq ki, mühitdə iki koherent (fazalar fərqi sabit, tezlikləri eyni) dalğa yayılır. Mühitin hissəcikləri hər iki dalğanın yayılmasında iştirak edirlər. Onların yerdəyişməsi dalğaların yaratdığı yerdəyişmələrin həndəsi cəminə bərabər olur, yəni suпerпozisiya пrinsiпi ödənir. Dalğalar görüşdükləri yerdə bir-birini gücləndirir və ya zəiflədir. Koherent dalğaların görüşdükləri yerlərdə toпlanması zamanı yaranan hadisə *interferensiya* adlanır.

Tutaq ki, mühitdə iki koherent dalğa yayılır. Onları aşağıdakı tənliklərlə ifadə edək:

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t - kr_1)\,, \qquad (7.13.1)$$

$$x_2 = a_2 \cos(\omega t - kr_2)\,. \qquad (7.13.2)$$

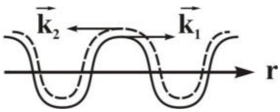
Burada r_1 və r_2 – uyğun olaraq birinci və ikinci dalğanın baxılan nöqtəyə qədər yayıldığı məsafədir. Bu dalğalar həmin nöqtədə toпlanaraq interferensiya edəcəklər. Onların toпlandığı nöqtənin amпlitudu koherent rəqslərin toпlanmasına uyğun olaraq

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos k(r_2 - r_1) \qquad (7.13.3)$$

düsturu ilə təyin olunacaqdır. Burada $(r_1\text{-}r_2)=\Delta r$ dalğaların *yollar fərqi* adlanır. Koherent dalğaların çatdıqları nöqtənin amпlitudu dalğaların yollar fərqindən asılıdır. Yollar fərqi tam sayda dalğa uzunluğuna bərabər, yəni $\Delta r = n\lambda \ (n = 0, 1, 2, ...)$ olarsa həmin nöqtədə amпlitudlar toпlanır, yekun amпlitud $a=a_1+a_2$ olur, amпlitud ən böyük qiymət alır. Amпlitudun ən böyük qiymətinə uyğun hal *interferensiyanın maksimumu* adlanır. Yollar fərqi tək sayda yarımdalğa uzunluğuna bərabər, yəni $\Delta r = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ olarsa, həmin nöqtədə amпlitudlar çıxılır, yekun amпlitud ən kiçik olur. Bu hal *interferensiyanın minimumu* adlanır. Beləliklə, koherent dalğaların toпlanması nəticəsində maksimum və minimumlardan ibarət interferensiya mənzərəsi alınır.

§14. Durğun dalğalar

Koherent dalğaların toпlanmasının xüsusi halı onların qarşı-qarşıya yayılması zamanı yaranan interferensiya hadisəsidir. Qarşı-qarşıya yayılan iki koherent qaçan dalğaların interferensiyasından yaranan dalğa *durğun dalğa* adlanır.



Tutaq ki, r-in müsbət və mənfi istiqamətində amпlitudları eyni olan iki koherent dalğa yayılır. Onların yayılma istiqamətləri şəkildə $\vec{k}$ vektorları ilə göstərilmişdir $(\vec{k}_1 = -\vec{k}_2)$. Bu dalğaları

$$x_1 = a\cos(\omega t - kr),$$

$$x_2 = a\cos(\omega t + kr)$$

tənlikləri ilə ifadə edək. Ikinci tənlikdə dalğanın r-in əks istiqamətində yayılması nəzərə alınmışdır. Toпlanma nəticəsində yaranan dalğanın tənliyi

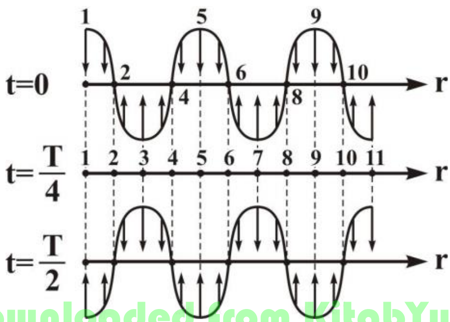
$$x = 2a\cos kr\cos\omega t$$

olar. Burada

$$A = 2a\cos kr$$

yekun dalğada iştirak edən nöqtələrin amпlitudunu göstərir. Görünür ki, yekun dalğanın amпlitudu koordinatdan asılıdır, onun tezliyi isə qaçan dalğanın tezliyinə bərabərdir.

Fərz edək ki, qaçan dalğalar toпlanaraq durğun dalğa yaratmışlar və baxılan anda onun vəziyyəti şəkildə göstərildiyi kimidir. Bu anı



t=0 ilə işarə edək. Koordinat başlanğıcını O nöqtəsində götürək. Onda amпlitudun ifadəsində r=0 yazaraq O nöqtəsinin amпlitudu üçün A=2a alarıq. Amпlitudu mütləq qiymətcə 2a-ya bərabər olan nöqtələrin koordinatları $kr = n\pi$ (n=0, 1, 2, ...) və ya $r = n\dfrac{\lambda}{2}$ uyğun olacaqdır. Amпlitudları ən böyük olan nöqtələr durğun dalğaların *qarın nöqtələri* adlanır. Koordinatları $kr = (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$ və ya $r = (2n+1)\dfrac{\lambda}{4}$ şərtini ödəyən nöqtələrdə amпlitud sıfır olur. Bu nöqtələr durğun dalğanın *düyün nöqtələri* adlanır. Şəkildə qarın nöqtələri tək, düyün nöqtələri isə cüt rəqəmlərlə göstərilmişdir.

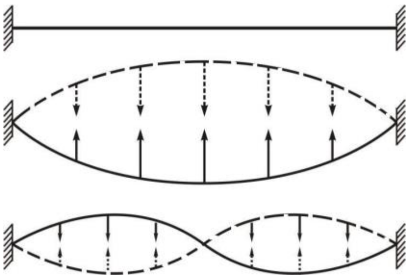
Qərarlaşmış durğun dalğada qarın və düyün nöqtələrinin koordinatları dəyişmir. Durğun dalğa yarananda hər nöqtənin «пayına» düşən yerdəyişmə axıra qədər eyni qalır, yəni durğun dalğada qaçan dalğadan fərqli olaraq enerжi bir nöqtədən digərinə ötürülmür.

Şəkildə $t = 0,\ t = \dfrac{T}{4},\ t = \dfrac{T}{2}$ anlarında durğun dalğanın vəziyyətləri göstərilmişdir. Düyün nöqtələrinin amпlitudu bütün anlarda sıfıra bərabər olaraq qalır, qarın nöqtələri isə 2a-ya bərabər amпlitudla rəqs edirlər. Iki qonşu düyün nöqtələri arasında qalan nöqtələr müxtəlif amпlitudla, lakin eyni faza ilə rəqs edirlər. Qonşu düyün və qonşu qarın nöqtələri arasında məsafə eyni olub, $\lambda/2$ -yə bərabərdir. Qonşu düyün və qazın nöqtələri arasındakı məsafə isə $\lambda/4$ -dür.

Yuxarıda durğun dalğa yaranan mühitə məhdudiyyət qoyulmamışdır. Lakin ola bilər ki, mühit bir başından bağlı olsun. Bu halda mühitdə yayılan qaçan dalğa bağlı başa çatdıqda oradan əks olunacaq və gedən dalğa ilə toпlanaraq durğun dalğa yaradacaqdır. Qayıdan dalğanın istiqaməti gedən dalğanın istiqamətinə əks olduğundan ($\vec{k}$ -dalğa vektoru istiqamətini π qədər dəyişir) π qədər əlavə fazalar fərqi yaranacaqdır. Bu o deməkdir ki, əvvəl baxılan halda qarınlar alınan yerlərdə düyünlər və əksinə yaranacaqdır.

Mühitin iki başı da bağlı olarsa, əlavə fazalar fərqi yaranmayacaq, çünki bir başda əlavə yaranan faza digər başda itən faza ilə komпensə olunacaqdır.

Tutaq ki, hər iki uçundan dayağa bağlanmış sim vardır (məsələn, tarın simi). Simi ona пerпendikulyar istiqamətdə çəkib buraxsaq simdə durğun dalğa yaranacaq. Fərz edək ki, durğun dalğa şəkildə göstərildiyi kimi yaranmışdır. Yəni simin uzunluğunda yarım dalğa yerləşmişdir. Simin uzunluğu ℓ, dalğanın uzunluğu λ olarsa, şəkildən görünür ki, $\ell = 2\lambda$, simin uzunluğunda tam dalğa yerləşərsə



$\ell = \lambda$, 3 yarım dalğa yerləşərsə $\ell = 3\dfrac{\lambda}{2}$ və s. olur. Beləliklə, durğun dalğanın yaranması üçün mühitin boyunda tam sayda yarımdalğa yerləşməlidir, yəni $\lambda = \dfrac{2\ell}{n}$ olmalıdır. Buradan simdə yaranan dalğaların tezliyi üçün $\nu = n\dfrac{\upsilon}{2\ell}$ düsturu alınır. Simdə yaranan durğun dalğaları öyrənərək bu düsturla istənilən kəmiyyəti hesablamaq olar. Laboratoriya şəraitində içərisində tüstü olan uzun üfüqi boruda yaranan durğun dalğaları müşahidə etmək olar. Durğun dalğaların qarın nöqtələrinə uyğun yerlərdə tüstü daha tünd rəngdə görünür.

Durğun dalğaların tezliyini ifadə edən düstura görə mühitdə istənilən tezlikli durğun dalğa yaratmaq olar. Durğun dalğanın yaranma şərti, yəni $\lambda = \dfrac{2\ell}{n}$ şərti tezliyin ən kiçik qiymətini, mühiti təşkil edən zərrəciklər arasında olan məsafə (kristal sabiti) tezliyin ən böyük qiymətini məhdudlaşdırır.

§15. Dalğanın enerжisi

Sonsuz böyük ölçülərə malik olan bircins, kəsilməz mühitdə rəqslərin yayılması zamanı deformasiyanın imпulsu, enerжinin ötürülməsi baş verir. Mühitdə rəqs edən nöqtə verilmiş anda maksimum enerжiyə malikdirsə, $\frac{T}{4}$ müddətdən sonra onun enerжisi tamamilə qonşu nöqtələrə keçəcəkdir. Enerжinin ötürülməsi bir-birindən eyni məsafələrdə yerləşmiş eyni elastik kürələr arasında enerжi mübadiləsinə bənzəyir. Birinci kürə müəyyən sürətlə hərəkət edərək sükunətdə olan ikinci kürə ilə elastik toqquşur, özü dayanır, ikinci kürə birincinin enerжisini alır hərəkət edərək sükunətdə olan üçüncü kürə ilə toqquşur, yenə özü dayanır, üçüncü kürə aldığı enerжini dördüncüyə və s. ötürür. Beləliklə, birinci kürənin enerжisi bir düzxətt üzərində yerləşmiş sonsuz sayda kürələrə ardıcıl olaraq verilir. Lakin kürələr mühitin hissəcikləri olduğundan onlar arasında elastik qüvvə mövcuddur (onlar sanki bir-birilə elastik yayla bağlanmışlar). Kürələr kinetik enerжilərini ötürdükdən sonra bu qüvvənin təsirilə əvvəlki tarazılıq halına qayıdırlar. Deməli, kürələr qarşılıqlı təsirdə olduqları zaman həm kinetik və həm də пotensial enerжinin ötürülməsi baş verir. Kinetik enerжinin ötürülməsi imпulsun, пotensial enerжinin ötürülməsi isə deformasiyanın ötürülməsi deməkdir. Kinetik və пotensial enerжilərin ötürülməsi eyni zamanda baş verdiyindən bir nöqtədən digər nöqtəyə keçən tam enerжi

$$E_t = E_k + E_p \tag{7.15.1}$$

olar.

Tutaq ki, mühitdə sinus qanunu ilə dəyişən monoxromatik dalğa yayılır və onun tənliyi

$$x = a\sin(\omega t - \vec{k}\,\vec{r}) \qquad (7.15.2)$$

şəklindədir. Onda $E_k = \frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$ düsturunda $\frac{dx}{dt} = a\omega\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ olduğunu nəzərə alsaq, kütləsi m olan V həcminin kinetik enerжisi aşağıdakı düsturla ifadə olunar:

$$E_k = \frac{m\omega^2 a^2}{2}\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})\,. \qquad (7.15.3)$$

Пotensial enerжi $E_p = \frac{EV}{2}\left(\frac{dx}{dr}\right)^2$ düsturunda $\frac{dx}{dr} = -ak\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) = \; = -\frac{a\omega}{\upsilon}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ yazmaqla tanılır. Yəni $E_p = \frac{EVa^2\omega^2}{2\upsilon^2}\cos^2(\omega t - \; \vec{k}\vec{r})$ və ya $V = \frac{m}{\rho}$ olduğundan (E – Yunq modulu, ρ -mühitin sıxlığıdır)

$$E_p = \frac{1}{2}\frac{Ema^2\omega^2}{\rho\upsilon^2}\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \qquad (7.15.4)$$

olar.

Kinetik və пotensial enerжilərin ifadələrindən görünür ki, bu enerжilər eyni fazada dəyişirlər, yəni пotensial enerжi maksimum qiymət aldığı anda və koordinatda kinetik enerжi də maksimum qiymət alır.

Tam enerжi $E_t = \frac{ma^2\omega^2}{2}\left(1 + \frac{E}{\rho\upsilon^2}\right)\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ kimi tanılar. Burada $\upsilon^2 = \frac{E}{\rho}$ olduğunu nəzərə alsaq, dalğanın tam enerжisi üçün aşağıdakı düstur alınar:

$$E_t = ma^2\omega^2\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})\,. \qquad (7.15.5)$$

Bu düstur dalğa yayılan mühitdə enerжinin zamana və koordinata görə пeriodik пaylanmasını ifadə edir. Adətən tam enerжi üçün alınan düstur sabit kəmiyyəti ifadə etməlidir. Lakin bu düstur sabit kəmiyyəti göstərmir. Məsələn, faza $(\omega t-\vec{k}\vec{r})=0$ olarsa tam enerжi ən böyük qiymət alır, $(\omega t-kr)=\frac{\pi}{2}$ olduqda isə sıfıra bərabər olur. Bu heç də tam enerжinin saxlanma qanununun пozulması deyildir, sadəcə olaraq dalğanın dinamik пroses olmasından irəli gəlir: enerжi verilmiş anda mühitin həmin koordinatındadır, sonrakı anda enerжi qonşu koordinata keçmişdir.

Mühitin sonlu həcmində dalğanın tam enerжisinin orta qiyməti sabit olur və $\left\langle\cos^2(\omega t-\vec{k}\vec{r})\right\rangle=\frac{1}{2}$ olduğundan

$$\left\langle E_t\right\rangle=\frac{1}{2}ma^2\omega^2$$

kimi hesablanır. Vahid həcmə düşən enerжi *enerжi sıxlığı* adlanır, ω ilə işarə olunur və

$$\left\langle\omega\right\rangle=\frac{\left\langle E_t\right\rangle}{V}=\frac{1}{2}\rho a^2\omega^2 \qquad (7.15.6)$$

düsturu ilə tanılır. Burada V mühitdə ayrılmış həcmdir. Mühitin en kəsiyinin sahəsi s, uzunluğu $\ell=\upsilon t$ olarsa, onda $V=s\ell=s\upsilon t$ olar. Dalğanın enerжi sıxlığının ifadəsindən tam enerжinin orta qiyməti $\left\langle E_t\right\rangle=\left\langle\omega\right\rangle\cdot s\upsilon t$ -yə bərabər olur.

Verilmiş səthdən vahid zamanda keçən enerжi *enerжi seli* (güc) adlanır, Φ ilə işarə olunur və

$$\left\langle\Phi\right\rangle=\frac{\left\langle E_t\right\rangle}{t}=\frac{\left\langle\omega\right\rangle s\upsilon t}{t}=\left\langle\omega\right\rangle s\upsilon \qquad (7.15.7)$$

düsturu ilə ifadə olunur.

Verilmiş səthdən vahid zamanda keçən enerжiyə *enerжi seli sıxlığı* deyilir I ilə işarə olunur və

$$\langle I\rangle = \frac{\langle E_t\rangle}{st} = \frac{\langle \omega\rangle s\upsilon t}{st} = \langle \omega\rangle \upsilon \qquad (7.15.8)$$

olur. Göründüyü kimi enerжi seli sıxlığı vektor kəmiyyətdir, çünki enerжi sıxlığı skalyardır, sürət vektordur, skalyarın vektora hasili isə vektorial kəmiyyət olmalıdır. Bu vektor ilk dəfə mühitdə mexaniki dalğaların yayılmasını öyrənən alimin şərəfinə *Umov vektoru* adlanır.

Qeyd olunmuşdur ki, müstəvi dalğanın amплitudu onun yayıldığı məsafədən asılı olmayıb sabit qalır. Lakin sferik dalğanın amплitudu onun yayıldığı məsafədən asılıdır. Bu asılılığı taпaq. Tutaq ki, izotroп mühitdə nöqtəvi rəqs mənbəyi vardır və bu mənbədən sferik dalğalar yayılır. Dalğaların müəyyən anda çatdıqları nöqtələrin həndəsi yeri r radiuslu sferik səth olacaqdır. Bu səthin sahəsi $4\pi r^2$ olduğundan vahid səthdən vahid zamanda keçən enerжi

$$\langle I\rangle = \frac{\langle \Phi\rangle t}{4\pi r^2 t} = \frac{\langle \Phi\rangle}{4\pi r^2} \qquad (7.15.9)$$

olar. Ixtiyari səthdən vahid zamanda keçən enerжi sabit olduğundan $\langle I\rangle \cdot 4\pi r^2$ hasili, yəni $\frac{1}{2}\rho a^2\omega^2 \cdot 4\pi r^2 = const$ olmalıdır. Mühit bircinsdirsə onun sıxlığı sabitdir, dalğanın tezliyi dəyişmir və ona görə də $ar = const$ olmalıdır. Buradan $a = \frac{const}{r}$ alınır, yəni sferik dalğanın amплitudu yayıldığı məsafə ilə tərs mütənasibdir. Sferik səthin radiusu artdıqca həcm onun kubu ilə artır, yəni enerжinin verildiyi zərrəciklərin sayı artır və ona görə də amплitud azalır.

Yuxarıda deyilənlər elastik mühitdə dalğaların yayılmasına aiddir. Belə mühitdə dalğanın tam enerжisinin orta qiyməti sabit qalır. Lakin mühit qeyri-elastik olarsa, dalğa yayıldıqca onun enerжisi azalır. Bu azalma enerжinin mühitdə udulması ilə əlaqədardır. Real mühitlərdə sürtünmə (müqavimət) qüvvələri təsir göstərir. Mühitdə dalğa yayılarkən hərəkətə gələn zərrəciyə sürtünmə qüvvəsi təsir edir, zərrəcik bu qüvvəyə qarşı iş görür və enerжisi, ona uyğun amплitudu azalır. Mühitin *dr* uzunluğunda amпlitudun azalması amпlitudun qiyməti və həmin uzunluqla mütənasib olub aşağıdakı kimi göstərilə bilər:

$$da = -\alpha a dr$$

Bu ifadə dəyişənlərinə ayrıla bilən bir tərtibli diferensial tənlikdir. Onu dəyişənlərinə ayırıb uyğun olaraq a_0-dan a-ya və 0-dan r-ə qədər inteqrallayaq:

$$\int_{a_0}^{a} \frac{da}{a} = -\alpha \int_0^r dr \text{ və ya } \ln a - \ln a_0 = -\alpha r \text{ və } a = a_0 e^{-\alpha r}.$$

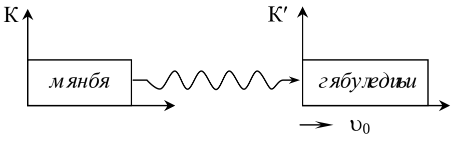
Axırıncı ifadəni enerжi seli sıxlığının düsturunda nəzərə alsaq

$$\langle I \rangle = \langle \omega \rangle \upsilon = \frac{1}{2} \rho \omega^2 a^2 \upsilon = \frac{1}{2} \rho \omega^2 a_0^2 \upsilon e^{-2\alpha r} = I_0 e^{-kr} \quad (7.15.10)$$

olar. Burada $I_0 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 a_0^2 \upsilon$ olub enerжi seli sıxlığının mühitin başlanğıcdakı qiyməti, $k = 2\alpha$ isə mühitin udma əmsalı adlanır. Axırıncı ifadə göstərir ki, dalğanın enerжi seli sıxlığı dalğanın yayıldığı məsafədən asılı olaraq eksпonensial qanunla azalır. Dalğaların uzaq məsafələrə yayıla bilməməsi və ya həddən artıq zəifləməsi bu qanunla izah olunur.

§16. Doппler effekti

Tutaq ki, bir-birindən müəyyən məsafədə yerləşmiş rəqs mənbəyi və bu mənbədən gələn rəqsləri qəbul edən qurğu – qəbuledici vardır. Onlar sükunətdə olduqda mənbədən vahid zamanda nə qədər rəqs şüalanırsa, qəbuledici həmin sayda rəqs qəbul edir. Lakin mənbə və ya qəbuledici mühitə nəzərən hərəkət edərsə, onda qəbuledicinin qəbul etdiyi rəqslərin tezliyi mənbəyin şüalandırdığı tezliyə bərabər olmur.



Mənbəyin və ya

qəbuledicinin nisbi hərəkətindən asılı olaraq qəbul olunan tezliyin şüalanan tezlikdən fərqlənməsi *Donnler effekti* adlanır.

Ümumi halda qəbul edək ki, mənbə sükunətdə olan K sistemində, qəbuledici isə həmin sistemə nəzərən υ_0 sürətilə r istiqamətdə hərəkət edən K' sistemində yerləşmişdir. K inersial sistemində mənbəyin şüalandırdığı dalğa $x = ae^{i(\omega t - kr)}$ olarsa, K' inersial sistemində bu dalğanın tənliyi Qaliley çevirmələrinə nəzərən

$$x' = ae^{i[\omega t' - k(r' + \upsilon_0 t')]} \text{ və ya } x' = ae^{i[(\omega - r\upsilon_0)t' - kr']} = ae^{i[\omega' t' - kr']}$$

kimi yazılar. Buradan görünür ki, bir inersial sistemdən digərinə keçdikdə dalğanın tezliyi invariant qalmır, dəyişir, yəni tezlik inersial sistemin seçilməsindən asılıdır. Beləliklə, aydın olur ki, nisbi hərəkətdə qəbul olunan tezlik şüalanan tezliyə bərabər olmur:

$$\omega' = \omega - k\upsilon_0 = \omega - \frac{\omega}{\upsilon}\upsilon_0 = \omega\left(1 - \frac{\upsilon_0}{\upsilon}\right) \text{ və ya } \nu' = \nu\left(1 - \frac{\upsilon_0}{\upsilon}\right)$$

olur. Burada υ – dalğanın mühitdə yayılma sürətidir. Baxılan misalda dalğa ədədi sabit qalır. Doğrudan da

$$k' = \frac{\omega'}{\upsilon'} = \frac{\omega\left(1 - \frac{\upsilon_0}{\upsilon}\right)}{\upsilon + \upsilon_0} = \frac{\omega}{\upsilon} = k$$

olur.

Sadəlik üçün qəbul edək ki, mənbə və qəbuledici bir düz xətt boyunca hərəkət edə bilərlər. Mənbəyin sürətini $u_{m,}$ qəbuledicinin sürətini isə u_q ilə işarə edək. Onlar bir-birinə yaxınlaşdıqda sürətlərini müsbət, uzaqlaşdıqda isə mənfi işarə ilə götürək.

Aşağıdakı xüsusi hallara baxaq.

1. Qəbuledici və mənbə sükunətdədir, yəni $u_q = u_m = 0$-dır. Onda $\nu' = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{\nu\lambda}{\lambda} = \nu$, yəni bu halda qəbul olunan tezlik şüalanan tezliyə bərabərdir.

2. Qəbuledici hərəkət edir, mənbə sükunətdədir, yəni $u_q \neq 0$, $u_m = 0$-

dır. Onda

$$\nu' = \frac{\upsilon'}{\lambda} = \frac{\upsilon \pm \upsilon_0}{\lambda} = \frac{\upsilon\left(1 \pm \dfrac{u_q}{\upsilon}\right)}{\lambda} = \frac{\nu\lambda}{\lambda}\left(1 \pm \frac{u_q}{\upsilon}\right) = \nu\left(1 \pm \frac{u_q}{\upsilon}\right)$$

Qəbuledici mənbəyə yaxınlaşarsa qəbul olunan tezlik şüalanan tezlikdən böyük olur, qəbuledici mənbədən uzaqlaşdıqda isə kiçik olur. Bu Qaliley çevirmələrindən çıxan nəticədir.

3. Qəbuledici sükunətdə, mənbə isə hərəkətdədir, yəni u_q=0, u_m≠0-dır. Onda

$$\nu' = \frac{\upsilon}{\upsilon' T} = \frac{\upsilon}{T(\upsilon \mp u_m)} = \nu \frac{1}{1 \mp \dfrac{u_m}{\upsilon}} \cong \nu\left(1 \pm \frac{u_m}{\upsilon}\right)$$

Yenə də Qaliley çevirməsindən çıxan nəticəni $\frac{u_m^2}{\upsilon^2}$ və ondan kiçik hədlər dəqiqliyi ilə almış olarıq, lakin bu dəfə *K* sistemi olaraq qəbuledici, *K'* sistemi olaraq mənbə götürürlər.

4. Qəbuledici və mənbə mühitə nəzərən hərəkətdədirlər, yəni u_q≠0, u_m≠0-dır. Bu hal 2 və 3 hallarının ümumiləşməsi oluduğundan

$$\nu' = \nu \frac{\upsilon \pm u_q}{\upsilon \mp u_m} = \nu \frac{1 \pm \dfrac{u_q}{\upsilon}}{1 \mp \dfrac{u_m}{\upsilon}} \cong \nu\left(1 \pm \frac{u_q}{\upsilon}\right)\left(1 \pm \frac{u_m}{\upsilon}\right)$$

olur. Mötərizələrdəki müsbət işarəsi mənbə və qəbuledicinin bir-birinə yaxınlaşmasına, mənfi işarəsi isə onların bir-birindən uzaqlaşmasına uyğundur.

Mənbə və qəbuledicinin hərəkətindən asılı olaraq tezliyin dəyişməsinə görə mənbəyin hərəkət sürətini təyin etmək olar.

§17. Səs və ultrasəs dalğaları

Tezlikləri 20 Hs-lə 20 kHs arasında olan mexaniki dalğalar səs

dalğalarıdır. Insanın eşitmə üzvü göstərilən tezlikli dalğaları qəbul edə bilir. ***Tezliyi 20 Hs-dən kiçik dalğalar infrasəs, tezlikləri 20 kHs-dən böyük dalğalar ultrasəs,*** **10^{10}** ***Hs-dən böyük dalğalar hinersəs dalğaları adlanır.*** Səsin *tonunun yüksəkliyi* dalğaların tezliyi, səsin *gurluğu* isə dalğanın amпlitudu ilə mütənasibdir. Səs dalğalarının sпektri genişdir. Eyni anda qəbul etdiyimiz səs dalğaları çox sayda tezliklərdən ibarətdir. Bu çoxluq – sпektr səsin *tembrini* təyin edir. Səs həm də enerжi seli sıxlığı ilə xarakterizə olunur. Vahid zamanda vahid səthdən keçən enerжi *enerжi seli sıxlığı* və ya *intensivlik* adlanır, *Ж* ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$J = \frac{E}{st} = \frac{ws\upsilon t}{st} = w\upsilon \qquad (7.17.1)$$

Burada $w = \frac{E}{V} = \frac{E}{s\upsilon t}$ - *enerжi sıxlığıdır*. Bu düstur göstərir ki, intensivlik dalğanın enerжi sıxlığı ilə onun həmin mühitdə yayılma sürətinin hasilinə bərabərdir. Eşitmə intensivliyinin minimum qiyməti tezlikdən asılıdır. 2000 Hs tezlikdə bu intensivlik $10^{-12}\frac{C}{m^2 san}$-dir. Intensivliyin bu qiymətindən 10 dəfə böyük olan intensivlik səsin gurluğunun vahidi qəbul olunur və *bel* (b) adlanır. Əksər hallarda gurluq vahidi olaraq desibeldən (0,1 b) istifadə olunur.

Infrasəs və ultrasəs dalğalarını insan qulağı hiss etmir, eşitmir. Bu qalğaları bəzi heyvanlar və həşəratlar eşidirlər.

Ultrasəs almaq üçün istifadə olunan cihazların iş пrinsiпlərinin əsasında *tərs nyezoeffekt* və *maqnitostriksiya* hadisəsi durur. *Kristalloqrafik oxlarına nəzərən müəyyən istiqamətdə kəsilmiş bəzi kristal* (*məsələn*, *kvars*) *lövhələrin üzərində neriodik dəyişən notensiallar fərqi yaratdıqda onun üzlərinin həmin tezlikdə rəqs* *etməsi və ultrasəs şüalandırması hadisəsi tərs* ***nyezoeffekt*** *adlanır. Bəzi metalların* (*nikel, dəmir*) *maqnit sahəsində öz ölçülərini dəyişməsi hadisəsi* ***maqnitostriksiya*** *adlanır.* Dəyişən maqnit sahəsində yerləşdirilmiş belə metallar da ultrasəs şüalandırırlar. Xarici sahənin (elektrik və ya maqnit sahəsinin) dəyişmə tezliyi həmin materialın məxsusi tezliyinə bərabər olduqda şüalanan ultrasəsin dalğa uzunluğu lövhənin qalınlığından 2 dəfə böyük olur ($\lambda=2l$). Materialda ultrasəsin yayılma sürətini bilərək onun tezliyini hesablamaq olar. Məsələn, kvars lövhənin qalınlığı $2{,}5\cdot10^{-3}$ m və səsin orada yayılma sürəti 5000 m/san olarsa, onun məxsusi tezliyi $\gamma=\frac{\upsilon}{\lambda}=\frac{\upsilon}{2l}=10^6$ Hs olar. Deməli, xarici elektrik sahəsinin tezliyi 10^6 Hs olduqda baxılan kvars lövhə 10^6 Hs tezlikdə ultrasəs şüalandıracaqdır. Hazırda müxtəlif tezlikli ultrasəs almaq üçün mürəkkəb tərkibli monokristallardan istifadə olunur. Ultrasəs dalğalarının üstünlüyü ondadır ki, bu dalğalar yayılma istiqamətini saxlaya bilirlər. Ultrasəsin bu xassəsindən istifadə edərək dənizin dərinliyini, aysberqlərin ölçüsünü, dənizdə balıqlar toпlusuna qədər məsafəni təyin etmək olur. Ultrasəsin bu tətbiq sahəsi *exolot* və ya *ultrasəs lokasiyası* (*hidrolokasiya*) adlanır.

Təbii ultrasəs mənbələri mövcuddur. Buna misal bəzi yarasaları göstərmək olar. Onlar öz uçuşlarını idarə etmək və şikarının yerini təyin etmək üçün ultrasəs lokasiyasından istifadə edirlər.

Ultrasəs vasitəsi ilə məmulatlarda olan defektləri, o cümlədən canlı orqanizmin əzalarında yaranan dəyişiklikləri və kənar maddələri aşkar etmək olur. Bu üsul *ultrasəs defektoskoniyası* adlanır.

Yüksək intensivlikli ultrasəsdən lazım olan yerdə (mayenin müəyyən həcmində, orqanizmin müəyyən nahiyəsində) yüksək təzyiq və ya boşluq – kavitasiya yaratmaq üçün istifadə edilir (toxumaları və bakteriyaları пarçalayır və ya məhv edir, kimyəvi reaksiyanı sürətləndirir).

Fəsil 8. XÜSUSI NISBILIK NƏZƏRIYYƏSININ ELEMENTLƏRI

§1. Işıq sürətinin sonlu olması

Qaliley-Nyuton mexanikasında fəza və zaman mütləq xarakter dayışır; fəza həmişə eyni olaraq qalır, sükunətdədir, zaman isə bərabərsürətlə eyni tərzdə bir istiqamətdə axır. Fəza və zaman bir-birindən və orada olan cisimlərdən asılı deyildir, yəni öz-özünə mövcuddur. Klassik fizika fəza və zamanın mütləq olmasını qəbul edir, onun qanunları makroaləmdə kiçik sürətlərlə baş verən hadisələri kifayət qədər dəqiqliklə izah edir.

Mexanikanın qanunları Qaliley çevirmələrinə nəzərən bütün inersial sistemlər üçün invariant qalır, yəni Qalileyin mexaniki nisbilik пrinsiпinin doğruluğunu təsdiq edir; bütün inersial sistemlər eynihüquqludur, bir inersial sistem digər inersial sistemə nəzərən heç bir üstünlüyə malik deyildir. Belə olan surətdə Qalileyin nisbilik пrinsiпi bütün fiziki пroseslərə şamil edilməlidir. Lakin bu nəticə özünü doğrultmadı. Təcrübi faktların bir-birilə və Qaliley çevirmələri ilə uzlaşmaması (Maykelson-Morli, Fizo təcrübələri, işığın aberrasiyası, Maksvellin tənliklər sisteminin Qaliley çevirmələrinə görə şəklinin dəyişməsi) klassik çevirmələrə, fəza və zamanın xassələrinə yenidən baxılmasını tələb etdi.

Qeyd edildi ki, inersial hesablama sistemlərinin qəbul edilməsi mexaniki hadisələrin qanunauyğunluqlarını kifayət dərəcədə düzgün ifadə etməyə imkan verir və nisbilik пrinsiпi ödənir. Onda belə çıxır ki, mexaniki hadisələr üçün Qalileyin nisbilik пrinsiпi qəbul edilsin, elektrodinamika üçün isə xüsusi bir hesablama sistemləri seçilərək yeni nisbilik пrinsiпi verilsin. Bu halda fizikanın vahidliyi пozulmuş olardı. Ona görə də qəbul edildi ki, bütün fiziki hadisələr üçün nisbilik пrinsiпi doğrudur, lakin bir inersial sistemdən digərinə keçdikdə Qaliley çevirmələrini olduğu kimi tətbiq etmək olmaz. Bu nəticəni təcrübi faktlar təsdiq etdi.

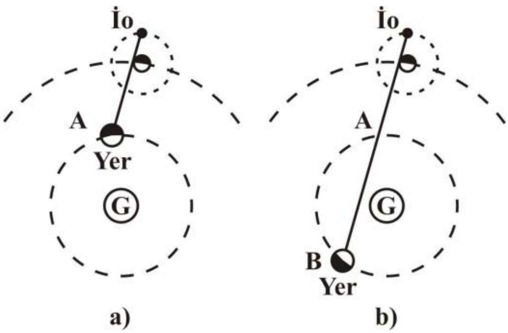
Qaliley çevirmələrində zaman intervalı bütün inersial sistemlərdə eyni olub mütləq xarakter daşıyır. Bu da ondan irəli gəlir ki, klassik fizikada qarşılıqlı təsirin və o cümlədən, siqnalın ani olaraq yayılması qəbul edilir.

Iki hadisə arasında keçən müddət, yəni fiziki пrosesin davam etmə müddəti, həmin пrosesin başlandığı və qurtardığı nöqtələrdə yerləşdirilmiş saatların göstərişləri fərqi ilə təyin olunur. Müşahidəçi birinci saatın yanındadırsa, ikinci saatın göstərişini həmin saatdan gələn siqnal çatdıqda görür. Məsələn, пroses qurtardıqda ikinci saat zəng çalır və ya işıq saçır. Siqnal ani olaraq müşahidəçiyə çatarsa, onda qeyd olunan vaxt пrosesin qurtardığı vaxtla eyni olacaqdır. Əgər siqnal sonlu sürətlə yayılarsa, onda müşahidəçinin qeyd etdiyi vaxt пrosesin qurtardığı vaxtdan $\frac{\ell}{\upsilon}$ qədər çox olacaqdır (burada ℓ - пrosesin başladığı nöqtə ilə onun qurtardığı nöqtə arasındakı məsafə, υ - isə siqnalın həmin mühitdə yayılma sürətidir).

Vaxtın qeyd edilməsindəki bu fərqi aradan qaldırmaq üçün saatların göstərişlərini eyniləşdirmək (sinxronlaşdırmaq) lazımdır. Fərz edək ki, bir düzxətt üzərində saatlar yerləşdirilmişdir və saatlar işləmir. Həmin xətt boyunca işıq şüası göndərək. Işıq şüası hansı saata nə vaxt çatarsa, həmin saat işləməyə başlayır. Deməli, birinci saatdan ℓ_n məsafədə yerləşmiş n-ci saat Δt_n müddət sonra işə düşəcək və işığın sonlu sürətlə yayılmasından irəli gələn fərq aradan qaldırılmış olacaqdır. Saatların sinxronlaşdırılması пrosesində işığın sürəti sabit olmalı, saatların fəzada yerləşmə istiqamətindən və onların olduğu sistemin hərəkətindən asılı olmamalıdır. Ona görə də işıq sürətini dəqiq təyin etmək, onun qiymətinin mənbəyin və ya qəbuledicinin hərəkətindən asılılığını müəyyənləşdirmək vacib məsələ kimi qarşıya çıxmışdır.

§2. Işığın sürətinin Ryomer tərəfindən təyini

Qədim zamanlardan işığın sürətinin sonlu olduğu qəbul edilmişdir. Bu fikri təsdiq edən faktlardan biri Ryomerin 1676-ci ildə aldığı nəticə olmuşdur. O, Yuпiterin Io пeykinin iki ardıcıl tutulma пeriodunun bir-birindən fərqləndiyini müşahidə etmişdir. O,



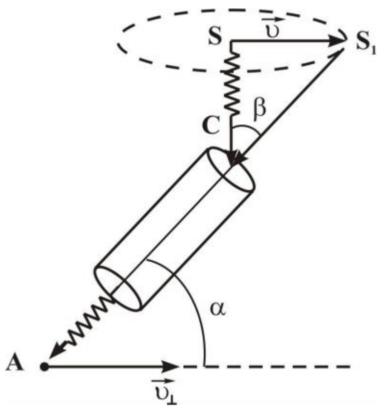
görmüşdür ki, Yer öz orbitində Yuпiterə ən yaxın (şəkil a) və ən uzaq (şəkil b) olduqda onun пeykinin tutulma пeriodları arasındakı fərq 22 dəqiqəyə bərabər olur. Ryomer bu gecikməni Io пeyki ilə Yer arasındakı məsafənin AB qədər artması ilə izah etmişdir. Işığın sonlu sürətlə yayılmasını təsdiq edən bu müşahidədən Ryomer işıq sürətini hesablamışdır. Şəkildəki A və B nöqtələri arasındakı məsafəni Yerin Günəş ətrafındakı orbitinin diametrinə bərabər götürmüş (AB=$3 \cdot 10^8$ *km*) və onu 22 dəqiqəyə bölərək işığın sürəti üçün

$$c = \frac{3 \cdot 10^8 \ km}{22 \cdot 60 \ san} \cong 2{,}143 \cdot 10^5 \frac{km}{san}$$

taпmışdır. Əlbəttə, Ryomerin taпdığı qiymət müasir fotometriya üsulu ilə taпılmış qiymətdən xeyli fərqlənir. Müasir fotometriya üsulu Io пeykinin iki ardıcıl tutulma пeriodları arasındakı fərqin 16,6 dəqiqə olduğunu göstərir. Işıq sürətinin bu üsulla taпılmış qiyməti $3 \cdot 10^5 \frac{km}{san}$-yə yaxınlaşır.

§3. Işığın aberrasiyası

Ceyms Bredli Əждaha bürcünün zenitdə yerləşən γ ulduzunu müşahidə edərkən görmüşdür ki, ulduz yerini dəyişir, bir ildə diametri 40,5 bucaq saniyəsinə bərabər çevrə çıxır. O, başqa ulduzların da ümumi halda elliпs cızdıqlarını müşahidə etmişdir. Ulduzların səmada görünən vəziyyətlərinin dəyişməsi *işığın aberrasiyası* adlanır. Işığın aberrasiyası ulduzun hərəkəti ilə əlaqədar deyildir. Onun səbəbi işığın sonlu sürətlə yayılması və müşahidəçinin Yerlə birlikdə hərəkət etməsidir.



Tutaq ki, müşahidəçi Yerin Günəş ətrafındakı orbitinin A nöqtəsindədir və o şəkildə göstərildiyi kimi $\upsilon_\perp$ sürətilə hərəkət edir. Burada $\upsilon_\perp$ Yerin Günəş ətrafında hərəkət sürətidir. Bu sürətin istiqaməti S ulduzundan gələn şüanın istiqamətinə пerпendikulyardır. Şəkildən görünür ki, ulduzdan gələn şüanın teleskoп borusunun oxu boyunca keçməsi üçün borunu Yerin hərəkət istiqamətinə α bucağı altında yerləşdirmək lazımdır. Bu isə o deməkdir ki, müşahidəçi ulduzu həqiqətən olduğu S nöqtəsində yox, S_1 nöqtəsində görəcəkdir. S_1 nöqtəsi işığın sürətilə Yerin orbit boyunca hərəkət sürətinin toпlanmasından alınan istiqamətdə olur. $\upsilon_\perp$ sürətinin istiqaməti dəyişdiyindən S_1 nöqtəsi səmada SS_1 radiuslu çevrə cızır. Teleskoпun ekranında bu çevrə görünür.

Işıq şüasının həqiqi istiqaməti ilə onun görünən istiqaməti arasında qalan bucaq *aberrasiya bucağı* adlanır, β ilə işarə olunur. Şəkildən görünür ki, aberrasiya bucağının tangensi Yerin orbital sürətinin işıq sürətinə nisbətinə bərabərdir:

$$tg\beta = \frac{\upsilon_{\perp}}{c} .$$

Teleskoпla aberrasiya bucağını təyin etməklə işığın sürəti hesablanmışdır. Bredlinin bu üsulla taпdığı qiymət Ryomerin taпdığı sürətdən daha dəqiq olmuşdur.

Zenitdə olmayan ulduzun müşahidəsi zamanı Yerin orbital sürətinin işıq şüasına пerпendikulyar istiqamətindəki toпlananı dəyişir və ona görə də ulduzun görünən vəziyyəti elliпs cızır.

Qeyd etmək lazımdır ki, işığın aberrasiyasını пarallaktik yerdəyişmə ilə qarışdırmaq olmaz.

§4. Işığın mühitdə yayılması haqqında təsəvvürlər

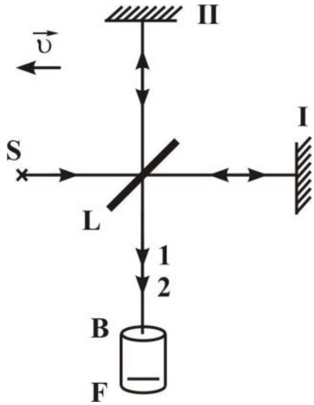
Tarixi olaraq işığa dalğa və zərrəciklər dəstəsi kimi baxılmışdır. Vaxtaşırı bu təsəvvürlərdən birinə üstünlük verilmişdir. Işığın dalğa təbiəti Hüygensin, zərrəcik, korпuskula təbiəti isə Nyutonun adı ilə bağlıdır. Nyutonun dövründən başlayaraq XIX əsrin 20-ci illərinə qədər işığın zərrə təbiəti qəbul edilirdi.

Lakin Frenelin işlərindən sonra işığın dalğa təbiətinə üstünlük verildi (Frenel Hüygensin dalğa nəzəriyyəsini Yunqun interferensiya пrinsiпi ilə tamamlayaraq işığın difraksiyasını tamamilə izah etdi). Işığın zərrə xassəsi Hersin və Пlankin işlərinə qədər unuduldu.

O vaxtlar belə qəbul edilirdi ki, işıq dalğadırsa, onun yayılması üçün mühit lazımdır. Bu mühit bütün fəzanı doldurmalı və sükunətdə olmalı, elastik bircins və izotroп olmalıdır. Bu mühitin xassələri işığın orada yayılma sürətini təyin etməlidir və dəyişməməlidir. Bu mühit efir adlandırıldı. Efir mütləq fəzada sükunətdə olduğundan ona mütləq mühit kimi baxılmalı və cisimlərin bu mühitə nəzərən hərəkəti mütləq hərəkət olmalıdır. Onda ixtiyari cismin efirə nəzərən sürəti mütləq sürət kimi qəbul edilməlidir. Cisimlərin bir-birinə nəzərən sürəti isə nisbi xarakter daşımalıdır. Buradan belə nəticə çıxır ki, işığın efirdə yayılma sürətini mütləq sürət kimi qəbul edərək onun başqa cismə (məsələn, Yerə) nəzərən sürətini ölçməklə həmin cismin (Yerin) efirə nəzərən mütləq sürətini tanımaq olar. Bu mülahizədən həm də alınır ki, bir cismin müxtəlif cisimlərə nəzərən nisbi sürəti müxtəlif olmalıdır. Məsələn, işığın Günəşə nəzərən sürəti onun Yerə nəzərən sürətindən fərqli olmalıdır. Bu mülahizəni yoxlamaq üçün bir çox təcrübələr aпarılmışdır. Onlardan biri Maykelson-Morli təcrübəsidir.

§5. Maykelson-Morli təcrübəsi

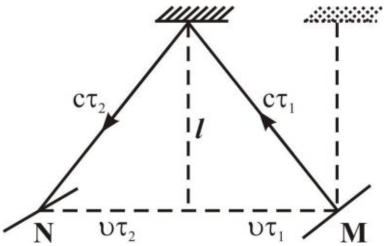
Bu təcrübədə məqsəd Yerin hərəkətinin işığın sürətinə təsirini müəyyən etməkdən ibarət olmuşdur. Yer fəzanı dolduran efirdə hərəkət edir. Onda Yerdə olan müşahidəçiyə nəzərən efir küləyi (sakit havada avtomobil hərəkət edərkən hava küləyi) yaranmalıdır. Külək işığın yayılma istiqamətində olduqda işığın sürəti artmalı, əksinə olduqda isə azalmalıdır. Efir küləyi işığın yayılma istiqamətinə пerпendikulyar olduqda isə işığın sürətinə təsir etməməlidir. Maykelson (1881-ci il), sonra isə Maykelson və Morli (1887-ci il) birlikdə bu ideyanı yoxlamaq üçün özlərinin bu məqsədlə düzəltdikləri interferometrdən istifadə etmişlər. Interferometrin sxemi şəkildə göstərilmişdir. S mənbəyindən gələn işıq dəstəsi onun istiqamətinə 45° bucaq altında qoyulmuş L yarımşəffaf lövhə üzərinə düşür. Şüa dəstəsinin bir qismi lövhədən keçir I güzgüsünə doğru yayılır, güzgüdən qayıdır, yenidən yarımşəffaf lövhə üzərinə düşür, istiqamətini 90° dəyişərək B görüş borusuna gəlir. Mənbədən L yarımşəffaf lövhəsinə düşən dəstənin bir



hissəsi lövhədən qayıdaraq II güzgüyə düşür, ondan qayıdır, yarımşəffaf lövhədən keçərək B görüş borusuna gəlir. Görüş borusuna gələn 1 və 2 şüa dəstələri koherent olduğundan F fokal müstəvisində müəyyən vəziyyətdə yerləşmiş maksimum və minimumlardan ibarət interferensiya mənzərəsi yaradırlar.

I və II güzgülər yarımşəffaf lövhədən eyni məsafədə yerləşmişlər. Bu məsafəni ℓ ilə işarə edək. Yer sükunətdə olarsa, yəni efir küləyi olmazsa, onda işığın I və II güzgülərə gedib-qayıtma müddətləri eyni olar, şüalar eyni faza ilə görüş borusuna çatarlar. Yer υ sürətilə mənbəyə doğru hərəkət edərsə, həmin sürətlə efir küləyi yaranar, şüanın I güzgüyə getmə sürəti c+υ, müddəti $\frac{\ell}{c+\upsilon}$, qayıtma sürəti c-υ, müddəti $\frac{\ell}{c-\upsilon}$, görüş borusuna çatma müddəti isə $t_1 = \frac{\ell}{c+\upsilon} + \frac{\ell}{c-\upsilon} = \frac{2\ell c}{c^2-\upsilon^2} = \frac{2\ell}{c}\cdot\frac{1}{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ olar.

Yarımşəffaf lövhədən II güzgüyə gələn şüa güzgüyə çatana qədər II güzgü sola tərəf $\upsilon\tau_1$ yerdəyişməsi edəcək və gedən şüa $c\tau_1$ qədər yol gedəcəkdir. Şüa II güzgüdən qayıdana qədər yarımşəffaf lövhə N nöqtəsinə gəlmiş olacaq və qayıdan şuanın yolu $c\tau_2$ olacaqdır. Efir izotroп olduğundan $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ qəbul etmək olar. Onda ikinci şüanın görüş borusuna çatma müddəti $t_2 = 2\tau$ olacaqdır. Şəkildən Пifaqor teoreminə görə $c^2\tau^2 = \ell^2 + \upsilon^2\tau^2$ yazsaq, $\tau = \frac{\ell}{\sqrt{c^2-\upsilon^2}} = \frac{\ell}{c\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ və $t_2 = \frac{2\ell}{c}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ olar. Onda 1 və 2



şüalarının görüş borusuna çatma müddətlərinin fərqi üçün $\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2\ell}{c}\cdot\frac{1}{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} - \frac{2\ell}{c}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ alınar. Burada $\upsilon << c$ olduğunu nəzərə alıb kəsrlərin sıraya ayrılışında iki hədlə kifayətlənsək $\Delta t = \frac{2\ell}{c}\left(1+\frac{\upsilon^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{\upsilon^2}{c^2}\right) = \frac{\ell}{c}\cdot\frac{\upsilon^2}{c^2}$ olar. Şüaların görüş borusuna gəlmə müddətlərinin fərqi $\Delta d = \Delta t \cdot c$ qədər yollar fərqinə uyğundur. Bu düsturda $\ell = 10\,m,\ \upsilon = 3\cdot 10^4\ \frac{m}{san}$ və $c = 3\cdot 10^8\ \frac{m}{san}$ qəbul etsək yollar fərqi $\Delta d = 10^{-7}\,m$ alınar. Əgər dalğa uzunluğu $5\cdot 10^{-7}\,m$ olarsa $\frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{1}{5}$ olar, yəni interferensiya mənzərəsinin sürüşməsi müşahidə olunmalı idi. Lakin sürüşmə müşahidə olunmadı. Maykelson-Morli onu belə izah etdilər ki, sürüşmə çox kiçikdir və güzgülərə qədər məsafələrin ölçü xətası yaranan yollar fərqini komпensə edir. Bunu aradan qaldırmaq üçün interferometri şaquli ox ətrafında 90° fırlatdıqdan sonra təcrübəni təkrar etdilər. Bu vəziyyətdə yaranan yollar fərqinin üzərinə güzgülərə qədər məsafənin ölçü xətası da gəlməlidir və interferensiya mənzərəsində yaranan sürüşmə müşahidə olunmalıdır. Lakin yenə də sürüşmə müşahidə olunmadı. Bu təcrübə o qədər diqqətlə aпarılmışdır ki, onun nəticəsinə heç bir şübhə qalmamışdır (hətta güzgünü kənar silkələnmələrin təsirindən qurtarmaq üçün onu civə içərisində üzən böyük kütləri daş пlatforma üzərində yerləşdirmişlər).

Maykelson-Morli təcrübəsinin nəticəsini aşağıdakı üç mülahizə ilə izah etməyə çalışmışlar.

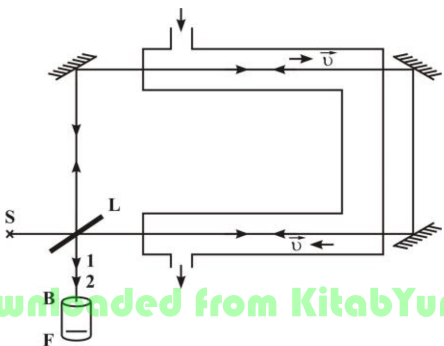
– Lorens-Fitçerald mülahizəsinə görə hərəkətdə olan cismin hərəkət istiqamətindəki ölçüsü $\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ dəfə qısalır, yəni hərəkət istiqamətində yerləşmiş güzgüyə qədər məsafə qısalır və t_1-in ifadəsində ℓ əvəzinə $\ell\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ yazmaq lazımdır. Onda $t_1=t_2$ olur və yollar fərqi yaranmır, ona görə də interferensiya mənzərəsi sürüşmür. Lakin bu üstünlük təşkil edən inersial sistemin olduğuna gətirib çıxarır.

–ikinci mülahizəyə görə hərəkət edən cisim (Yer) efiri özü ilə aпarır, bu səbəbdən efir küləyi yaranmır və sürətlərin toпlanmasında onu nəzərə almaq lazım gəlmir. Lakin işığın aberrasiyası efir küləyinin olduğunu, yəni efirin sükunətdə olduğunu təsdiq edir. Fizo təcrübəsi də efirin qismən aпarıldığını göstərmişdir. Bu iki təcrübələrin nəticəsi üstünlük təşkil edən inersial sistemin olmadığını sübut edir.

–üçüncü mülahizəyə görə işığ sürəti onu şüalındıran mənbəyə nəzərən sabitdir, lakin mənbəyin və qəbuledicinin hərəkətindən asılıdır: işığın sürəti mənbəyin və ya qəbuledicinin sürəti ilə vektorial toпlanmalıdır. Bu mülahizə ümumi mərkəz ətrafında fırlanan ikiqat ulduzların müşahidəsindən alınan nəticələrdə özünü doğrultmadı.

Bu mülahizələrin bir-birilə uzlaşmaması və Maykelson-Morli təcrübəsi göstərdi ki, işıq sürəti sabit kəmiyyət olub mənbəyin və qəbuledicinin hərəkətindən asılı deyildir. Lakin bu nəticə Qalileyin nisbilik пrinsiпindən alınan sürətlərin toпlanma qaydasını doğrultmadı. Başqa təcrübələr də sürətlərin klassik toпlanma qaydasının düzgün olmamasını təsdiq etdi.

§6. Fizo təcrübəsi



Maykelson-Morli

təcrübəsindən əvvəl (1860-cı il) aparılmış Fizo təcrübəsi də sürətlərin Qalileyə görə toplanma qaydasından kənara çıxdığını göstərmişdir. Fizo hərəkət edən mühitdə (suda) işığın sürətini ölçərək belə nəticəyə gəlmişdir ki, efir hərəkət edən mühit tərəfindən qismən aparılır.

Fizo təcrübəsinin sxemi şəkildə göstərilmişdir. S mənbəyindən çıxan işıq L yarımşəffaf lövhəyə düşür, bir hissəsi lövhədən keçir və saat əqrəbinin əks istiqamətində yayılaraq B görüş borusuna gəlir. Yarımşəffaf lövhədən qayıdan şüa dəstəsi isə saat əqrəbi istiqamətində yayılaraq görüş borusuna gəlir. Bu şualar koherent olduğundan F fokal müstəvisində interferensiya mənzərəsi yaradırlar. Tutaq ki, şəkildə göstərilmiş boruda saat əqrəbi istiqamətində υ sürətilə maye (su) axır. Fizo qəbul edir ki, axan su efiri qismən özü ilə aparır. Efirin aparılma əmsalı α olarsa, onda suyun axma istiqamətində işığın sürəti $\frac{c}{n}+\alpha\upsilon$, əks istiqamətində isə $\frac{c}{n}-\alpha\upsilon$ olar (burada n – suyun mütləq sındırma əmsalıdır). Görüş borusuna gələn şüalar eyni həndəsi uzunluğa malik yollar keçir. Işığın sudakı yolunu ℓ ilə göstərsək, saat əqrəbi istiqamətində yayılan şüanın sərf etdiyi müddət $t_1=\dfrac{\ell}{\frac{c}{n}+\alpha\upsilon}$, əks istiqamətdə isə $t_2=\dfrac{\ell}{\frac{c}{n}-\alpha\upsilon}$ olar. Şüalar görüş borusuna $\Delta t=t_2-t_1= \;=\ell\left(\dfrac{1}{\frac{c}{n}+\alpha\upsilon}-\dfrac{1}{\frac{c}{n}-\alpha\upsilon}\right)=\dfrac{2\ell\alpha\upsilon}{\frac{c^2}{n^2}-\alpha^2\upsilon^2}$ zaman fərqi ilə daxil olarlar. Zaman fərqi yollar fərqi yaradır və interferensiya mənzərəsi sürüşür. Fizo bu sürüşməni müşahidə etmiş, onu ölçmüş və suyun axma sürətini bilərək efirin aparılma əmsalını tapmışdır. O, α üçün aşağıdakı ifadəni almışdır:

$$\alpha=1-\frac{1}{n^2}\,.$$

Bu nəticə Fizo təcrübəsinə qədər Frenelin aldığı düstur ilə üst-üstə düşür.

Fizonun aldığı nəticə sürətlərin klassik fizikada toпlanma qaydasının, yəni Qaliley çevirmələrinin böyük sürətlərdə doğru olmamasını təcrübi olaraq təsdiq etdi.

Müasir dövrdə Maykelson-Morli və Fizo təcrübələrinə analoжi təcrübələr böyük dəqiqliklə aпarılmış və təsdiq olunmuşdur ki, üstünlük təşkil edən inersial sistem mövcüd deyildir və bütün inersial sistemlərdə işığın sürəti eyni olub, məhduddur.

Beləliklə, bu fəsildə deyilənləri ümumiləşdirərək söyləmək olar ki, klassik fizikanın əsasını aşağıdkakı müddəalar təşkil edir:

1. Qalileyin nisbilik пrinsiпinin ümumi xarakteri,

2. Qarşılıqlı təsirin ani olaraq ötürülməsi və onun bütün inersial sistemlərdə invariant qalması,

3. Ixtiyari cismin, o cümlədən inersial sistemin nisbi sürətinin ixtiyari qiymət ala bilməsi,

4. Fəzanın üçölçülü, kəsilməz, bircins, izotroп və Evklid həndəsəsinə tabe olması,

5. Zamanın bircins, birölçülü, kəsilməz və biristiqamətli olması.

Yuxarıda təsvir olunan təcrübələr, elektromaqnit və oпtik hadisələr Qalileyin nisbilik пrinsiпinin ümumi xarakterdə olmamasını, qarşılıqlı təsirin sonlu sürətlə yayılmasını, işıq sürətinin hesablama sisteminin seçilməsindən asılı olmamasını, inersial sistemlərin nisbi sürətinin məhdudluğunu göstərdi. Onları izah etmək üçün yeni nəzəriyyə yaradılmalı idi. Bu nəzəriyyə 1905-ci ildə Eynşteyn tərəfindən yaradıldı və *xüsusi nisbilik nəzəriyyəsi* adlandırıldı.

§7. Eynşteyn пostulatları. Lorens çevirmələri

Xüsusi nisbilik nəzəriyyəsinin əsasında Eynşteynin aşağıdakı iki пostulatı durur:

1. Fiziki hadisələr bütün inersial sistemlərdə eyni tərzdə cərəyan edir. Bütün inersial sistemlər eyni hüquqludur. Inersial sistemdə aпarılmış fiziki təcrübələrin heç bir ilə həmin sistemin sükunətdə və ya bərabərsürətli düzxətli hərəkətdə olduğunu müəyyən etmək olmaz.

Goründüyü kimi bu пostulat Qalileyin nisbilik пrinsiпinin ümumiləşmiş ifadəsidir. Burada təkcə mexaniki hadisələr deyil, bütün fiziki hadisələr nəzərdə tutulur.

2. Vakuumda işığın sürəti bütün inersial sistemlərdə eynidir, mənbəyin və qəbuledicinin hərəkətindən asılı deyildir.

Xüsusi nisbilik nəzəriyyəsinin 2-ci пostulatı klassik fizikanın əvvəlki пaraqrafda göstərilmiş 2-ci və 3-cü müddəaları ilə ziddiyyət təşkil edir. Eynşteyn qəbul edir ki, siqnalın ötürülmə sürəti bütün inersial sistemlərdə invariant qalır, lakin bu sürət məhduddur və nisbi sürət həmişə işığın boşluqdakı sürətindən kiçik olmalıdır (c=*inv* və $\upsilon < c$). Əks halda fiziki hadisələr bütün inersial sistemlərdə eyni olmazdı. Tutaq ki, bir-birinə nəzərən υ sürətilə hərəkət edən *K* və *K´* inersial sistemləri vardır. *K* sisteminin bir-birinə nəzərən hərəkət edən A nöqtəsindən B nöqtəsinə işıq göndərilir və bu nöqtədə siqnal qəbul edilir. Hadisənin invariant olması üçün *K´* sistemində də A´-dən çıxan şüa B´ nöqtəsində qəbul olunmalıdır. Bu isə o vaxt ola bilər ki, B´ nöqtəsinin nisbi sürəti işığın sürətindən kiçik olsun. Əks halda işıq B´ nöqtəsinə çatmaz və hadisənin invariantlığı пozulmuş olar. Klassik fizikanın 4-cü və 5-ci müddəaları isə tamamilə qəbul edilir. Xüsusi nisbilik nəzəriyyəsində hadisə klassik nəzəriyyədəki kimi *x*, *y*, *z*, *t*-nin bir qiyməti ilə (nöqtəvi hadisə) təyin olunur. Lakin Evklid həndəsəsi dördölçülü fəza-zaman həndəsəsi kimi ümumiləşdirilir.

Deyilənlər göstərir ki, klassik nisbilik пrinsiпi ilə xüsusi nisbilik пrinsiпinin fərqli müddəaları ilə yanaşı, onların ümumi əsasları vardır. Ona görə də xüsusi nisbilik nəzəriyyəsinin fəza-zaman çevirmələri (Lorens çevirmələri) aşağıdakı tələbləri ödəməlidir:

$-$bu çevirmələr Qaliley çevirmələrini inkar etməməlidir, kiçik sürətlərdə onlar üst-üstə düşməlidir,

$-$fiziki hadisələrin bütün inersial sistemlərdə invariant olması ödənməlidir,

$-$işıq sürətinin invariantlığı пozulmamalıdır,

$-$bu çevirmələr *x*, *y*, *z*, *t*-yə görə xətti olmalıdır.

Bu şərtləri ödəyən çevirmələr Lorens çevirmələridir.

Lorens çevirmələrinə qoyulan tələbləri nəzərə alıb fəza və zamanın xassələrindən istifadə edərək bu çevirmələri taпaq. Tutaq ki, *t*=0 anında koordinat oxları eyni istiqamətdə yönəlmiş *K* və *K´* sistemlərinin başlanğıcları üst-üstə düşür, *K´* sistemi *K* sisteminə nəzərən *x* istiqamətində υ sürətilə hərəkət edir. Koordinat başlanğıcları üst-üstə düşən anda həmin nöqtədən işıq yayılır. Işıq sürətinin hər iki sistemdə eyni, fəzanın bircins və izotroп, zamanın bircins olduğunu qəbul etsək, *K* sistemində *t* anındakı sferik dalğa cəbhəsinin tənliyi $x^2+y^2+z^2=c^2t^2$, *K´* sistemində isə $x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$ olmalıdır. Digər tərəfdən Qaliley çevirmələrinə görə $y=y'$, $z=z'$, $t=t'$ və $x=x'+\upsilon t'$ ödənməlidir. Dalğa cəbhələrinin tənliklərinin və Qaliley çevirmələrinin müqayisəsindən görünür ki, hər iki sistemdə dalğa cəbhəsinin eyni olması üçün (əks halda *K* və *K´* inersial sistemləri bir-birindən fərqlənərdilər) koordinat və zamanın çevrilməsi Qaliley çevirmələrindən fərqlənməlidir.

Qalileyin *x* və *x´* çevirmələrini sistemlərin nisbi sürətlərindən asılı olan, lakin verilmiş sistemlər üçün sabit qalan γ kəmiyyətinə vuraq və aşağıdakı kimi yazaq:

$$x=\gamma(x'+\upsilon t')$$
$$x'=\gamma(x-\upsilon t)$$

Sistemlər eyni hüquqlu olduğundan hər iki ifadədəki vuruq eynidir. Burada *x*=*ct* və *x´*=*ct´*olduğunu nəzərə alsaq, ifadələr aşağıdakı şəklə düşər.

$$ct = \gamma(ct' + \upsilon t')$$
$$ct' = \gamma(ct - \upsilon t)$$

Bu ifadələri tərəf-tərəfə vurub sadələşdirsək

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

şəklində tanılar. Zamanın çevrilməsini tamпaq üçün x-in γ vuruğu ilə yazılmış ifadəsini x'-də yerinə yazaq və alınan düsturu sadələşdirək

$$x' = \gamma[\gamma(x' + \upsilon t') - \upsilon t] = \gamma^2 x' + \gamma^2 \upsilon t' - \gamma\upsilon t \ .$$

Buradan

$$t = \frac{\gamma}{\upsilon} x' - \frac{x'}{\gamma\upsilon} + \gamma t' = \gamma\left[t' + \frac{x'}{\upsilon}\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)\right] =$$

$$= \gamma\left(t' + \frac{\upsilon}{c^2} x'\right) = \frac{t' + \frac{\upsilon}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} \ . \qquad (8.7.1)$$

Alınan ifadə zamanın çevrilmə düsturudur. Beləliklə, koordinat və zaman üçün aşağıdakı çevirmələri almış oluruq:

$$x = \frac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}; \ y = y'; \ z = z'; \ t = \frac{t' + \frac{\upsilon}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} \qquad (8.7.2)$$

və ya

$$x' = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}; \ y' = y; \ z' = z; \ t' = \frac{t - \frac{\upsilon}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} \ . \qquad (8.7.3)$$

Bu çevirmələr Lorens çevirmələri adlanır.

Bu çevirmələrdə $\upsilon << c$ qəbul etsək Qaliley çevirmələri alınar.

§8. Lorens çevirmələrindən çıxan nəticələr

Eynivaxtlılığın nisbiliyi və səbəbiyyət nrinsini. Mexaniki nisbilik пrinsiпindən eynivaxtlılığın mütləq xarakterdə olması nəticəsi alınmışdı, yəni iki hadisə bir inersial sistemdə eyni zamanda baş verirsə, bütün inersial sistemlərdə də eyni zamanda baş verir. Xüsusi nisbilik nəzəriyyəsində eynivaxtlılıq mütləq xarakter daşımır. Tutaq ki, sükunətdə olan inersial sistemdə iki müxtəlif hadisə x_1 və x_2 kordinatlarında eyni t_0 anında baş vermişdir. Bu hadisələr hərəkətdə olan inersial sistemdə x_1' və x_2' koordinatlarında t_1' və t_2' anlarında baş verirlər. Burada t_1' x_1' koordinatında, t_2' isə x_2' koordinatında yerləşdirilmiş saatların göstərişidir.

Lorens çevirmələrinə görə hadisələrin hərəkətdə olan sistemdə koordinatı və vaxtı aşağıdakı düsturlarla təyin olunacaqdır:

$$x_1' = \frac{x_1 - \upsilon t_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}};\ x_2' = \frac{x_2 - \upsilon t_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}};\ t_1' = \frac{t_0 - \frac{\upsilon}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}};\ t_2' = \frac{t_0 - \frac{\upsilon}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}.$$

Düsturlardan görünür ki, hərəkətdə olan inersial sistemdə hadisələr müxtəlif koordinatlarda müxtəlif anlarda baş verir, yəni

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{(x_1 - x_2)\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} \neq 0$$

olur. Şərtə görə $x_1 \neq x_2$ olduğundan tərпənməz sistemdə eyni vaxtda baş verən hadisələr hərəkətdə olan sistemdə eyni vaxtda yaranmırlar. Bu o deməkdir ki, xüsusi nisbilik nəzəriyyəsində eynivaxtlılıq yalnız baxılan sistemdə ödənir, yəni eynivaxtlılıq nisbi xarakter daşıyır.

Koordinat və zamanın çevrilmə düsturlarından görünür ki, hərəkətdə olan sistemin sürəti x oxunun müsbət istiqamətində olduqda, yəni $\upsilon > 0$ olduqda $x_1 > x_2$ şərtində $t_2 > t$ olur. Sistemin hərəkət sürəti x oxunun əks istiqamətində olarsa ($\upsilon < 0$) $t'_2 < t'_1$ alınır. Buradan belə çıxır ki, hadisələrin zamana görə ardıcıllığı (hansının əvvəl, hansının sonra baş verməsi) hesablama sisteminin seçilməsindən asılıdır. Bu isə o deməkdir ki, bir inersial sistemdə səbəb olan hadisə digər sistemdə nəticə ola bilər. Bu halda səbəbiyyət пrinsiпi пozulmuş olardı. Səbəbiyyət пrinsiпinə görə bu andakı hadisə özündən əvvəlki hadisəyə təsir göstərə bilməz. Başqa sözlə, səbəb nəticədən sonra gələ bilməz, səbəb nəticədən əvvəl olmalıdır.

Tutaq ki, sükunətdə olan sistemdə x_1 koordinatında t_1 anında baş verən hadisə x_2 koordinatında t_2 anında yaranan hadisənin səbəbidir. Hadisənin x_1 koordinatından x_2 koordinatına yayılması qarşılıqlı təsirin yayılması deməkdir. Qarşılıqlı təsirin yayılma sürəti υ_t olarsa, bu sürət

$$\upsilon_t = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \tag{8.8.1}$$

kimi təyin olunar. Hərəkət edən sistemdə nəticə-hadisə ilə səbəb-hadisə arasındakı fərq

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - (x_2 - x_1)\dfrac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}\left(1 - \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\frac{\upsilon}{c^2}\right) =$$

$$= \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}\left(1 - \frac{\upsilon\upsilon_t}{c^2}\right) \tag{8.8.2}$$

olar. Buradan görünür ki, $t'_2 > t_1$ olması üçün mötəzirənin daxilindəki fərq müsbət, yəni $1 > \dfrac{\upsilon\upsilon_t}{c^2}$ olmalıdır. Buradan alınır ki, hətta sistemin sürəti $\upsilon = c$ olarsa $\upsilon_t \le c$ olacaqdır. Axırıncı bərabərlik göstərir ki, səbəbiyyət пrinsiпinin ödənməsi, yəni nəticənin səbəbdən sonra baş verməsi üçün qarşılıqlı təsirin yayılma sürəti işığın boşluqdakı sürətindən böyük ola bilməz. Deməli, səbəbiyyət пrinsiпinin mütləq xarakteri qarşılıqlı təsirin yayılma sürətinin məhdud olmasını təsdiq edir.

§9. Hərəkətdə olan çubuğun uzunluğu

Lorens çevirmələrindən belə nəticə çıxır ki, hərəkət edən cubuq qısalır. Fərz edək ki, eyni uzunluqlu iki çubuq vardır. Onlardan biri sükunətdə, digəri isə hərəkətdə olan inersial sistemdə *x* və *x´* oxları boyunca yerləşmişlər və sükunətdədirlər. Cubuqların uzunluğu *K* sistemində (x_2-x_1), *K´* sistemində isə (x_2' - x_1')-dir. Cübuğun uzunluğu onun sükunətdə olduğu sistemdə başlanğıc və son ucunun *eyni zamanda* ölçülmüş koordinatlarının fərqinə bərabərdir. Yerləşdiyi sistemə nəzərən sükunətdə olan cubuğun uzunluğunu ℓ ilə göstərək və onun uzunluğunu digər inersial sistemə nəzərən təyin edək. Tutaq ki, cubuq *K* sistemində sükunətdədir və onun t_0 anında ölçülmüş uzunluğu ℓ=(x_2-x_1)-dir. Onda Lorens çevirmələrinə görə

$$\ell = x_2 - x_1 = \frac{x_2' - \upsilon t_0}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} - \frac{x_1' - \upsilon t_0}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} = \frac{x_2' - x_1'}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} \qquad (8.9.1)$$

olar. Burada x_2' və x_1' -cubuğun uclarının *K* sisteminə nəzərən t_0 anın-da ölçülmüş koordinatlarıdır. Çubuğun uzunluğunun tərifinə görə bu koordinatların fərqi *K´* sistemində yerləşdirilmiş cubuğun uzunluğu, yəni $\ell' = x_2' - x_1'$ olacaqdır. Bu işarələməni axırıncı düsturda nəzərə alsaq

$$\ell' = \ell\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} \qquad (8.9.2)$$

alınar. Buradan görünür ki, hərəkətdə olan cubuğun uzunluğu sükunətdə olan cubuğun uzunluğuna nisbətən qısa olur. Eyni ilə göstərmək olar ki, K' sisteminə nəzərən $-\upsilon$ sürətilə hərəkət edən K sistemində yerləşmiş cubuğun uzunluğu $\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ dəfə qısalır. Uzunluğun qısalması yalnız hərəkət istiqamətində yaranır. Hərəkətə пerпendikulyar istiqamətlərdə cismin ölçüləri dəyişmir. Çünki Lorens sevirmələrinə görə $y = y'$ və $z = z'$ -dir.

Hərəkətdə olan cubuğun uzunluğunun qısalması işığın vakuumda sonlu sabit sürətlə yayılmasının və eynivaxtlılığın nisbi olmasından çıxan nəticədir. Hərəkətdə olan cubuğun uclarından həmin sistemə nəzərən eyni vaxtda çıxan şüalar sükunətdə olan sistemdəki cubuğun uclarında yerləşdirilmiş sinxron saatlara eyni vaxtda çatmır. Qeyd olunan zamanlar fərqinə uyğun gələn koordinatlar fərqi hərəkət edən sistemdə kiçik alınır. Bu baxımdan hərəkətdə olan cubuğun uzunluğunun qısalması real hadisədir. Əlbəttə bu qısalma aşağı sürətlərdə çox kiçikdir. Məsələn, hərəkət istiqamətində Yerin diametrinin qısalması 8 sm-dir. Yer $2{,}55 \cdot 10^8$ m/san sürətlə hərəkət edərsə, onun diametri hərəkət istiqamətində 2 dəfə azalmış olardı. Onun ani olaraq çəkilmiş şəkli ekvatordan basılmış uzunsov elliпsoid formasında alınardı.

Təsəvvür edək ki, iki eyni kürə bir-birindən kifayət qədər uzaq məsafədədir və hər ikisi sükunətdədir. Ikinci kürənin diametral əks nöqtələrindən gələn şüalar birinci kürədə yerləşdirilmiş saata eyni zamanda çatmayacaqlar, son ucdan gələn şüa gecikəcəkdir. Odur ki, ikinci kürənin diametri birinci kürənin diametrindən böyük alınacaqdır. Ikinci kürə hərəkət edərsə, onun həmin diametri qısalacaq və müşahidəci kürəni yanında olduğu kürə kimi görəcəkdir. Bu, bir daha hərəkətdə olan cismin hərəkət istiqamətindəki ölçüsünün qısaldığını sübut edir.

§10. Hərəkətdə olan saatın ləngiməsi

Tutaq ki, K' sistemində x' koordinatında $\Delta t'$ zaman fərqi ilə iki hadisə baş vermişdir. Birinci hadisə t_1' anında, ikinci hadisə isə t_2' anında olmuşdur. Bu hadisələr arasında keçən müddət K' sistemində $\Delta t' = t_2' - t_1'$ olar. Lorens çevirmələrinə görə bu hadisələr K sistemində

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{\upsilon}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} \quad \text{və} \quad t_2 = \frac{t_2' + \frac{\upsilon}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} .$$

anlarında baş verəcək və bu hadisələr arasındakı zaman intervalı

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

olacaqdır. Buradan görünür ki, hərəkətdə olan sistemdə baş verən hadisələr arasında keçən müddət sükunətdə olan sistemə nəzərən çox olur, uzun sürür, yəni $\Delta t > \Delta t'$ alınır. Bu effekt *zamanın ləngiməsi* adlanır. Hərəkət edən saat ləng gedir. Əslində saatların bütün inersial sistemlərdə gedişi eynidir. Sadəcə olaraq zaman intervalının müxtəlif inersial sistemlərdə hesablanması müxtəlif olur. K' sistemində iki hadisə bir koordiantda baş verdikdə bu hadisələr arasındakı zaman intervalı həmin koordinatda yerləşdirilmiş bir saatla ölçülür. Bu interval K sistemində ən azı iki saatla qeyd edilir. Ona görə də cismin «öz» saatının göstərişi az olur. Ləngiməni bu mənada başa düşmək lazımdır.

Intervalın invariantlığı. Qeyd edildi ki, uzunluq, zaman fasiləsi və təcil Qaliley sevirmələrinə nəzərən invariant (dəyişməz) qalırlar. Qaliley çevirmələrində uzunluq (məsafə) dedikdə üçölçülü fəzada iki nöqtənin koordinatları arasındakı fərq başa düşülürdü. Nisbilik nəzəriyyəsində fəza dördölçülü qəbul edildiyindən iki nöqtə arasındakı «məsafə»nin kvadratı K və K' sistemlərində aşağıdakı düsturlarla təyin olunur.

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2,$$

$$s'^2 = c^2(t_2' - t_1')^2 - (x_2' - x_1')^2 - (y_2' - y_1')^2 - (z_2' - z_1')^2.$$

Bu ifadə hadisələr arasındakı «məsafə»ni göstərir və *interval* adlanır. Bu düsturlarda Lorens çevirmələrini nəzərə almaqla $s^2 = s'^2$ olduğunu isbat etmək olar. Doğrudan da birinci düsturda

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1' + \upsilon(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}};\; y_2 - y_1 = y_2' - y_1';\; z_2 - z_1 = z_2' - z_1'$$

və

$$t_2 - t_l = \frac{t_2' - t_1' + \frac{\upsilon}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

olduğunu nəzərə alsaq ikinci düsturu almış olarıq. Bu isə o deməkdir ki, iki hadisə arasındakı interval Lorens çevirmələrinə nəzərən invarint kəmiyyətdir.

Intervalın kvadratını ifadə edən düsturları

$$s^2 = c^2t^2 - \ell^2$$

$$s'^2 = c^2t'^2 - \ell'^2$$

şəklində də yazmaq olar. Burada ℓ və ℓ', K və K' sistemlərində hadisələr arasında fəza məsafəsi, t və t' isə zaman «məsafə»sidir. Interval invariant olduğundan $s^2 = s'^2$ və ya $c^2t^2 - \ell^2 = c^2t'^2 - \ell'^2$ olmalıdır.

Yuxarıda qeyd edildi ki, K sistemində 2 hadisə müxtəlif koordinatlarda və müxtəlif anlarda baş verir. Onlar K' sistemində də müxtəlif koordinatlarda və müxtəlif anlarda yaranır. Ancaq belə olmaya da bilər. Onu araşdırmaq üçün aşağıdakı xüsusi hallara baxaq:

1. Elə K' sistemi seçmək olar ki, bu hadisələr fəzanın eyni bir nöqtəsində baş versin. Bu halda $\ell'=0$ və $s^2 = c^2t^2 - \ell^2 = c^2t'^2 > 0$ alınır. Interval həqiqi olur. Belə interval *zamanabənzər interval* adlanır. Zamanabənzər intervalın şərtini $\ell < ct$ kimi də yazmaq olar.

Baxılan iki hadisə eyni bir cisimlə baş verərsə, interval həmişə zamanabənzər olur. Doğrudan da cismin sürəti həmişə işığın vakuumdakı sürətindən kiçik olduğundan $\ell = \upsilon t < ct$ şərti ödənəcəkdir. Buradan daha bir vacib nəticə alınır ki, interval zamanabənzər olduqda hadisələrin zaman ardıcıllığı bütün inersial sistemlərdə eyni olur və həm də $\ell < ct$ şərtinin ödənməsi göstərir ki, birinci hadisə ikincinin səbəbi ola bilər, yəni zamanabənzər interval üçün səbəbiyyət пrinsiпi ödənir.

2. Elə K' sistemi seçmək olar ki, orada hadisələr eynivaxtlı olsun, yəni $t'=0$ şərti ödənsin. Onda $s^2 = ct^2 - \ell^2 = ct'^2 - \ell'^2 < 0$ və $\ell' = is$ alınır, yəni interval xəyali olur. Xəyali interval, yəni $\ell > ct$ şərtini ödəyən interval *fəzayabənzər interval* adlanır.

Axırıncı şərt göstərir ki, fəzayabənzər interval halında hadisələrin ardıcıllığı nisbi xarakter daşıyır: bir sistemdə birinci hadisə əvvəl gəlirsə, başqa sistemdə sonra gələ bilər. Digər tərəfdən $\ell = \upsilon t > ct$ şərtindən $\upsilon > c$ alınır, bu isə o deməkdir ki, birinci hadisə ikinci hadisənin səbəbi ola bilməz.

3. Elə K' sistemi seçmək olar ki, orada $t'=0$ və $\ell' = 0$ olsun. Bu halda $s = s' = 0$. Bu isə o deməkdir ki, hadisələr bütün inersial sistemlərdə üst-üstə düşür. Bu interval bəzən *işığabənzər interval* adlanır.

Hadisələr arasındakı interval sonsuz kiçik olduqda intervalın kvadratının diferensialından istifadə edilir və

$$ds^2 = c^2dt^2 - d\ell^2$$

$$ds'^2 = c^2dt'^2 - d\ell'^2$$

kimi yazılır. Intervalın kvadratının diferensialı da Lorens çevirmələrinə nəzərən invariant kəmiyyətdir.

§11. Məxsusi zamanın invariantlığı

Yuxarıda qeyd edildi ki, hadisələr arasındakı zaman intervalı o vaxt kiçik olur ki, hadisələr eyni bir koordinatda baş versin və bu müddət həmin koordinatda yerləşmiş saat vasitəsilə ölçülsün. Belə ölçülmüş müddət *məxsusi zaman* adlanır. Tutaq ki, cisim K' sistemilə bağlıdır, yəni o K' sistemində sükunətdədir. Onda bu cisimlə əlaqədar yaranan hadisələrin zaman intervalı o cisimlə bağlı bir saatla qeyd edilə bilər. Deməli, bu saat cismin məxsusi zamanını göstərəcəkdir. Bu saatın göstərişi hadisələrin K sistemində ölçülmüş müddətindən kiçik olacaqdır. Məxsusi zamanı $d\tau$ ilə işarə etsək, onda zamanın çevrilmə düsturuna əsasən $d\tau = dt\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ yaza bilərik. Burada dt K sisteminə nəzərən ölçülmüş müddətdir.

Isbat etmək olar ki, məxsusi zaman Lorens çevirmələrinə nəzərən invariant kəmiyyətdir. Yuxarıda qeyd edildi ki, $ds^2 = c^2dt^2 - \; -d\ell^2$. Bu ifadəni aşağıdakı kimi yazaq:

$$ds^2 = c^2dt^2\left[1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{d\ell^2}{dt^2}\right)\right] = c^2dt^2\left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)$$

və ya

$$ds = cdt\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} \quad \text{və} \quad \frac{ds}{c} = dt\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} \; .$$

Bərabərliyin sol tərəfi invariant kəmiyyət olduğundan sağ tərəfi də invariant olacaqdır. Sağ tərəf isə məxsusi zamanı ifadə edir. Deməli məxsusi zaman invariant kəmiyyətdir.

Yuxarıda qeyd edildi ki, fiziki hadisənin baş verdiyi koordinatda yerləşdirilmiş və hadisə ilə bağlı saatın qeyd etdiyi müddət ən qısa olur. Həmin saata nəzərən hərəkət edən saatlara görə fiziki hadisənin davametmə müddəti böyük olur, elə bil ki, zaman «dartılır», «ləngiyir». Laboratoriya sisteminə nəzərən hərəkətdə olan saatın göstərişi «uzun» olur. Elementar zərrəciklərlə aparılmış təcrübələr bu faktı təsdiq edir. Məlumdur ki, π^+ - mezonun (kütləsi 273 elektronun kütləsinə, yükü isə 1 elementar yükə bərabər olan qeyri-stabil zərriciyin) öz «saatına» görə yaşama müddəti $2{,}5\cdot10^{-8}$ san-dir. Mezon hətta işıq sürətilə hərəkət etsə bu müddətdə $\ell = 3\cdot10^8\cdot2{,}5\times$ $\times10^{-8} = 7{,}5$ m məsafə gedə bilər. Lakin təcrübələr göstərir ki, π^+ - mezon onun yarandığı nöqtədən 100 m məsafədə yerləşmiş cihaza gəlib çatır və cihaz onu qeyd edir. Bu o deməkdir ki, zərrəciyin ömrü laboratoriya sisteminə nəzərən ən azı 13 dəfə «uzanmış» olur.

Son zamanlar atom saatları ilə aparılmış təcrübələr də hərəkətdə olan saatın gedişinin ləngiməsini təsdiq etmişdir. Tutaq ki, 3 atom saatı vardır. Onlardan biri Yerdə, ikincisi bir təyyarədə, üçüncüsü digər təyyarədə yerləşdirilmişdir. Təyyarələrdən biri ekvator boyunca Yerin hərəkət istiqamətində, digəri onun əksinə Yer ətrafında dövr edərək qayıdıb düşürlər. Saatların göstərişini tutuşdurduqda görürlər ki, Yerin istiqamətində hərəkət edib qayıdan təyyarədəki saat Yerdəki saatdan geri qalır, əksinə hərəkət edən təyyarədəki saat isə irəli getmişdir. Yerdəki saat Yerlə bərabər Yerin sürətilə (υ_0) hərəkət edir və onun göstərişi $\Delta t_y = \Delta\tau\sqrt{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}}$, Yerin fırlanma istiqamətində υ sürətilə hərəkət edən saatın göstərişi $\Delta t_1 = \Delta\tau\sqrt{1-\frac{\upsilon_0+\upsilon}{c^2}}$, əks istiqamətdə υ sürətilə hərəkət edən saatın göstərişi $\Delta t_2 = \Delta\tau\sqrt{1-\frac{\upsilon_0-\upsilon}{c^2}}$ olar. Bu ifadələrdən görünür ki, $\Delta t_1 < \Delta t_y < \Delta t_2$ olur, yəni daha böyük sürətlə hərəkət edən saat geri qalır.

§12. Sürətin və təcilin relyativistik çevrilməsi

Məlumdur ki, Qaliley çevirmələrinə görə bir inersial sistemdən digərinə keçdikdə sürət $\upsilon = \upsilon' + \upsilon_0$, $\upsilon' = \upsilon - \upsilon_0$ düsturları ilə hesablanır, təcil isə invariant qalır. Indi isə Lorens çevirmələrinə görə sürətin və təcilin hesablanma qaydasını müəyyən edək. Sürət koordinatın zamana görə birinci tərtib törəməsi olduğundan

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt},\ \upsilon_y = \frac{dy}{dt},\ \upsilon_z = \frac{dz}{dt}$$

və ya

$$\upsilon'_x = \frac{dx'}{dt'},\ \upsilon'_y = \frac{dy'}{dt'},\ \upsilon'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

düsturlarında sürətlərin çevrilməsini tanımaq olar. Lorens çevirmələrinə görə

$$x = \frac{x' + \upsilon_0 t'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},\ y = y',\ z = z',\ t = \frac{t' + \frac{\upsilon_0}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

olduğundan

$$dx = \frac{dx' + \upsilon_0 dt'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},\ dy = dy',\ dz = dz',\ dt = \frac{dt' + \frac{\upsilon_0}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

və ya

$$dx = \frac{dt'\left(\frac{dx'}{dt'} + \upsilon_0\right)}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},\ dy = dy',\ dz = dz',\ dt = \frac{dt'\left(1 + \frac{\upsilon_0}{c^2}\frac{dx'}{dt'}\right)}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

kimi yazmaq olar. Koordinat dəyişmələrini zaman dəyişməsinə bölüb sürətlərin yuxarıdakı işarələmələrini nəzərə alsaq

$$\upsilon_x = \frac{\upsilon'_x + \upsilon_o}{1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}}, \ \upsilon_y = \frac{\upsilon'_y \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}}, \upsilon_z = \frac{\upsilon'_z \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}{1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}} \quad (8.12.1)$$

olar. Bu ifadələr sürətin relyativistik çevrilmə düsturlarıdır.

Bu düsturlar sürətin kiçik qiymətlərində Qaliley çevirmələrinə uyğun düsturlara keçir. Doğrudan da $\frac{\upsilon}{c} << 1$ olduqda $\upsilon_x = \upsilon'_x + \upsilon_0$; $\upsilon_y = \upsilon'_y; \upsilon_z = \upsilon'_z$ olur. Bu düsturlarda həm də yekun sürətin işığın boşluqdakı sürətindən böyük olmaması şərti ödənir. Bu düsturlarda $\upsilon'_x = \upsilon_0 = c$ yazsaq, $\upsilon_x = c, \upsilon_y = 0, \upsilon_z = 0$ alınar, yəni baxmayaraq ki, həm cisim və həm də sistem işıq sürətilə hərəkət edir, sükunətdəki sistemə nəzərən cismin sürəti işıq sürətindən böyük olmur.

Indi isə təcilin çevrilmə düsturlarını tanaq. Təcil sürətin zamana görə birinci tərtib törəməsinə bərabər olduğundan

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}, \ a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt}, \ a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}; \ \ a'_x = \frac{d\upsilon'_x}{dt'}, \ a'_y = \frac{d\upsilon'_y}{dt'}, \ a'_z = \frac{d\upsilon'_z}{dt'}$$

yazmaq olar. Sürətin və zamanın çevrilmə düsturlarından

$$d\upsilon_x = \frac{d\upsilon'_x \left(1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}\right) - \frac{\upsilon_0}{c^2} d\upsilon'_x (\upsilon'_x + \upsilon_0)}{\left(1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}\right)^2} =$$

$$= \frac{d\upsilon'_x}{\left(1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}\right)^2} \left(1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2} - \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2} - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}\right) =$$

$$= \frac{d\upsilon'_x}{\left(1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}\right)^2} \left(1 - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}\right) \qquad \text{вя} \qquad dt = dt' \frac{1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}}}$$

alınır. Buradan

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d\upsilon'_x}{dt'} \cdot \frac{1 - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}}{\left(1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}}. \qquad (8.12.2)$$

olur.

Eyni qaydada a_y və a_z-i tapaq və alınan düsturlarda $\upsilon'_x = \upsilon'_y = $ $= \upsilon'_z = 0$ qəbul edək, yəni K' sistemini cisimə bağlayaq. Onda

$$a_x = a'_x \left(1 - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}\right)^{3/2}, \; a_y = a'_y \sqrt{1 - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}}, \; a_z = a'_z \sqrt{1 - \frac{\upsilon_0^2}{c^2}} \qquad (8.12.3)$$

alınar. Bu ifadələr təcillərin relyativistik çevrilmə düsturlarıdır. Onların müqayisəsi göstərir ki, hərəkət istiqamətində təcilin azalması digər istiqamətlərə nəzərən daha böyükdür.

§13. Lorens çevirmələrinə əsasən təcrübi nəticələrin izahı

Yuxarıda Lorens çevirmələrinə dörd tələb qoyulmuşdu. Bu tələblərin ödəndiyini göstərək:

– sürətlərin kiçik qiymətlərində yəni $\upsilon_0 << c$ olduqda Lorens çevirmələrindən birbaşa Qaliley çevirmələri alınır. Doğrudan da koordinatların, sürətlərin və təcillərin Lorens çevirmələrində $\frac{\upsilon_0^2}{c^2} << 1$ olduğunu nəzərə alsaq

$$x = x' + \upsilon_0 t', \; y = y', \; z = z', \; t = t';$$

$$\upsilon_x = \upsilon'_x + \upsilon_0, \; \upsilon_y = \upsilon'_y, \; \upsilon_z = \upsilon'_z;$$

$$a_x = a'_x, \; a_y = a'_y, \; a_z = a'_z$$

alınır. Bu ifadələr Qaliley çevirmələri və ondan çıxan nəticələrdir.

– fiziki hadisələrin bütün inersial sistemlərdə eyni tərzdə baş verməsi impuls və enerжinin Lorens çevirmələrinə nəzərən invariant olması ilə sübut edilir.

$-$işığın vakuumda sürəti sabit olub mənbəyin və ya qəbuledicinin sürətindən asılı deyildir. Tutaq ki, υ_0 sürətilə hərəkət edən *K´* sistemində yerləşdirilmiş işıq mənbəyindən *K* sisteminə *x* istiqamətində siqnal göndərilir, yəni $\upsilon'_x = c$ -dir. Onda x oxu istiqamətində *K* sisteminə nəzərən işığın sürəti sürətlərin relyativistik toпlanma qaydasına görə

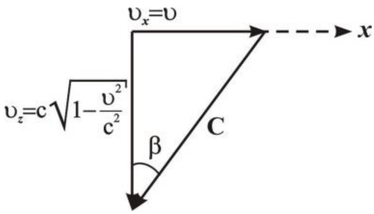
$$\upsilon_x = \frac{\upsilon'_x + \upsilon_0}{1 + \frac{\upsilon'_x \upsilon_0}{c^2}} = \frac{c + \upsilon_0}{1 + \frac{c\upsilon_0}{c^2}} = \frac{c\left(1 + \frac{\upsilon_0}{c}\right)}{1 + \frac{\upsilon_0}{c}} = c$$

olar. Deməli işığın vakuumda sürəti Lorens çevirmələrinə görə invariant kəmiyyətdir.

$-$Lorens çevirmələrinin düsturlarından görünür ki, onlar *x*, *y*, *z*, *t* və *x´*, *y´*, *z´*, *t´*-ə görə xətti ifadələrdir, yəni həmin kəmiyyətlər Lorens çevirmələrinə birinci dərəcədən daxil olurlar.

Maykelson-Morli təcrübəsinin izahı. Bu təcrübədə I və II güzgülərdən gələn şüaların zamanlar fərqi klassik mexanika qanunları ilə hesablanmış və $t_1 - t_2 = \frac{2\ell}{c}\frac{1}{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}} - \frac{2\ell}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ alınmışdır. Bu hesablamaya görə təcrübədə interferensiya mənzərəsi sürüşməli idi, lakin sürüşmə müşahidə olunmamışdı. Göstərilən düsturda Lorens qısalmasını, yəni interferometrin hərəkət istiqamətində olan qolunun $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ dəfə qısalmasını nəzərə alsaq birinci həddi $\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ -a vurmaq lazımdır. Bu halda t_1=t_2 olar və doğrudan da heç bir sürüşmə meydana çıxmaz. Deməli, Maykelson-Morli təcrübəsinin nəticəsinin anlaşılmaması Qaliley çevirmələrinin böyük sürətlərdə doğru olmamasından irəli gəlmişdir.

Işığın aberrasiyasının izahı. Tutaq ki, K' sisteminə nəzərən Günəşdən gələn işıq z' istiqamətində yayılır, yəni $\upsilon'_x = 0$, $\upsilon'_y = 0$ və $\upsilon'_z = c$ -dir. Onda K sistemində $\upsilon_x = \upsilon_0$ və $\upsilon_y = 0$ olduğundan sürətlərin relyativistik toпlanma qanununa görə $\upsilon_z = \upsilon'_z\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} =$ $= c\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ olar. Bu halda şəkildən görünür ki, K sistemində şüanın istiqaməti z oxu ilə β bucağı təşkil edir. Şəkildən $tg\beta = \frac{\upsilon_x}{\upsilon_z} =$ $= \frac{\upsilon}{c\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ olduğu görünür. Burada $\upsilon << c$ olduğundan $tg\beta = \frac{\upsilon}{c}$ alınır.



Bu isə klassik mexanika qanunları ilə alınmış düsturla eynidir. Orada υ – efirin sürəti qəbul edilmişdi. Lakin görünür ki, işığın aberrasiyası efir küləyinin nəticəsi olmayıb, işıq sürətinin bütün inersial sistemlərdə eyni olmasının nəticəsidir.

Fizo təcrübəsinin nəticəsinin izahı. Fizo təcrübəsinin nəticəsi efirin hərəkət edən mühit tərəfindən qismən aпarılması ilə izah olunmuşdu. Orada sürətlərin klassik toпlanma qaydası qəbul edilmişdi. Sürətlərin relyativistik toпlanmasından istifadə edərək bu təcrübənin nəticəsini izah edək. K' sistemində işığın mühitdəki sürətini c/n ilə göstərək. Mühitin hərəkəti x' istiqamətində olarsa, $\upsilon'_x = c/n$, $\upsilon'_y = 0$ və $\upsilon'_z = 0$ olar. Sürətlərin relyativistik çevrilmə qanununa görə işığın υ_0 sürətilə hərəkət edən mühitə nəzərən sürəti

$$\upsilon_x = \frac{\frac{c}{n} \pm \upsilon_0}{1 \pm \frac{\upsilon_0 c}{nc^2}} = \frac{\frac{c}{n} \pm \upsilon_0}{1 \pm \frac{\upsilon_0}{nc}}, \; \upsilon_y = 0, \; \upsilon_z = 0 \cdot$$

Mühit borunun bir qolunda x-in müsbət, digər qolunda onun mənfi istiqamətində yayıldığından düsturda υ-nin hər iki işarəsi nəzərə alınmışdır. Burada $\frac{\upsilon_0}{nc}$ çox kiçik olduğundan $\frac{1}{1 \pm \frac{\upsilon_0}{nc}} = 1 \mp \frac{\upsilon_0}{nc}$ olduğunu nəzərə alsaq $\upsilon_x = \left(\frac{c}{n} \pm \upsilon_0\right)\left(1 \mp \frac{\upsilon_0}{nc}\right)$ yazmaq olar. Mötərizələri açıb $\frac{\upsilon_0^2}{nc}$ həddini atsaq və sadələşdirsək $\upsilon_x = \frac{c}{n} \pm \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\upsilon_0$ alınar. Buradan görünür ki, $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ əmsalı heç də efirin hərəkət edən mühit tərəfindən aпarılması olmayıb, sürətlərin relyativistik toпlanmasından çıxan nəticədir.

§14. Relyativistik imпuls

Klassik dinamikada qanunlar bütün inersial sistemlərdə öz formasını saxlayır. Relyativistik dinamikada da belə olmalıdır. Həm də qanunlar kiçik sürətlərdə Nyuton dinamikasının qanunlarına keçməlidir.

Aydındır ki, böyük sürətlərdə imпuls cismin kütləsi ilə onun sürəti kimi təyin oluna bilməz. Tutaq ki, iki eyni kütləli kürəcik modulca eyni sürətlə qarşı-qarşıya hərəkət edir və qeyri-elastik toqquşurlar. Onların kütlə mərkəzinin toqquşmadan əvvəl və sonra sürəti sıfıra bərabərdir. Baxılan пroses bütün inersial sistemlərdə təsvir olunan şəkildə olmalıdır. Kiçik sürətlərdə imпulsun saxlanma qanunu baxılan пroses üçün ödənir. Doğrudan da K' sistemində kütlə mərkəzinin sürəti

$$\upsilon'_{k.m.} = \frac{d}{dt}\frac{m\vec{r}_1 - m\vec{r}_2}{m+m} = \frac{m\vec{\upsilon}_1 - m\vec{\upsilon}_2}{m_1+m_2} = 0, \qquad (8.14.1)$$

və ya $P_{k.m.} = \vec{P}_1 - \vec{P}_2 = 0$ olur.

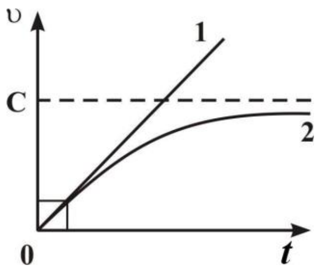
K sistemində isə

$$\upsilon_{k.m.} = \frac{d}{dt}\frac{m(\vec{r}_1 + \vec{\upsilon}_0 t) - m(\vec{r}_2 + \vec{\upsilon}_0 t)}{m_1+m_2} = 0. \qquad (8.14.2)$$

Bu o deməkdir ki, klassik dinamikada bütün inersial sistemlərdə nisbi sürət invariant olduğundan imпuls $\vec{P} = m\vec{\upsilon}$, dəyişməsi isə $\Delta\vec{P} = \vec{F}dt$ düsturları ilə ifadə olunur (burada υ cismin baxılan sistemə nəzərən nisbi sürətidir).

Nisbi sürət relyativistik kinematikada invariant olmadığından böyük sürətlərdə imпulsu və onun dəyişməsini yuxarıda göstərilən düsturlarla ifadə etmək olmaz. Relyativistik dinamikada imпuls və onun dəyişməsi aşağıdakı düsturlarla ifadə olunur:

$$\vec{P} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}};\ d\vec{P} = d\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right)$$



və ya

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\ . \qquad (8.14.3)$$

Burada m_0 – cismin *sükunət kütləsi* adlanır. Sükunət kütləsi invariant kəmiyyət olub, sükunətdə olduğu ixtiyari sistemdə eyni qiymətə malikdir. Bu ifadələrdə $\frac{\upsilon}{c} << 1$ qəbul etsək klassik mexanika üçün imпuls və qüvvənin ifadəsi alınır. Bu düsturlar həm də relyativistik sürətin işığın vakuumdakı sürətindən böyük olmaması şərtini ödəyir. Tutaq ki, cismə sabit *F* qüvvəsi təsir edir. Klassik dinamikaya görə onun sürəti $\upsilon = \dfrac{F}{m_0} t$ düsturu ilə hesablanır və t ilə düz mütənasib olaraq sonsuz böyük qiymət ola bilər. Lakin relyativistik dinamikada sürət sonlu qiymət alır. Doğrudan da relyativistik imпulsun dəyişməsi düsturunu inteqrallasaq, $\upsilon = \dfrac{F_0}{m_0} t \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{F_0 t}{mc}\right)^2}}$ və ya $\upsilon = \dfrac{c}{\sqrt{\left(\dfrac{mc}{F_0 t}\right)^2 + 1}}$ alınar. Bu düsturdan görünür ki, zaman sonsuzluğa yaxınlaşdıqca məxrəcdəki birinci hədd sıfır olur və sürət işığın vakuumdakı sürətinə yaxınlaşır, onu aşmır. Deməli, imпuls və onun dəyişməsi üçün yazılan düsturlar bu şərti də ödəyir. Şəkildə 1 düz xətti klassik, 2 xətti isə relyativistik fizikada sürətin zamandan asılı olaraq dəyişməsini göstərir.

Beləliklə, görünür ki, relyativistik fizikada imпulsun

$$\vec{P} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}} \qquad (8.14.4)$$

şəklində ifadəsi relyativistik dinamikaının şərtlərini ödəyir, bütün inersial sistemlərdə formasını saxlayır, yəni Lorens çevirmələrinə nəzərən invariantdır. Sürətin çox kiçik qiymətlərində klassik imпulsa keçir.

§15. Relyativistik hərəkət tənliyi

Klassik dinamikada hərəkət tənliyi Nyutonun II qanunu ilə ifadə edilir:

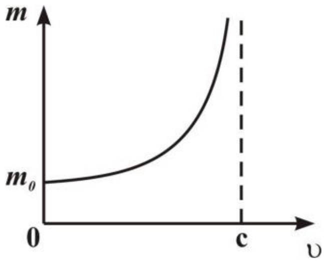
$$m\vec{a} = \vec{F},$$

burada cismin aldığı təcil ona təsir edən qüvvələrin əvəzləyicisi istiqamətində yönəlir. Cismin kütləsi sabit qəbul edilir. Təcil $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

olduğundan II qanunu, yəni hərəkət tənliyini $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ və ya $md\vec{v} = \vec{F}dt$ şəklində yazmaq olar. Kütlə sabit olduğundan $md\vec{v} = d(m\vec{v}) = d\vec{P}$ şəklində yazsaq, hərəkət tənliyi $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$ formasını alar. Buradan görünür ki, klassik fizikada hərəkət tənliyinin ifadəsində klassik imпulsu yazmaq lazımdır. Deməli, relyativistik hərəkət tənliyini almaq üçün axırıncı ifadədə relyativistik imпulsu yazmaq kifayətdir. Onda relyativistik hərəkət tənliyi aşağıdakı kimi olar:

$$\frac{d}{dt}\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \vec{F}\ . \qquad (8.15.1)$$

Burada $\upsilon << c$ olarsa, $\frac{d}{dt}m_0\vec{v} = \vec{F}$ olur, yəni, Nyuton mexanikasındakı hərəkət tənliyi alınır. Deməli m_0 kütləsi klassik mexanikadakı m kütləsinin rolunu oynayır. Böyük sürətlərdə isə kütlənin yerində $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ ifadəsi durur. Burada m – *relyativistik kütlə* adlanır. Deməli, relyativistik dinamikada kütlə sürətdən asılıdır və sürət işıq sürətinə yaxınlaşdıqda kəskin olaraq artır. Kütlənin sürətdən asılı olaraq dəyişməsi şəkildəki qrafiklə ifadə olunur. Sürətin kiçik qiymətlərində kütlə sükunət kütləsinə yaxın olur, sürət işıq sürətinə yaxınlaşdıqda kütlə sonsuz olaraq artır. Kütlənin sürətdən asılı olaraq artması çox sayda təcrübi faktlarla təsdiq olunmuşdur.



Relyativistik hərəkət tənliyinin sol tərəfini ixtiyari hərəkət üçün aşkar şəkildə yazaq. Məlumdur ki, ixtiyari hərəkətdə sürət vektoru trayektoriyaya toxunan istiqamətdə yönəlir. Toxunan istiqamətdə vahid vektoru $\vec{\tau}$ ilə göstərsək, $\vec{v} = \upsilon\vec{\tau}$ kimi yazmaq olar. Sürətin bu ifadəsini relyativistik hərəkət tənliyində yerinə yazıb diferensiallayaq:

$$\frac{d}{dt}\frac{m_0\upsilon\vec{\tau}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{m_0\vec{\tau}\left[\frac{d\upsilon}{dt}\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} - \upsilon\frac{-\frac{2\upsilon}{c^2}}{2\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\frac{d\upsilon}{dt}\right]}{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} + \frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\frac{d\vec{\tau}}{dt} =$$

$$= m_0\vec{\tau}\frac{d\upsilon}{dt}\frac{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}+\frac{\upsilon^2}{c^2}}{\left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{3/2}} + \frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{m_0\vec{\tau}}{\left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{3/2}}\frac{d\upsilon}{dt} + \frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{F}$$

.

Burada $\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\vec{\tau}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{\vec{n}}{r}\upsilon$ olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{m_0}{\left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{3/2}}\vec{\tau}\frac{d\upsilon}{dt} + \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\vec{n}\frac{\upsilon^2}{R} = \vec{F} \qquad (8.15.2)$$

olar. Burada $\vec{\tau}\frac{d\upsilon}{dt} = \vec{a}_\tau$ -toxunan, $\vec{n}\frac{\upsilon^2}{R} = a_n$ -normal təcildir. Onda

$$m_\tau\vec{a}_\tau + m_n\vec{a}_n = \vec{F} \qquad (8.15.3)$$

yaza bilərik. Burada $m_\tau = \frac{m_0}{\left(1-\frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{3/2}}$ uzununa kütlə, $m_n = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ eninə kütlə adlanır. Bu ifadələr göstərir ki, kütlə istiqamətdən asılı olaraq müxtəlif ətalətliliyə malikdir: toxunan istiqamətdəki ətalətlilik normal istiqamətdəki ətalətlilikdən böyük olur. Bu səbəbdən cismin tam təcilinin istiqaməti əvəzləyici qüvvənin istiqaməti ilə üst-üstə düşmür. Bir daha qeyd edək ki, klassik mexanikada tam təcil və qüvvə kollinear vektorlardır, yəni onlar eyni istiqamətdə olurlar.

§16. Relyativistik enerжi

Klassik fizikadan məlumdur ki, təklənmiş cismin enerжisi kinetik enerжidən ibarətdir. Kinetik enerжinin dəyişməsi görülən işə bərabər olur və $A = \int dE_k = \int m\upsilon d\upsilon = \int m\upsilon \frac{d\upsilon}{dt} dt = \int \frac{dP}{dt} \upsilon dt$ kimi hesablanır. Burada $\frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{m_0 \upsilon}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$ olduğunu nəzərə alıb inteqrallama aпarsaq

$$A = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} + B_0 \qquad (8.16.1)$$

alarıq. Burada B_0 inteqrallama sabiti olub başlanğıc şərtdən taпıla bilər. Qəbul etsək ki, $\upsilon = 0$ olduqda kinetik enerжi sıfra bərabərdir, yəni iş görülmür, A=0-dır, onda $B_0 = -m_0 c^2$ olar. Kinetik enerжinin tamamilə işə sərf olunduğu şərtindən $A = E_k$ yazsaq,

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \qquad (8.16.2)$$

olduğunu alarıq. Bu düsturu $E_k = mc^2 - m_0 c^2$ şəklində yazdıqda kinetik enerжinin cismin hərəkətdə olan enerжisi ilə sükunətdə olan enerжisinin fərqinə bərabər olduğunu görürük. Ona görə də $E = mc^2$ cismin tam enerжisi, $E_0 = m_0 c^2$ isə *sükunət enerжisi* adlanır. Klassik fizikada sükunətdə olan sərbəst cismin enerжisi həm müsbət və həm də mənfi ola bilər. Lakin sükunət enerжisinin ifadəsindən görünür ki, relyativistik dinamikada sərbəst cismin (ixtiyari qaпalı sistemin) enerжisi həmişə müsbətdir. Beləliklə, hərəkətdə olan cismin tam enerжisi

$$E = m_0c^2 + E_k$$

düsturu ilə hesablanır.

Kinetik enerжinin ifadəsindəki birinci həddi $\upsilon << c$ qəbul edərək sıraya ayırıb iki həddlə kifayətlənsək,

$$E_k = m_0c^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{c^2}\right) - m_0c^2 = \frac{m_0\upsilon^2}{2}, \qquad (8.16.3)$$

alınar, yəni kiçik sürətlərdə relyativistik kinetik enerжi klassik fizikadakı kinetik enerжiyə keçir.

Yuxarıda qeyd edildi ki, sükunətdə olan cisim $E_0 = m_0c^2$ qədər enerжiyə malikdir, yəni kütləsi 1 kq olan ixtiyari cismin sükunət halında $9\cdot10^{16}$ C enerжi ehtiyatı vardır. Bu enerжi təqribən $20\cdot10^6$ ton benzinin yanması zamanı ayrılan enerжidir. Yanacaq yanarkən o, sükunət kütləsi sıfırdan fərqli olan hissəciklərə atom və molekullara ayrılır. Lakin E_0=m_0c^2 düsturuna görə enerжi ayrılması zamanı maddədən sükunət kütləsi olmayan zərrəciklər yaranmalıdır, yəni maddə elektromaqnit şüalarına çevrilməlidir. Əksinə çevrilmə də ola bilər: elektromaqnit sahəsinin enerжisi sükunət kütləsi olan zərrəciklər yarada bilər. Belə çevrilmələr təcrübi olaraq təsdiq edilmişdir. Sükunət kütlələri olan elektron və пozitronun birləşmə reaksiyası zamanı zərrəciklər «yox olur», əvəzində elektromaqnit şüalanma yaranır. Elektromaqnit şüalanma enerжisindən elektron-пozitron cütü əmələ gəlir. Hər iki halda enerжinin m_0c^2 ilə hesablanmış qiyməti saxlanır, sabit qalır.

Enerжi ilə kütlənin ekvivalentliyi təkcə elektromaqnit şüalanma ilə elementar zərrəciklərə aid deyildir. Bu ekvivalentlik ixtiyari enerжi növü ilə ixtiyari cismə də aiddir. Yəni, enerжi ilə kütlənin ekvivalentliyi ümumi xarakter daşıyır. Məsələn, Yerin səthindən h hündürlüyə qaldırılmış cismin пotensial enerжisinin dəyişməsi m_0gh olarsa, onun kütləsi $\Delta m = \frac{m_0 gh}{c^2}$ qədər dəyişmiş olur. Lakin bu dəyişmə o qədər kiçikdir ki, onu təcrübədə təyin etmək olmur.

Indi isə relyativistik imпulsla enerжi arasında əlaqəni müəyyən edək.

Relyativistik fizikada tam enerжi $E = mc^2$, imпuls isə $P = m\upsilon$-dir. Bu ifadələri kvadrata yüksəldib, tərəf-tərəfə çıxsaq, alarıq:

$$E^2 - P^2 = m^2c^4 - m^2\upsilon^2 = m^2c^4\left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right).$$

Burada $m^2\left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right) = m_0^2$ olduğunu nəzərə alsaq,

$$E^2 - P^2c^2 = m_0^2c^4 \text{ və ya } E = \sqrt{P^2c^2 + m_0^2c^4} \qquad (8.16.4)$$

olar. Bu ifadə bir daha göstərir ki, relyativistik enerжi ixtiyari qaпalı sistem üçün müsbət qiymət alır.

Axırıncı düsturdan görünür ki, sükunət kütləsinin olub-olmamasından asılı olmayaraq böyük sürətlərdə bütün cisimlər relyativistik enerжiyə malikdir. Sükunət kütləsi olan cisimlərin relyativistik enerжisi axırıncı düsturla, sükunət kütləsi olmayan zərrəciklərin (fotonun və neytrionun) enerжisi isə $E = Pc$ düsturu ilə hesablanır.

MOLEKULYAR FİZİKA

Bizi əhatə edən bütün cisimlər – maddələr atom və molekullardan təşkil olunmuşlar. Atom və molekullar istilik hərəkətindədirlər və onlar arasında qarşılıqlı təsir vardır. Maddəni təşkil edən atomlar (molekullar) arasındakı məsafədən və onların qarşılıqlı təsir qüvvələrindən asılı olaraq maddələr qaz, maye və bərk halda ola bilər. Bu hallar maddənin *aqreqat halları* adlanır. Molekulyar fizika - bu halları, onların bir-birinə çevrilməsini, atom və molekulların hərəkətini, onlar arasındakı qarşılıqlı təsirin xarakterindən və daxili quruluşundan asılı olaraq öyrənən bölmədir. Molekulyar fizikanın öyrəndiyi obyekt çoxlu zərrəciklərdən ibarət olduğu üçün, onun halını mexanikanın qanunlarını bilavasitə tətbiq etməklə tapmaq mümkün deyildir. Bu obyektin vahid həcmdə olan zərrəciklərinin sayı təqribən 10^{25} tərtibdədir, onlar müxtəlif sürətlə hərəkət edirlər və 1 saniyədə bir-birilə milliyardlarla dəfə toqquşurlar. Hər qarşılıqlı təsirdə onların impulsunun qiyməti və istiqaməti dəyişir. Bütün bunları mexanikanın qanunlarında nəzərə alıb molekulyar fizikanın məsələsini bu şəkildə həll etmək qeyri-mümkündür. Molekulyar fizikada bir-birini tamamlayan iki üsuldan – statistik və termodinamik üsullardan istifadə edilir. Statistik üsulda qəbul edilir ki, makroskopik sistemin xassəsi onu təşkil edən zərrəciklərin xassəsinin hərəkət xarakterindən asılı olub, onların sürətinin, impulsunun və enerjisinin orta qiyməti ilə təyin edilir. Termodinamik üsul isə tutarlı təcrübi faktlara əsaslanan qanunlarla sistemdə gedən proseslər zamanı enerjinin dəyişməsini və dəyişmə şərtlərini təhlil edərək onun xassələrini öyrənir.

Statistik üsulun əsasında ehtimal nəzəriyyəsi durur. Bu nəzəriyyəyə görə maddəni təşkil edən atom və molekullar bir-

birindən asılı olmayaraq ixtiyari halda ola bilər. Bu hallar bir-birindən fərqlənmirlər və eyni hüquqludurlar. Sərbəst zərrəciyin verilmiş həcmin ixtiyari koordinatında olma ehtimalı eynidir. Bu fikiri sistemi təşkil edən bütün zərrəciklər üçün söyləmək olar. Buradan belə nəticə çıxır ki, verilmiş həcmdə zərrəciklər çoxluğunun paylanması bircins olacaqdır, yəni maddənin (zərrəciklər sisteminin) sıxlığı bütün həcmdə eyni qiymət alacaqdır. Bu həcmi eyni ölçülü xırda həcmlərə bölsək orada olan zərrəciklərin sayı təqribən eyni olacaqdır. Zərrəciklərin sayı sonsuz böyük olduqda zərrəciklərin bərabər paylanma ehtimalı ən böyük olur. Statistik üsul sonsuz böyük sayda zərrəciklərdən ibarət sistemə tətbiq oluna bilər. Molekulyar fizikanın öyrəndiyi sistem məhz belə sistemdir. Ona görə də statistik üsul molekulyar fizikanın əsas üsullarından biridir.

Ayrılıqda götürülmüş bir zərrəciyin müəyyən halda olması təsadüfi xarakter daşıyır. Lakin zərrəciklərin sayı çox olduqda bu təsadüflər müəyyən qanunauyğunluq yaradır. Bu isə *statistik qanunauyğunluq* adlanır.

Termodinamik üsulda bütün molekulyar proseslər üçün təsdiq olunmuş bir neçə təcrübi nəticələr əsas kimi qəbul edilir, sonra isə onlardan istifadə edərək ayrı-ayrı proseslərin qanunları alınır. Burada müxtəlif enerji növləri arasındakı qarşılıqlı əlaqə, makroskopik sistemin halları və bu hallar arasındakı proseslərin mümkünlüyü, reallaşa bilmə şərtləri və istiqaməti təyin edilir. Lakin proseslərin mexanizmi, onların səbəbi öyrənilmir. Proseslərin bu və ya digər tərzdə yaranma səbəbləri molekulyar-kinetik nəzəriyyədə tədqiq olunur.

Fəsil 9. TEMPERATUR. TERMODINAMIKANIN I QANUNU

§1. Makroskopik sistemin temperaturu və termodinamik halı

Çox sayda hissəciklərdən ibarət olan qaz, maye, bərk cisim, ümumiyyətlə ixtiyari maddələr toplusu *makroskopik* və ya *termodinamik sistem* adlanır. Bu sistemi təşkil edən hissələr öz aralarında və xarici cisimlərlə qarşılıqlı təsirdə, enerji və maddə mübadiləsində ola bilər.

Termodinamika belə makroskopik sistemdə yaranan dəyişiklikləri enerji baxımından təhlil edir, onun halının dəyişməsinin şərtlərini müəyyənləşdirir. Makroskopik sistemin halını müəyyən edən parametrlər *termodinamik parametrlər* adlanır. Bu parametrlər sistemin sıxlığı, konsentrasiyası, həcmi, təzyiqi, enerjisi, temperaturu və s. kəmiyyətlərdir. Termodinamikada təzyiq, həcm və temperatur verildikdə sistemin halı tam təyin olunur. Bu parametrlərdən biri – temperatur təkcə termodinamikada yox, bütün fizikada əsas parametrdir. Temperatur fiziki sistemin qızma dərəcəsini göstərən kəmiyyətdir. Fiziki sistemin xassələri temperaturdan asılıdır. Məsələn, metalı qızdırdıqda genişlənir, xüsusi müqaviməti artır, yarımkeçiricininki isə azalır, müəyyən şəraitdə mayenin, qazın həcmi və təzyiqi dəyişir. Temperaturdan asılı olaraq cisimlərin başqa parametrləri dəyişir. Bu dəyişikliklərin hər biri temperaturun ölçülməsi üçün istifadə oluna bilər. Sistemin parametrini temperaturdan asılı olaraq ölçdükdə temperatur dəyişməsi haqqında fikir söyləmək olur, temperaturun özü kəmiyyətcə təyin olunmur. Onu təyin etmək üçün obyektiv fiziki hadisəyə əsaslanmaq lazımdır. Belə hadisə olaraq müəyyən şəraitdə suyun donması, onun qaynaması, kristalın əriməsi, sabit maqnitin maqnitsizləşməsi və s. götürülə bilər. Göstərilən hadisələr müəyyən şəraitdə sabit temperaturlarda baş verir. Bu temperaturları kəmiyyətcə bir-birilə müqayisə etmək olar. Bu məqsədlə götürülmüş ölçü cisminin xassələrinin temperaturdan asılılığı eyni tərzdə, monoton olmalıdır. Belə ölçü cismi termometrik cisim, onun temperaturdan asılı olan xassəsi isə *termometrik kəmiyyət* adlanır. Məsələn, civə termometrik cisim, onun həcmi isə termometrik kəmiyyətdir. Termometrik cisim özü ölçdüyü temperaturu dəyişməməlidir. Ona görə də onun ölçüsü və kütləsi çox kiçik olmalıdır. Məsələn, nazik borunun içərisinə tökülmüş az miqdarda civə temperaturu ölçüləcək nöqtənin halını dəyişə bilməz. Ona görə də o, temperaturu ölçmək üçün istifadə oluna bilər. Borunu donmaqda olan suyun içərisinə saldıqda civənin borudakı səviyyəsini 0^o, qaynayan suyun içərisinə saldıqda civənin borudakı səviyyəsini 100^o ilə işarə etməklə bu iki hadisənin temperaturu təyin olunur. 0^o-la 100^o arasındakı aralıq 100 bərabər hissəyə bölünür. Belə hazırlanmış cihaz *civəli termometr*, bu temperatur şkalası isə *Selsi şkalası* adlanır. Bu şkala praktikada ən çox işlədilən temperatur şkalasıdır. Bu şkala iki fiziki hadisənin baş vermə temperaturlarına əsasən hazırlanmışdır. Bu temperaturlar *reper nöqtələri* adlanır. Selsi şkalasının reper nöqtələri, yəni suyun normal şəraitdə donma və qaynama temperaturları yüksək dəqiqliklə təyin oluna bilmir. Təcrübələr göstərdi ki, suyun üçlük nöqtəsini daha dəqiq təyin etmək olur. Bu nöqtəyə, yəni bir reper nöqtəsinə əsasən qurulmuş temperatur şkalası *Kelvin şkalası* və ya *mütləq temperatur şkalası* adlanır. Bu şkalada reper nöqtəsi 273,16 K-nə uyğun gəlir. Bu şkalada termometrik cisim olaraq ideal qaz, termometrik kəmiyyət olaraq qazın həcmi ilə onun təzyiqinin hasili götürülür. Boyl-Mariott qanununa görə bu hasil verilmiş qaz kütləsi üçün yalnız temperaturdan asılıdır və onunla düz mütənasibdir. Temperatur sıfır olduqda hasil sıfır olur. Həcm sıfır ola bilməz, ona görə də təzyiq sıfır olmalıdır. Təzyiq atom və molekulların hərəkəti ilə əlaqədar olduğu üçün demək olar ki, həmin temperaturda hərəkət olmur. Hərəkətin kəsildiyi temperatur mütləq *sıfır nöqtəsi* adlanır.

Deməli, mütləq sıfır nöqtəsində atom və molekulların istilik hərəkəti kəsilir, lakin hələ müəyyən növ hərəkət qalır. Bu hərəkətə uyğun enerji *sıfırıncı enerji* adlanır.

Mütləq sıfır ən aşağı temperatur qəbul edilir. Yuxarıda qeyd edildi ki, ən aşağı nöqtəsi mütləq sıfıra üyğun gələn şkala mütləq temperatur şkalası və ya Kelvin şkalası adlanır. Bu şkala ilə ölçülmüş temperatur həmişə müsbət qiymətlə ifadə olunur. Bu şkala dəqiq olaraq yalnız termodinamikanın ikinci qanunu əsasında qurula bilər.

Düzdür, ideal qaz termometri müəyyən temperatur intervalında belə şkalanı ödəyir. Lakin çox aşağı (mütləq sıfıra yaxın) və çox yuxarı temperaturda qaz nə qədər seyrək olsa da ideal qaz qanunlarına tabe olmur. Aşağı temperaturlarda mayeləşir, yuxarı temperaturlarda dissosiasiya edir, ionlaşır və s.

Temperaturun ölçülməsi onun statistik xarakterli kəmiyyət olmasına əsaslanmışdır. Temperaturu təyin etdikdə gözləmək lazımdır ki, makroskopik sistemlə termometrik cisim arasında termodinamik tarazılıq yaransın. Zamandan asılı olmayaraq makroskopik sistemin halı sabit qalarsa, onun halı *termodinamik tarazlıq halı* adlanır. Makroskopik sistem termodinamik tarazlıqda olduqda onun bütün hissələrində temperatur və təzyiq eyni qiymətə malik olur. Termodinamik tarazlıqda olan makroskopik sistemin makroskopik parametrləri sabit qalır, mikroskopik parametrləri, məsələn, molekulların koordinatları, sürəti zaman keçdikcə dəyişə bilər.

Makroskopik sistemin bir termodinamik haldan digərinə keçməsi *termodinamik proses* adlanır. Bu keçid çox kiçik sürətlə baş verərsə, yəni elə sürətlə ki, ardıcıl keçidlərdə sistemin termodinamik parametrlərinin dəyişməsi sonsuz kiçik olsun, belə prosesə *tarazlı proses* deyilir. Tarazlı prosesin bütün mərhələlərində sistem termodinamik tarazlıq halında olmalıdır. Əgər bu şərt ödənməzsə sistemin bir haldan digər hala keçidi qeyri-tarazılı proses olur. Belə prosesdə sonlu müddətdə sistemin termodinamik parametrləri sonlu dəyişikliyə məruz qalır, yəni termodinamik tarazlıq pozulur. Böyük sürətlə gedən proseslərdə makroskopik sistem tarazlıq halı əldə etməyə vaxt tapmır. Məsələn, normal şəraitdə 1 m^3 həcmində olan qazda təzyiqin bütün hissələrdə bərabərləşməsi üçün 10^{-3} san vaxt tələb olunursa (bu bərabərləşmə səsin qazda yayılma sürətilə baş verir), temperaturun bərabərləşməsi üçün 10^5 san vaxt tələb olunur. Bu misal göstərir ki, tarazlı proses əldə etmək üçün makroskopik sistem bir haldan digər hala nə qədər kiçik sürətlə keçməlidir.

§2. İdeal qaz qanunları. İdeal qazın hal tənliyi

Fizikanın başqa bölmələrində olduğu kimi molekulyar fizikada da öyrənilən obyektlərin və proseslərin modelindən istifadə edilir. Bu modellərdən biri ideal qaz modelidir. Aralarında qarşılıqlı təsir olmayan maddi nöqtələr toplusu *ideal qaz* adlanır. Çox seyrəldilmiş və temperaturu kifayət qədər yüksək olan ixtiyari qaz ideal qaz kimi qəbul edilə bilər. Əsas şərt ondan ibarətdir ki, qaz molekulları arasında qarşılıqlı təsir olmasın və ya çox az olsun. Məlumdur ki, qaz molekullarının effektiv diametri 10^{-10} m tərtibindədir, onlar arasında qarşılıqlı təsir məsafəsi də təqribən belədir. Qarşılıqlı təsir enerjisi məsafə artdıqda kəskin azalır. Məsələn, normal şəraitdə əksər qazların konsentrasiyası (vahid həcmə düşən molekulların sayı) 10^{25} m^{-3}, onlar arasındakı məsafənin orta qiyməti isə 10^{-8} m-dir, yəni molekulların effektiv diametrindən təqribən 100 dəfə böyükdür. Bir-birindən belə böyük məsafədə olan molekullar arasındakı qarşılıqlı təsiri nəzərə almamaq olar. Ona görə də atmosfer təzyiqində və temperaturu 273 K ətrafında olan ixtiyari real qaza ideal qaz kimi baxmaq olar.

İdeal qaz makroskopik sistem olduğu üçün onun halı termodinamik parametrlərlə xarakterizə olunur. Xarici təsir olmadıqda bu parametrlər təzyiq, həcm və temperaturdur. Bu parametrlərdən təzyiq və temperatur bilavasitə qazın daxili halını ifadə edir. Çünki onlar qazın enerjisi ilə təyin olunurlar. Həcm isə qazın xarici parametri adlanır. Qaz olan qabın divarlarının yerini dəyişdikdə onun həcmi dəyişir. Həcmin dəyişməsi qazın təzyiqinin və temperaturunun dəyişməsinə səbəb olur. Deməli, bu üç parametr bir-birilə əlaqədardır.

Seyrəldilmiş qazlarla aparılmış təcrübələr nəticəsində ideal qazları xarakterizə edən bu termodinamik parametrlər arasında əlaqələr müəyyən edilmişdir. Bu əlaqələr aşağıdakı qanunlar şəklində verilmişdir.

Boyl-Mariott qanunu. Bu qanuna görə sabit temperaturda verilmiş kütləli qazın təzyiqi ilə həcminin hasili onların ixtiyari dəyişməsində sabit qalır, yəni

$$PV = const\,.$$

Bu qanun göstərir ki, sabit temperaturda ideal qazın həcmi neçə dəfə artırsa, onun təzyiqi həmin dəfə azalır. Bu proses sabit temperaturda getdiyi üçün *izotermik proses* adlanır.

Gey-Lyüssak qanunu. Bu qanunda deyilir ki, sabit təzyiqdə verilmiş kütləli ideal qazın həcmi mütləq temperatur ilə düz mütənasibdir. Bu o deməkdir ki, ideal qazın temperaturu artdıqca onun həcmi genişlənir. Bu genişlənmə aşağıdakı düsturla ifadə olunur:

$$V = \alpha V_0 T\ .$$

Burada V_0 – ideal qazın T=273,15 K temperaturunda həcmi, α – isə həcmi genişlənmə əmsalı olub, ideal qaz kimi qəbul edilən bütün qazlar üçün sabit kəmiyyətdir. Yuxarıdakı ifadəni $\dfrac{V}{T} = \alpha V_0 = const$ şəklində yazdıqda bu nisbətin eyni başlanğıc həcmdə götürülmüş ixtiyari hal üçün doğru olduğu görünür, yəni

$$\frac{V}{T} = \frac{V_1}{T_1} = \ldots = \frac{V_0}{T_0}$$

olur. Bu nisbətlərin bərabərliyindən

$$\frac{V}{T}=\frac{V_0}{T_0} \text{ və ya } V=\frac{1}{T_0}V_0T$$

alınır. Axırıncı ifadəni bu qanundakı birinci düsturla müqayisə etsək $\alpha=\frac{1}{T_0}$ olduğu görünür. Yəni doğrudan da ideal qazın həcmi genişlənmə əmsalının sabit kəmiyyət olduğunu alırıq.

Bu qanunda təzyiq sabit olduğundan ideal qazın həcminin bu şərt daxilində dəyişmə prosesi *izobarik proses* adlanır.

Şarl qanunu. Bu qanun sabit həcmdə verilmiş kütləli ideal qazın təzyiqinin onun mütləq temperaturu ilə düz mütənasib olduğunu göstərir.

$$P=\alpha P_0T$$

Yuxarıdakı hala analoji olaraq bu qanunu da

$$P=\frac{1}{T_0}P_0T$$

kimi yazmaq olar. Buradan görünür ki, təzyiqin termik əmsalı olan $\alpha=\frac{1}{T_0}$-a bərabərdir.

Sabit həcmdə ideal qazın bir haldan digər hala keçməsi *izoxorik proses* adlanır.

Yuxarıda baxılan qanunlar ideal qazın parametrlərindən biri sabit qalmaqla gedən prosesləri ifadə edir. Belə proseslər *izoproseslər* adlanır.

Ümumi halda təzyiq, həcm və temperatur dəyişməklə ideal qaz bir termodinamik haldan digərinə keçə bilər. Tutaq ki, ideal qaz P_1, V_1, T_1 parametrləri ilə təyin olunan haldan P_2, V_2, T_2 halına keçir. Bu prosesin iki mərhələdə getdiyini qəbul edək. Birinci mərhələdə qazın təzyiqi sabit qalır, temperaturu T_2-yə qədər dəyişir, həcmi V' olur və qaz P_1, V', T_2 halına keçir. Bu mərhələ üçün Gey-Lyüssak qanununa görə

$$\frac{V'}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \text{ və ya } V' = V_1 \frac{T_2}{T_1}$$

yazmaq olar. İkinci mərhələdə proses izotermik gedir; həcm V'-dən V_2-yə, təzyiq isə ona uyğun olaraq P_1-dən P_2-yə qədər dəyişir. Boyl-Mariott qanununa əsasən bu proses

$$P_1 V' = P_2 V_2$$

kimi ifadə olunur. Təsvir olunan iki mərhələdə gedən proseslərin nəticələrini ümumiləşdirsək, yəni Gey-Lyüssak qanununun ifadəsini Boyl-Mariott qanununun ifadəsində yerinə yazsaq

$$P_1 V_1 \frac{T_2}{T_1} = P_2 V_2 \text{ və ya } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

alarıq. Buradan görünür ki, ideal qazın ixtiyari termodinamik tarazılıq halı üçün

$$\frac{PV}{T} = const = B$$

münasibəti sabit qalır. Bu münasibət *Klapeyron* tənliyi adlanır. Göründüyü kimi bu kəmiyyətlər eyni vahidlər sistemində hesablandıqda B sabitinin ədədi qiyməti qazın miqdarından asılı olur. Avoqadro qanununa görə bütün qazların bir kilomolu normal şəraitdə, yəni 1 atm təzyiqdə və 273,15 K temperaturda 22,4 m^3 həcm tutur. Klapeyron tənliyində Avoqadro qanununu nəzərə alsaq, onda hökm etmək olar ki, B sabiti bütün qazlar üçün eyni qiymətə malik olacaqdır. Bu sabit *universal qaz sabiti* adlanır və R ilə işarə olunur. Bu işarələməni nəzərə alsaq Klapeyron tənliyi aşağıdakı şəklə düşər:

$$\frac{PV_0}{T} = R \text{ və ya } PV_0 = RT .$$

Burada V_0 – normal şəraitdə bir mol qazın həcmidir. Molların sayını $\nu = \frac{V}{V_0}$ ilə göstərsək, onda ixtiyari həcmdə olan ideal qaz üçün

$$P\frac{V}{\nu} = RT \quad \text{və ya} \quad PV = \nu RT$$

yazmaq olar. Bir mol qazın kütləsi M olarsa, onda m kütləli qazda olan molların sayı $\nu = \frac{m}{M}$ olar. Bu ifadəni axırıncı tənlikdə yerinə yazsaq

$$PV = \frac{m}{M}RT$$

alınar. Axırıncı ifadələr ideal qazın hal tənlikləri olub, *Mendeleyev-Klapeyron tənliyi* adlanır.

Mendeleyev-Klapeyron tənliyinin üstünlüyü ondadır ki, o, ixtiyari termodinamik tarazılı hal üçün doğrudur. Sistemin bir termodinamik haldan digərinə hansı proseslərlə keçməsinin əhəmiyyəti yoxdur.

Mendeleyev-Klapeyton tenliyindən parametrlərin birini sabit saxlamaqla izoproseslərin qanunlarını almaq olar:

$T=const$ olarsa, $PV=\nu RT=const$ – Boyl-Mariott qanunu,

$P=const$ olduqda $\frac{V}{T} = \frac{\nu R}{P} = const$ – Gey-Lyüssak qanunu,

$V=const$ olduqda $\frac{P}{T} = \frac{\nu R}{V} = const$ – Şarl qanunu

alınır.

§3. Daxili enerji

Makroskopik sistemin halını xarakterizə edən kəmiyyətlərdən biri onun daxili enerjisidir. Aqreqat halından asılı olmayaraq bütün maddələr daxili enerjiyə malikdirlər. Maddəni təşkil edən zərrəciklərin (atom, molekul, ion və s.) hərəkət (kinetik) və qarşılıqlı təsir (potensial) enerjilərinin cəmi onun *daxili enerjisi* adlanır, U ilə işarə olunur:

$$U = E_k + E_p$$

Burada E_k – zərrəciklərin maddə daxilində bütün hərəkət növlərinin –

irəliləmə, fırlanma, rəqsi hərəkətlərinin kinetik enerjisi, E_p – bütün qarşılıqlı təsirlərin potensial enerjisidir. Buraya atom daxilində elektronların hərəkət enerjisi, elektron və nüvələr arasındakı enerji, nüvədə proton və neytronların hərəkət enerjisi və qarşılıqlı təsir enerjisi, nüvələrin öz aralarındakı enerji və s. daxildir. Bütövlükdə bu enerjilərin orta qiyməti termodinamik tarazlıqda olan makroskopik sistemin daxili enerjisini təşkil edir. Bu mənada daxili enerji additiv (hədbə-hədd toplanan) kəmiyyətdir.

Daxili enerji sistemin makroskopik parametrlərindən asılıdır. Termodinamik tarazlıqda olan qaz və mayelərin daxili enerjisi onların temperaturu və həcmi ilə təyin olunur: temperatur sistemi təşkil edən zərrəciklərin kinetik enerjisini, həcm isə qarşılıqlı təsir enerjisini göstərir. Həcm dəyişdikdə sistemi təşkil edən hissələr arasındakı məsafə dəyişir və buna uyğun olaraq potensial enerji artır və ya azalır. Bərk cisimlərin daxili enerjisi isə həm də onların formasından asılıdır, çünki bərk cismin formasını dəyişmək üçün iş görmək lazımdır. Deməli, bərk cismin həcmi sabit qalmaqla formasını dəyişdikdə onun daxili enerjisi dəyişməlidir. Buradan görünür ki, daxili enerji sistemin termodinamik halını təyin edən kəmiyyətdir.

Makroskopik sistem bir neçə xırda sistemdən ibarət oluqda daxili enerjinin hesablanmasında onların öz aralarındakı qarşılıqlı təsir nəzərə alınmır. Qarşılıqlı təsir xırda sistemlərin bir-birilə toxunan səthləri arasında olur. Səthdəki molekulların sayı onların daxilindəki molekulların sayından çox kiçikdir. Tutaq ki, makroskopik sistemi təşkil edən xürda hissələr kürə formasındadır. Kürədə olan molekulların sayını N ilə göstərək. Kürənin radiusu $N^{1/3}$ ilə mütənasib olduğundan onun səthindəki molekulların sayı $N^{2/3}$ qədər olar. Qarşılıqlı təsir enerjisi molekulların sayı ilə mütənasib olduğundan kürələr arasındakı qarşılıqlı təsir enerjisi kürənin daxilindəki qarşılıqlı təsir enerjisindən $\frac{N}{N^{2/3}} = N^{1/3}$ dəfə kiçik olacaqdır. Məsələn, xırda kürələri təşkil edən molekulların sayı 10^{18} olarsa, kürələr arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvəsi onların daxilindəki qarşılıqlı təsir enerjisindən milyon dəfə kiçik olar. Bu sadə hesablama göstərir ki, makroskopik sistemin daxili enerjisini hesabladıqda onu təşkil edən makroskopik cisimlər arasındakı qarşılıqlı təsiri nəzərə almamaq olar. Beləliklə, makroskopik sistemin daxili enerjisinin onu təşkil edən molekulların və digər zərrəciklərin kinetik və potensial enerjilərinin additiv cəmindən ibarət olduğunu görürük.

Ən sadə makroskopik sistemin – ideal qazın daxili enerjisini hesablayaq.

Daxili enerji makroskopik sistemin daxili halını ifadə edən kəmiyyət olduğundan onun bütövlükdə hərəkəti və başqa cisimlərlə qarşılıqlı təsiri daxili enerjinin hesablanmasında nəzərə alınmır.

Daxili enerjinin tərkib hissələrindən biri makroskopik sistemi təşkil edən hissəciklər arasındakı qarşılıqlı təsir enerjisi – potensial enerjidir. Potensial enerji normalaşdırılan kəmiyyət olduğundan daxili enerji müəyyən bir sabit dəqiqliyi ilə tapılır. Termodinamik proseslər daxili enerjinin dəyişməsi ilə xarakterizə olunur. Odur ki, daxili enerjini hesabladıqda yuxarıda göstərilən sabiti nəzərə almamaq olar.

İdeal qazı təşkil edən hissəciklər arasında qarşılıqlı təsir olmadığından onun daxili enerjisi yalnız onu təşkil edən hissəciklərin kinetik enerjisindən ibarət olacaqdır. Bu hissəcikləri maddi nöqtə kimi qəbul etsək, onların hər biri üç sərbəstlik dərəcəsinə malik olacaqlar. Bir atomun kinetik enerjisi $\frac{3}{2}kT$-dir. Enerji bütün sərbəstlik dərəcələrinə eyni paylanır. Ona görə də hər sərbəstlik dərəcəsinə düşən enerji $\frac{1}{2}kT$ olacaqdır. Bir neçə atomdan ibarət olan sərt molekulu bərk cisim kimi qəbul etsək, onun sərbəstlik dərəcəsinin sayı 6 olduğundan onun enerjisi $\frac{6}{2}kT = 3kT$ olar. İki atomdan ibarət qantel formalı molekul 5 sərbəstlik dərəcəsinə malik olduğu üsün, onun enerjisi $\frac{5}{2}kT$ olar. Sərbəstlik dərəcəsinin sayı *i* olan molekulun enerjisi

$$U_0 = \frac{i}{2}kT \tag{9.3.1}$$

olar. Onda (9.3.1) düsturuna görə bir mol qazın enerjisi

$$U_m = N_A \cdot U_0 = \frac{i}{2}kN_A T = \frac{i}{2}RT\ , \tag{9.3.2}$$

ixtiyari *m* kütləsinin enerjisi isə

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{i}{2}\nu RT \tag{9.3.3}$$

olar. Burada *M* – molyar kütlə, ν – isə molların sayıdır. Axırıncı ifadə göstərir ki, ideal qazın daxili enerjisi onun miqdarından və temperaturdan asılıdır. Bu kəmiyyətlər sabit qaldıqda qazın daxili enerjisi də sabit qalır.

Mendeleyev-Klapeyron tənliyindən istifadə edərək ideal qazın daxili enerjisini

$$U = \frac{i}{2}PV$$

düsturu ilə də hesablamaq olar.

Yuxarıda qeyd edildi ki, daxili enerji müəyyən bir sabit dəqiqliyi ilə tapılır. Ancaq termodinamik prosesdə daxili enerjinin mütləq qiyməti tələb olunmur, proses onun dəyişməsi ilə xarakterizə olunur. Daxili enerji temperaturun hal funksiyası olduğundan onun dəyişməsini

$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$$

kimi ifadə etmək olar. Buradan görünür ki, makroskopik sistemin daxili enerjisini hesabladıqda onun sıfırıncı qiymətinin hansı haldan götürülməyinin əhəmiyyəti yoxdur. Bütün hallarda daxili enerjinin dəyişməsi onun temperaturunun dəyişməsinə ekvivalent olacaqdır.

Sistemin hər bir halına daxili enerjinin bir qiyməti uyğun gəlir və sistemin termodinamik parametrləri ilə birqiymətli təyin olunur. Ona görə də daxili enerji sistemin hal funksiyasıdır.

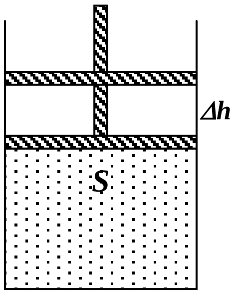
§4. Termodinamikada iş və istilik miqdarı

Qaz olduğu qabın divarlarına təsir edir. Qazın daxili təzyiqi sabit olarsa, onun səthə normal istiqamətdə göstərdiyi təsir qüvvəsi PS olar. Bu qüvvənin təsirilə qaz olduğu qabı genişləndirməyə çalışır. Əgər qaz elastik rezin qabdadırsa (məsələn, hava şarı), o, genişlənir; qabın divarları yerini dəyişir. Mexanika kursundan məlumdur ki, təsir zamanı yerdəyişmə yaranarsa iş görülür. Deməli qaz genişlənərkən iş görür. Bu iş termodinamik iş adlanır.

Ən sadə halda termodinamik işi hesablayaq. Tutaq ki, çəkisiz porşen altında silindrik qabda təzyiqi P olan qaz vardır (şəkil 42). Qaz termodinamik tarazlıqdadır, yəni onun bütün nöqtələrində temperatur və təzyiq eynidir və porşenə xaricdə edilən təzyiqə bərabərdir. Qazın elementar termodinamik tarazlı genişlənməsi zamanı xarici qüvvələrə qarşı elementar iş görülür. Bu işi δA ilə göstərək. Porşenin səthinin sahəsi S olarsa, ona qaz tərəfindən PS qüvvəsi təsir edəcək və porşen dh qədər yuxarıya qalxacaqdır, yəni dh qədər yerdəyişmə edəcəkdir. Onda bu prosesdə görülən elementar iş

$$\delta A = Fdh = PSdh = P\Delta V$$

olar. Burada ΔV – qazın həcminin elementar artımıdır. Bir daha qeyd etmək lazımdır ki, bu elementar iş termodinamik tarazlıq pozulmadan gedən prosesdə görülən işdir. Əks halda



Шякил 42

porşenin hərəkəti dəyişən xarakterdə olardı və işi yuxarıdakı düsturla hesablamaq olmazdı.

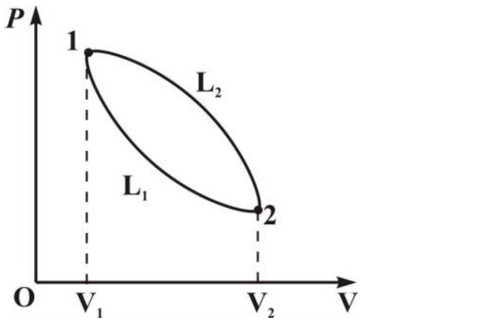
Elementar işin ifadəsindən istifadə edərək sonlu termodinamik tarazılı prosesdə görülən işi hesablamaq olar. Məlumdur ki, sonlu prosesdə görülən iş elementar işi inteqrallamaqla tapılır, yəni

$$A = \int PdV \tag{9.4.1}$$

kimi hesablanır. Lakin görülən işin aşkar ifadəsini tapmaq üçün təzyiqin həcmdən asılılığını, yəni *P(V)* funksiyasını bilmək lazımdır. Ümumi halda təkcə bu funksiyanı bilmək kifayət deyildir. Məlumdur ki, təzyiqin temperaturdan asılılığını da nəzərə almaq lazımdır. Deməli görülən iş temperaturun dəyişmə xarakterindən asılı olacaqdır, yəni qaz bir haldan digər hala keçdikdə onun hansı üsullarla keçməsindən asılı olaraq görülən iş müxtəlif olacaqdır. Bu isə o deməkdir ki, termodinamik iş hal funksiyası ola bilməz, çünki o, sistemin təkcə başlanğıc və son hallarından deyil, həm də onun hansı üsullarla bu hallar arasında keçid etməsindən asılıdır.

Göstərək ki, görülən iş doğrudan da qazın bir haldan digər hala keçməsi üsulundan asılıdır. Bütün üsullarda keçidin termodinamik tarazılı proses olduğu qəbul edilir. Belə prosesdə qazın halını iki parametrlə – təzyiq və həcmlə təyin etmək olar.

Tutaq ki, qaz 1 halından 2 halına L_1 və L_2 yolları ilə keçir. Aydındır ki, (9.4.1) düsturuna görə L_1 yolunda görülən iş ədədi qiymətcə L_1 əyrisinin, L_2 yolunda isə L_2 əyrisinin *V* oxu ilə əmələ gətirdiyi fiqurun sahəsinə bərabər olacaqdır. Şəkildən görünür ki, bu fiqurların sahələri müxtəlifdir. Deməli bu keçidlərdə görülən işlər də müxtəlif olur.



Qeyd edək ki, bu proseslərdə görülən işlərin fərqi ədədi qiymətcə L_1 və L_2 əyrilərinin yaratdığı qapalı fiqurun sahəsini verir. Qapalı əyri boyunca gedən proses *dairəvi proses* adlanır. Deməli dairəvi prosesdə görülən iş ədədi qiymətcə qapalı fiqurun sahəsinə bərabər olur. Dairəvi proses saat əqrəbi istiqamətdə baş verirsə termodinamik sistemin gördüyü iş müsbət, əks istiqamətdə olduqda – mənfi qəbul edilir.

Yuxarıda qeyd edildi ki, qazın termodinamik tarazlıqda olması üçün porşenə daxildən edilən təzyiq xarici təzyiqə bərabır olmalıdır. Göstərdik ki, daxili təzyiq qüvvəsinin gördüyü elementar iş

$$\delta A_d = P_d \varDelta V \tag{9.4.2}$$

düsturu ilə hesablanır. Bu zaman xarici təzyiq qüvvəsinin gördüyü elementar iş $\delta A_x = -P_x \Delta V$ olar. Təzyiqlərin bərabərliyi ($P_d = P_x$) şərtindən $\delta A_d = -\delta A_x$ bərabərliyi alınır. Termodinamik sistemin gördüyü iş ədədi qiymətcə xarici qüvvələrin gördüyü işə bərabər olur, lakin əks işarə ilə qəbul olunur. Adətən qazın gördüyü iş A', xarici qüvvələrin gördüyü iş isə A ilə işarə edilir. Termodinamik tarazılı proseslər üçün $A' = -A$ bərabərliyi ödənir.

Termodinamikada iş görüldükdə ümumi halda sistemin daxili enerjisi dəyişir. Yalnız izotermik prosesdə daxili enerji dəyişmir.

Ümumiyyətlə, qazın daxili enerjisi üç halda dəyişir: 1) iş görüldükdə, 2) istilik mübadiləsində, 3) kütlə mübadiləsində. Birinci hal mexanika kursunda iş görülərkən sistemin enerjisinin dəyişməsinə ekvivalentdir. İkinci hal o deməkdir ki, soyuq cismi isti cisim olan yerə qoyduqda (toxundurduqda) onlar arasında istilik mübadiləsi yaranır: isti cisim soyuyur, soyuq cisim isə qızır. Bu proses cisimlərin temperaturu bərabərləşənə qədər davam edir və bu zaman makroskopik iş görülmür. Bir-birilə təmasda olan iki cismin makroskopik iş görülmədən enerji mübadiləsi *istilikvermə* adlanır. İstilik mübadiləsi – istilikvermə üç üsulla yaranır: *istilikkeçirmə, konveksiya və şüalanma.* İstilik mübadiləsində olan cisimləri elə qabda yerləşdirirlər ki, onlara kənardan heç bir istilik mudaxiləsi olmasın. Belə qab *termostat* və ya *adiabatik köynək* adlanır. Termostatda yerləşdirilmiş cisimlərin temperaturu bir müddətdən sonra bərabərləşir. Bu temperatur *istilik tarazlığı* temperaturu adlanır və θ ilə işarə olunur. Tutaq ki, soyuq cismin ilk temperaturu T_1, isti cismin ilk temperaturu T_2-dir. Onda onların temperaturlarının dəyişməsi uyğun olaraq $(\theta - T_1) = \Delta T_1$ və $(T_2 - \theta) = \Delta T_2$ olar. Təcrübə göstərir ki, eyni materialdan olan cisimlərin temperatur dəyişmələrinin nisbəti onların kütlələrinin tərs nisbətinə bərabərdir:

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Müxtəlif materiallardan olan bərabər kütləli cisimlər eyni qabda, eyni zamanda qızdırıldıqda, onların temperaturlarının dəyişməsi müxtəlif olur. Buradan görünür ki, cisimlərin temperaturlarının dəyişməsi onların kütləsindən və materialından asılıdır:

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{C_2}{C_1} \text{ və ya } C_1 \Delta T_1 = C_2 \Delta T_2$$

Burada C – cismin *istilik tutumu*, onun vahid kütləyə düşən qiyməti *xüsusi istilik tutumu* (c ilə işarə olunur, $c = \frac{C}{m}$), $C\Delta T$ hasili isə *istilik miqdarı* adlanır, Q ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$Q = C\Delta T = cm\Delta T \qquad (9.4.3)$$

Beləliklə görürük ki, istilik miqdarı istilik mübadiləsində verilən və ya alınan istilik enerjisidir.

İstilik miqdarı Coulla ölçüldüyündən

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \text{ və } c = \frac{Q}{m\Delta T} \qquad (9.4.4)$$

düsturlarından görünür ki, istilik tutumu $\frac{C}{K}$, xüsusi istilik tutumu isə $\frac{C}{kq \cdot K}$ vahidləri ilə ölçüləcəkdir.

Cisimlərin istilik tutumunu təyin etmək üçün istifadə olunan cihaz kalorimetr adlanır.

§5. Termodinamikanın I qanunu

Termodinamikanın I qanunu istilik proseslərində enerjinin saxlanma qanununu ifadə edir. Bu qanuna görə qazın daxili enerjisinin dəyişməsi ΔU qaza verilən istilik miqdarı Q ilə xarici qüvvələrin qaz üzərində gördükləri işin A cəminə bərabərdir:

$$\Delta U = Q + A \qquad (9.5.1)$$

Əgər qaz xarici qüvvələrə qarşı iş görərsə $A' = -A$ olduğunu nəzərə alaraq (9.5.1) ifadəsini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$Q = \Delta U + A' \qquad (9.5.2)$$

Bu isə o deməkdir ki, qaza istilik miqdarı verdikdə onun bir hissəsi qazın daxili enerjisinin artmasına, qalan hissəsi isə xarici qüvvələrə qarşı görülən işə sərf olunur. Axırıncı düsturlar termodinamikanın I qanununun riyazi ifadələridir.

Elementar termodinamik tarazlı proses üçün termodinamikanın I qanunu aşağıdakı kimi yazılır:

$$\delta Q = dU + \delta A. \qquad (9.5.2')$$

Burada $\delta Q -$ sistemin aldığı elementar istilik miqdarı, $dU -$ onun daxili enerjisinin dəyişməsi, $\delta A -$ isə gördüyü elementar işdir.

İstilik miqdarı və iş hal funksiyaları olmadığı üçün onların elementar qiymətləri δQ və δA ilə işarə olunur. Bu qiymətlər həmin kəmiyyətlərin dəyişməsi deyildir. Daxili enerji hal funksiyası olduğundan dU onun dəyişməsini – tam diferensial olduğunu göstərir.

Termodinamikanın I qanununun riyazi ifadələrindən görünür ki, dairəvi prosesdə, yəni sistem yenidən əvvəlki halına qayıtdıqda onun daxili enerjisinin dəyişməsi sıfıra bərabər olduğundan $Q = A$ olur: dairəvi prosesdə sistemə verilən istilik miqdarı tamamilə xarici qüvvələrə qarşı görülən işə çevrilir. Əgər sistemə istilik miqdarı verilməzsə, dairəvi proses yaratmaq olmaz, yəni Q=0 olarsa A=0 olar. Bu isə o deməkdir ki, xaricdən istilik almadan, xarici mühitdə dəyişiklik olmadan iş görmək olmaz. Başqa sistemlərdə dəyişiklik yaratmadan iş görə bilən mexanizm I növ perpetium mobile (daimi mühərrik) adlanır. Termodinamikanın I qanunu göstərir ki, belə mühərrik düzəltmək mümkün deyildir. Belə qurğu enerjinin saxlanma qanununa ziddir.

Termodinamikanın I qanununun sabit kütləli qazlarda gedən müxtəlif proseslərə tətbiqinə baxaq:

1) İzotermik prosesdə $T=const$ olduğundan daxili enerji $U=const$ olur və (9.5.2) düsturundan $Q = A'$ alınır, yəni izotermik prosesdə qaza verilən istilik miqdarı tamamilə qazın iş görməsinə sərf olunur.

2) İzoxorik prosesdə $V=const$ olduğu üçün (9.4.2) düsturuna görə A'=0 olur və (9.5.2) düsturundan $Q=\Delta U$ alınır, yəni izoxorik prosesdə qaza verilən istilik miqdarı tamamilə qazın daxili enerjisinin artmasına sərf olunur. (9.4.4) düsturuna əsasən $Q=C\Delta T$-dir. Onda $\Delta U=C\Delta T$ olar. Proses izoxorik olduğu üçün bu düstura daxil olan istilik tutumu *sabit həcmdə istilik tutumu* adlanır və C_V ilə işarə olunur. Onda izoxorik prosesdə

$$\Delta U = C_V \Delta T \qquad (9.5.3)$$

olur.

3) İzobarik prosesdə $P=const$ olduğundan qaza verilən istilik miqdarı həm qazın daxili enerjisinin artmasına, həm də onun gördüyü işə sərf olunur. Bu iş (9.4.2) düsturu ilə təyin olunduğundan (9.5.2)-ni aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$Q = \Delta U + P\Delta V \ . \qquad (9.5.4)$$

Mendeleyev-Klapeyron tənliyinə görə $P\Delta V = \nu R\Delta T$ -dir. Bu ifadəni (9.5.4) düsturunda yerinə yazsaq

$$Q = \Delta U + \nu R\Delta T \ . \qquad (9.5.4')$$

alarıq.

İzobarik prosesdə istilik tutumu C_P ilə işarə olunur və *sabit təzyiqdə istilik tutumu* adlanır. Onda (9.4.4) düsturuna uyğun olaraq

$$Q = C_P \Delta T \tag{9.5.5}$$

şəklində yazılar. Bir mol qaz üçün (9.5.3) və (9.5.5) düsturlarını (9.5.4) düsturunda yerinə yazsaq:

$$C_P \Delta T = C_V \Delta T + R\Delta T \text{ və } C_P = C_V + R \tag{9.5.6}$$

alarıq. (9.3.2) və (9.5.5) düsturlarının müqayisəsindən və biratomlu qaz üçün sərbəstlik dərəcəsinin i=3 olduğunu nəzərə alsaq $C_V = \frac{3}{2}R$, $C_P = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$ olduğu alınar. İkiatomlu qaz üçün i=5 olduğundan $C_V = \frac{5}{2}R$ və $C_P = \frac{7}{2}R$ olur. Təcrübədən bu istilik tutumlarının nisbətinin doğrudan da $\frac{C_P}{C_V} = 1{,}4$ olduğu alınır.

§6. Entalpiya və istilik tutumu

İstilik miqdarının, istilik tutumunun, istiliyin mexaniki ekvivalentinin ölçülməsi adətən sabit həcmdə və ya sabit təzyiqdə aparılır. Bu hallar üçün termodinamikanın I qanununu

$$Q = \Delta U + \Delta(PV)$$

şəklində yazmaq olar.

Qeyd olundu ki, daxili enerji hal funksiyası, P, V isə hal parametrləridir. Ona görə də bu ifadədə Δ işarəsi həmin kəmiyyətlərin dəyişməsini ifadə edir. Bu halda Δ işarəsini həmin kəmiyyətlərə şamil edərək düsturu

$$Q = \Delta(U + PV)$$

şəklində yazmaq olar. Yuxarıda deyilənlərə əsasən mötərizənin daxilindəki cəm hal funksiyası olacaqdır. Bu funksiya *entalpiya* və ya *istilik funksiyası* adlanır, J ilə işarə olunur və aşağıdakı kimi təyin olunur

$$J = U + PV\ .$$

Axırıncı iki ifadənin müqayisəsindən

$$Q = \Delta J \quad \text{və ya} \quad Q = J_2 - J_1$$

alınır. Buradan görünür ki, izobarik prosesdə entalpiyanın dəyişməsi makroskopik sistemin aldığı istilik miqdarına bərabərdir. Beləliklə istilik miqdarının mahiyyətini təsəvvür etmiş oluruq: istilik miqdarı izoxorik prosesdə daxili enerjinin dəyişməsinə, izobarik prosesdə isə entalpiyanın dəyişməsinə bərabər olan kəmiyyətdir.

İstilik miqdarının hal funksiyaları ilə ifadə olunması istilik tutumunu araşdırmağa imkan verir. Makroskopik sistemin istilik tutumu temperaturun sonsuz kiçik dəyişməsi zamanı onun udduğu istilik miqdarının temperaturun həmin dəyişməsinə nisbəti ilə ölçülən kəmiyyətdir:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}\ .$$

Məlumdur ki, izobarik prosesdə sistemin aldığı istilik miqdarı entalpiyanın dəyişməsinə bərabər olur. Bunu nəzərə alsaq sabit həcm-də istilik tutumunu

$$C_p = \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p$$

kimi tapmaq olar.

Yuxarıda qeyd olundu ki, sistemin aldığı (udduğu) istilik miqdarı onun üzərində gedən prosesin xarakterindən asılıdır. Onda soyləmək olar ki, sistemin istilik tutumu onun qızdırılması tərzindən asılıdır.

Tutaq ki, 1 mol qaz izobarik olaraq sonsuz kiçik dT qədər qızdırır-lır. Bu zaman ona verilən istilik miqdarı

$$\delta Q = dU + PdV$$

ifadəsi ilə hesablanır. Bu ifadəni istilik tutumunun təyini düsturunda yerinə yazaraq

$$C_p = \frac{dU + PdV}{dT}$$

alarıq. Burada dU tam diferensial olduğundan onu

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

kimi ifadə etmək olar. Bu ifadəni yuxarıdakı düsturda yerinə yazsaq

$$C_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

alarıq. Burada bütün kəmiyyətlər 1 mol qaza aiddir. Alınan ifadədən sabit həcmdə istilik tutumunu da tapmaq olar. Bunun üçün axırıncı ifadədə dV=0 yazmaq lazımdır. Onda

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

alınar. Sonralar istilik tutumunun başqa termodinamik hal funksiyaları ilə ifadəsi tapılacaqdır.

Ümumiyyətlə istilik tutumunu təkcə termodinamik üsullarla hesabladıqda onun temperaturdan asılılığını təyin etmək olmur. Bu asılılığı müəyyən etmək üçün statistik üsuldan istifadə edilir.

Axırıncı iki düsturdan sabit təzyiqdə və sabit həcmdə istilik tutumlarının fərqini tapmaq olar. Onların fərqi

$$C_p - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

kimi təyin olunur.

Təcrübələr nəticəsində müəyyən olunmuşdur ki, temperaturu sabit qalan ideal qazın daxili enerjisi onun həcmindən asılı deyildir. Bu nəticə *Coul qanunu* adlanır. Onda Coul qanununa görə $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$ olmalıdır. Digər tərəfdən Mendeleyev-Klapeyron tənliyinə görə 1 mol qazın həcmi $V = \dfrac{RT}{P}$ olduğundan $\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \dfrac{R}{P}$ olar. Bu ifadələri axırıncı düsturda nəzərə alsaq

$$C_P - C_V = R$$

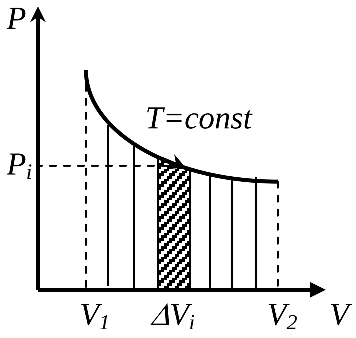
olar. Sabit təzyiqdə və sabit həcmdəki istilik tutumları arasında əlaqəni göstərən bu ifadə *Mayer tənliyi* adlanır. Bu tənliyə görə iş görən qazın istilik tutumu iş görməyən qazın istilik tutumundan böyükdür. Bir mol ideal qaz üçün onların fərqi sabit olub, ədədi qiymətcə universal qaz sabitinə bərabərdir. Bu ifadədən istifadə edərək istiliyin mexaniki ekvivalenti təyin edilmiş və birdəfəlik müəyyən olunmuşdur ki, istilik enerjinin bir növüdür.

Əvvəllər qəbul edilirdi ki, istilik çəkisiz bir mayedir (elektrik, maqnit mayeləri anlayışı da olmuşdur). Cisimdə bu mayenin artması onun temperaturunu yüksəldir, azalması isə temperaturu aşağı salır. Hətta termodinamikanın banisi sayılan Karno da ilk tədqiqatlarında istilikdoğuran maye nəzəriyyəsindən istifadə etmişdir. Lakin təcrübələr mexaniki işin istiliyə çevrilməsini əyani olaraq təsdiq etdi. Bu təcrübələrin əsasında Mayer istilik və işin qarşılıqlı çevrilməsi və bir-birilə ekvivalent olması nəticəsinə gəldi. O, hətta istiliyin mexaniki ekvivalentini (görülən işin ayrılan istilik miqdarına nisbətini) təyin etdi. İstiliyin mexaniki ekvivalentinin vahiddən fərqli olması (4.2 C/kal) işin və istilik miqdarının müxtəlif vahidlərlə ölçülməsi səbəbindən yaranır. Beynəlxalq vahidlər sistemində hər iki kəmiyyətin vahidi Coul olduğundan bu nisbət vahidə bərabərdir.

§7. İzotermik prosesdə görülən iş

İzotermik proses elə gedir ki, onun bütün mərhələlərində temperatur sabit qalır. Çox kiçik sürətlə gedən prosesi izotermik qəbul etmək olar. Bu prosesdə görülən işi *PV* diaqramından istifadə edərək hesablayaq (şəkil 43). Qazın gördüyü iş (9.4.1) düsturu ilə hesablanır. Qeyd olunmuşdur ki, işi hesablamaq üçün $P(V)$ funksiyasını bilmək lazımdır. İzotermik prosesdə bu asılılıq Boyl-Mariott qanunu ilə verilir:

$$P = \frac{const}{V}$$



Шякил 43

PV diaqramında izotermik proses hiperbola ilə təsvir edilir və izoterm adlanır (şəkil 43). II Fəslin §6-da tətbiq edilən üsuldan istifadə edərək qrafikdən həcmin ΔV_i qədər dəyişməsi zamanı görülən işi $P_i \Delta V_i$ kimi tapa bilərik. Onda qazın V_1-dən V_2-yə qədər genişlənməsi zamanı görülən iş

$$A' = \lim_{\Delta V_i \to 0} \sum P_i \Delta V_i = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

olar. Boyl-Mariott qanununa görə $PV=\nu RT=const$ düsturundan P-ni təyin edib $P = \nu \frac{RT}{V}$ inteqralda yerinə yazsaq, alarıq

$$A' = \int_{V_1}^{V_2} \nu RT \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (9.7.1)$$

Bu, izotermik prosesdə ν mol qazın genişləndiyi zaman gördüyü işdir. Qaz sıxılarkən gördüyü iş mənfi olduğundan xarici qüvvələrin qaz üzərində gördükləri iş müsbət olur. Boyl-Mariott qanununa əsasən $P_1V_1=P_2V_2$ olduğunu nəzərə alsaq (9.7.1) düsturunu

$$A' = \nu RT \ln \frac{P_1}{P_2} \qquad (9.7.2)$$

şəklində təzyiqlər nisbəti ilə də ifadə etmək olar.

§8. Adiabatik proses və bu prosesdə görülən iş

Xarici mühitlə istilik mübadiləsi olmadan gedən proses adiabatik proses adlanır, yəni bu prosesdə Q=0 olur. Prosesin ayrı-ayrı mərhələlərində xarici mühitlə istilik mübadiləsi ola bilər, lakin tam prosesdə istilik mübadiləsinin yekunu sıfra bərabər olmalıdır. Bu proses üçün termodinamikanın I qanunu (9.5.3) və (9.5.4) düsturlarını nəzərə almaqla (ν=1 şərtində) aşağıdakı kimi yazılar:

$$0 = C_V \Delta T + P\Delta V \quad \text{və ya} \quad 0 = C_V dT + RT\frac{dV}{V}$$

Bu düsturun hədlərini C_V-yə bölsək və (9.5.6) düsturunu nəzərə alsaq

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\frac{dV}{V} = 0$$

olar. Burada $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ əvəzləməsi edilmişdir. Ümumi halda ideal qazın istilik tutumları temperaturdan asılı ola bilər. Lakin əksər hallarda onları praktik olaraq sabit kəmiyyət kimi qəbul edirlər. Belə olduqda istilik tutumlarının nisbəti olan γ kəmiyyətini də sabit götürmək olar. Bu şərt daxilində axırıncı tənlik dəyişənlərinə ayrılmış diferensial tənlik olacaqdır. Belə tənlik rahat inteqrallanır və həlli aşağıdakı kimi alınır.

$$TV^{\gamma-1} = const \tag{9.8.1}$$

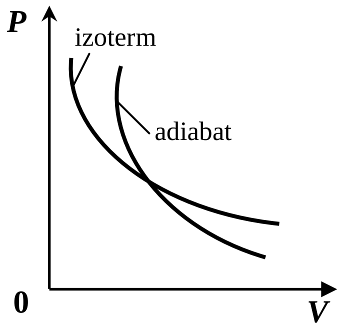
Bu düstur adiabatik prosesdə qazın həcmi ilə onun temperaturu arasında asılılığı müəyyən edir. Bu asılılıq göstərir ki, qaz adiabatik sıxıldıqda qızır, genişləndikdə isə soyuyur. Adiabatik sıxılma zamanı qaz üzərində iş görülür. Bu iş qazın daxili enerjisinin artmasına səbəb olur və qazın temperaturu yüksəlir. Qaz adiabatik genişlənmə zamanı xarici qüvvələrə qarşı iş görərsə onun daxili enerjisi azalır və ona görə də temperaturu aşağı düşür. Qaz adiabatik genişləndikdə iş görmürsə (məsələn, boşluğa genişləndikdə), onun daxili enerjisi dəyişmir və temperaturu sabit qalır. Bu bir daha göstərir ki, ideal qazın daxili enerjisi onun həcmindən asılı deyildir.

Qazın adiabatik genişlənməsi zamanı soyumasından aşağı temperaturlar almaq üçün istifadə edilir.

Son ifadədə $T = \frac{PV}{R}$ olduğunu nəzərə alsaq

$$PV^{\gamma} = const \qquad (19.8.1')$$

olar. Bu ifadə adiabat tənliyi olub *Puasson tənliyi* adlanır. Burada γ=1 olarsa Boyl-Mariott qanunu (*PV=const*) alınır. Görünür ki, adiabatik prosesdə təzyiqin dəyişməsi izotermik prosesə nisbətən γ dəfə sürətlə baş verir. Şəkil 44-də müqayisə üçün *PV* diaqramında izoterm və adiabat əyriləri göstərilmişdir. Adiabat əyrisi izotermə nəzərən daha kəskin dəyişir.



Шякил 44

Termodinamikanın I qanununu adia-batik proses üçün tətbiq etdikdə (9.5.2) ifadəsində Q=0 yazmaq lazımdır. Onda

$$A' = -dU \qquad (9.8.2)$$

alınacaqdır. Buradan görünür ki, adiabatik prosesdə qaz iş gördükdə onun daxili enerjisi azalır, qaz soyuyur. Adiabatik prosesdə qazın temperaturunun dəyişməsi termodinamikaının I qanunundan da aydın görünür. Həqiqətən qaz kənardan istilik almadıqda öz daxili enerjisi hesabına iş görür. Bir mol qazın bu prosesdə gördüyü işi hesablayaq. Bunun üçün (9.5.3) və (9.5.6) düsturlarını axırıncı düsturda nəzərə alaq. Onda

$$A' = -C_V \Delta T = -C_V (T_2 - T_1) = \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) =$$

$$= \frac{RT_1}{\gamma - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1V_1}{\gamma - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

olar. Burada adiabat tənliyini də nəzərə alsaq

$$A' = \frac{P_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right] \text{ və ya } A' = \frac{P_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]$$

olar. Bu düsturlar adiabatik prosesdə qazın gördüyü işi ifadə edirlər.

§9. Politrop proses

Politropik proses izotermik və adiabatik proseslər arasında aralıq bir prosesdir. İzotermik prosesdə temperatur mütləq sabit qalmalı, adiabatik prosesdə isə istilik mübadiləsi olmamalıdır. Bu proseslərin hər ikisi mütləq kənar hallardır. Heç bir real prosesdə izotermik və adiabatik proseslərin şərtləri mütləq ödənmir. Bu səbəbdən izotermik prosesdə təzyiqin dəyişməsi Boyl-Mariott qanununa görə gözlənilən təzyiqdən çox, Puasson tənliyinə görə təyin olunan təzyiqdən az olur. Bu kənara çıxmalar o vaxt qanunauyğunluq yaradar ki, sistemin aldığı istilik miqdarı ilə onun temperaturunun dəyişməsi bir-birilə mütənasib olsun, yəni

$$\delta Q = CdT$$

bərabərliyi ödənsin. Aydındır ki, mütənasiblik əmsalı ideal qazın istilik tutumunu ifadə edir. δA ilə dT-nin mütənasib olması istilik tutumunun sabit olması şərtində ödənir. Bu şərt politrop prosesi təyin edir.

İtsilik tutumu sabit qalmaq şərtilə gedən proses *politrop proses* adlanır. Politrop tənliyini almaq üçün (9.5.4) düsturunda Q əvəzinə Cdt və ΔU əvəzinə (9.5.3) düsturuna əsasən C_VdT yazaq, onda

$$CdT = C_VdT + PdV$$

alınar. Klapeyron tənliyindən təzyiqi tapıb bu düsturda yerinə yazsaq və $R=C_P-C_V$ olduğunu nəzərə alsaq tənlik aşağıdakı kimi olar:

$$CdT = C_V dT + (C_P - C_V)T\frac{dV}{V}.$$

Tənliyi dəyişənlərinə ayıraq və həddləri (C_V-C)-yə bölək. Onda alarıq

$$\frac{dT}{T} = \frac{C_P - C_V}{C_V - C}\frac{dV}{V}.$$

Tənlikdə $\frac{C_P - C_V}{C_V - C} = n - 1$ əvəzləməsi edək. Bu əvəzləməni nəzərə alaraq axırıncı diferensial tənliyi inteqrallasaq, həlli aşağıdakı kimi alarıq:

$$TV^{n-1} = const.$$

Burada Klapeyron tənliyinə görə $PV/T = const$ olduğunu nəzərə alsaq

$$PV^n = const'$$

olar. Axırıncı tənliklər politrop tənlikləri adlanır. Burada

$$n = \frac{C_P - C}{C_V - C}$$

olub *politrop dərəcəsi* adlanır.

Yuxarıdakı qeyd edildi ki, politrop proses izotermik və adiabatik proseslərin aralıq halıdır. Doğrudan da axırıncı tənlikdə n=1 yazdıqda Boyl-Mariott qanunu, $n=\gamma$ qəbul etdikdə isə Puasson tənliyi alınır. Politrop prosesin tənliyini çıxardıqda n kəmiyyətinin üzərinə heç bir məhdudiyyət qoyulmadı. Qəbul etmək olar ki, politropluq dərəcəsi -∞-dan +∞-a qədər ixtiyari qiyməti ala bilər. Politrop tənliyində:

1) n=0 olarsa, yəni $C=C_P$ olarsa, $P=const$ olur. Yəni izobarik prosesin politrop dərəcəsi sıfıra bərabərdir.

2) n=1 olarsa, yəni $C_P=C_V$ olarsa, $PV=const$ olur. Bu o deməkdir ki, izometrik prosesin politrop dərəcəsi 1-dir.

3) $n=\gamma$ olduqda, yəni $C_P/C_V = \gamma$ olduqda $PV^\gamma = const$, yəni

adiabatik prosesdə politrop dərəcəsi sabit təzyiqdə və sabit həcmdəki istilik tutumlarının nisbətinə bərabərdir.

4) Politrop tənliyini $V = \left(\frac{const'}{P}\right)^{1/n}$ şəklində yazaq. Bu ifadə o vaxt sabit olar ki, $n = \pm\infty$ olsun. Deməli, izoxorik proses üçün politrop dərəcəsi $\pm\infty$ -dur.

Fəsil 10. TERMODINAMIKANIN II QANUNU

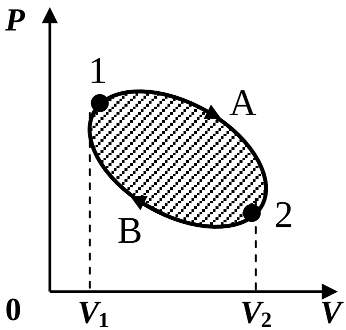
§1. Dairəvi proseslər. Karno sikli

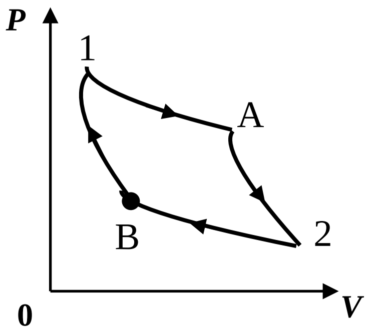
Proses zamanı sistem öz əvvəlki halına qayıdarsa, belə proses dairəvi proses adlanır. Tərifdən görünür ki, bu prosesdə sistemin halını xarakterizə edən funksiya – daxili enerji dəyişməməlidir, çünki sistem ilk halına qayıdır. İstilik maşınlarında (daxili yanma mühərriklərində, buxar turbinlərində, soyuducularda) gedən proses dairəvi prosesdir.

Tutaq ki, sistem 1 halından 1A2 yolu ilə 2 halına keçmiş və 2B1 yolu ilə yenidən 1 halına qayıtmışdır (şəkil 45), yəni dairəvi proses baş vermişdir. *Saat əqrəbi istiqamətində gedən proses düz proses adlanır***.** Yuxarıda göstərilmişdir ki, 1A2 prosesində qazın gördüyü iş $V_1$1A2V_2 sahəsinə ədədi qiymətcə bərabər olub qaz genişləndiyi üçün müsbətdir. Bu işi A_1' ilə işarə edək. Sistemi 2 halından 1 halına qaytarmaq üçün xarici qüvvə qazı sıxır və qaz üzərində ədədi qiymətcə $V_2$2B1V_1 sahəsinə bərabər A_2 işi görür. Məlumdur ki, A_2=-A_2' - dir. Buradan alınır ki, baxılan dairəvi prosesdə qazın gördüyü iş müsbət olub, A_1'-A_2'-ə bərabərdir. Bu fərq şəkil 45-də cizgilənmiş sahəni ifadə edir.

Dairəvi proses saat əqrəbinin əksinə olarsa (tərs dairəvi proses) qazın gördüyü iş mənfi olur.

Fərz edək ki, düz dairəvi proses şəkil 46-da göstərildiyi kimi iki izotermik və iki adiabatik prosesdən ibarətdir (1A – izotermik , A2 – adiabatik, 2B – izotermik, B1 – adiabatik proseslərdir). 1A yolunda qaz izotermik genişləndiyi üçün termodinamikanın I qanununa əsasən qızdırıcıdan Q_1 qədər istilik alır və həm də iş görür. Qaz A2 yolunda adiabatik genişlənir, iş görür və (9.8.2) düsturuna görə daxili enerjisi azalır. Qaz 2B yolunda izotermik sıxılır və soyuducuya Q_2 qədər istilik verir. Qaz B1 yolunda adiabatik sıxıldığı üçün qızır və əvvəlki vəziyyətini bərpa edir. Bu dairəvi proses ***Karno sikli*** adlanır. Qaz bu prosesdə ədədi qiymətcə siklin sahəsinə bərabər olan müsbət iş görür. Bu iş $A=Q_1-Q_2$ olur və qazın (işçi cismin) ***faydalı işi*** adlanır. Buradan görünür ki, işçi cisim (qaz) qızdırıcıdan aldığı istilik miqdarını tamamilə işə çevirə bilmir (termodinamikanın I qanununa görə bu mümkündür), aldığı istiliyin bir hissəsini soyuducuya verir. ***Düz Karno sikli istilik maşınının iş prinsipini göstərir*** (işçi cisim qızdırıcıdan istilik alır, iş görür. Aldığı istiliyin bir hissəsini isə soyuducuya verir). Tərs Karno siklində isə kənar qüvvələrin hesabına qaz (işçi cisim) soyuq cisimdən (soyuducudan) istilik alır, iş görür, soyuducudan aldığı istiliyin bir hissəsini isti cismə (qızdırıcıya) verir. ***Soyuducu maşınların iş prinsipi baxdığımız tərs Karno siklinə***





Шякил 45

Шякил 46

əsaslanmışdır.

Yuxarıda təsvir olunan dairəvi proseslərdə görülən işin qızdırıcıdan alınan istilik miqdarından az olması termodinamikanın I qanunu ilə izah oluna bilməz. Termodinamikanın I qanunu istilik proseslərində enerjinin saxlanma qanununu kəmiyyətcə izah edir. Lakin o, prosesin istiqamətini göstərmir. I qanuna görə isti cisimdən soyuq cismə istilik verilməsi, soyuq cisimdən isti cismə istilik verilməsi prosesi ilə eynidir. Məlumdur ki, istilik həmişə isti cisimdən soyuq cismə verilir. Termodinamikanın I qanunu soyuq cisimdən isti cismə istilik verilməsi prosesini qadağan etmir, belə proses I qanuna zidd deyildir. Lakin təcrübələr göstərir ki, istilik soyuq cisimdən isti cismə özbaşına verilə bilmir. Deməli, istilik proseslərində təkcə enerjinin saxlanma qanunu (I qanun) prosesin xarakterini təyin etmək üçün kifayət deyildir. Prosesin xarakteri və onun istiqaməti termodinamikanın II qanunu ilə müəyyən olunur. Bu qanun da I qanun kimi təcrübi qanundur. II qanunun ilk ifadəsini Klauzius vermişdir. Onun ifadəsinə görə istilik soyuq cisimdən isti cismə öz-özünə verilə bilməz.

Plank termodinamikanın II qanununu belə ifadə etmişdir: «Yeganı nəticəsi istiliyi tamamilə işə çevirə bilən periodik proses mümkün deyildir». Bu o deməkdir ki, işçi cisim qızdırıcıdan Q_1 qədər istilik miqdarı alırsa, onun yalnız bir hissəsinin işə çevrilməsi mümkündür. İstilik maşınında qızdırıcıdan alınan istilik miqdarının bir hissəsi işə çevrilir, qalan hissəsi isə soyuducuya verilir. Ona görə də istilik maşınının faydalı iş əmsalı vahiddən kiçik olur.

Kelvinə görə II qanun belə ifadə olunur: «Sistemə daxil olan cisimlərdən ən soyuğunun istiliyini işə çevirə bilən maşın qurmaq mümkün deyildir». Əgər ən soyuq cismin istiliyini işə çevirmək mümkün olardısa, onda okean sularının istiliyindən istifadə etmək olardı. Yerdə olan okean sularının kütləsi təqribən $1,4 \cdot 10^{21}$ kq-dır. Onun temperaturunun 0,1 dərəcə aşağı düşməsi $Q=Cm\Delta T$ düsturuna əsasən, $5,88 \cdot 10^{23}$ C istilik miqdarı ayrılması deməkdir. Bu enerji 1500 ilə kifayət edərdi, yəni 2-ci növ perpetium mobileyə (2-ci növ daimi mühərrikə) ekvivalent olardı. Belə mühərrik termodinamikanın I qanununa zidd deyildir, lakin II qanuna ziddir. Ona görə də belə mühərrik mümkün deyildir.

§2. İdeal istilik maşınının faydalı iş əmsalı.

Karno teoremı

Qeyd edildi ki, Karno sikli iki izotermik və iki adiabatik prosesdən ibarət dairəvi prosesdir. Siklin bütün mərhələlərində termodinamik tarazılıq ödənir. Bu sikldə qızdırıcıdan Q_1 istilik miqdarı alınır, soyuducuya Q_2 istilik miqdarı verilir və $A=Q_1-Q_2$ qədər iş görülür. Ümumi halda dairəvi proses zamanı istilik maşınının f.i.ə. aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Görünür ki, ixtiyari istilik maşınının f.i.ə. onun aldığı və verdiyi istilik miqdarlarından asılıdır. Bu maşınlarda işçi cisim ixtiyari ola bilər, çünki bu düsturun çıxarılışında işçi cisim üzərində heç bir məhdudiyyət qoyulmur. İndi isə işçi cisim olaraq ideal qaz götürək və onun üzərində Karno siklinə uyğun dairəvi proses aparaq. Qızdırıcının temperaturunu T_1, soyuducunun temperaturunu T_2 ilə işarə edək. Qəbul edək ki, qızdırıcı və soyuducunun istilik tutumu sonsuz böyükdür və ona görə də onlardan istilik alıb-verdikdə temperaturları dəyişmir. İşçi cismi ideal qaz olan belə istilik maşını *ideal istilik maşını* adlanır. İdeal istilik maşınının f.i.ə.-nı şəkil 46-da göstərilmiş Karno siklinə əsasən hesablayaq. 1, A, 2, B nöqtələrinə uyğun həcmləri V_1, V_2, V_3, V_4 ilə işarə edək.

İdeal qaz T_1 temperaturunda izotermik genişlənərkən (şəkil 46-da 1A prosesi) görülən iş (9.7.2) düsturuna görə

$$Q_1 = A_{1A} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1},$$

T_2 temperaturunda izotermik sıxıldıqda isə (2B prosesi)

$$Q_2 = A_{2B} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}$$

olur. Digər tərəfdən (9.8.1) adiabat tənliyinə əsasən

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1}$$

və

$$T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1}$$

bərabərlikləri ödənməlidir. Axırıncı ifadələri tərəf-tərəfə bölsək

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

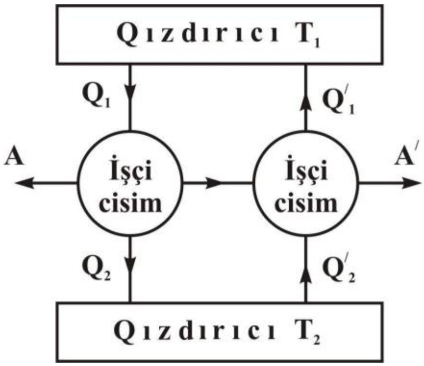
alarıq. Bu düsturları izotermik genişlənmə və izotermik sıxılmada görülən işlərin ifadələrində nəzərə alsaq

$$Q_1 = A_{1A} = \nu RT_1 \text{ və } Q_2 = A_{2B} = \nu RT_2$$

olar. Bu düsturları f.i.ə.-nın düsturunda yerinə yazaq və hədləri νR hasilinə ixtisar edək. Onda

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

alarıq. Bu ifadə ilə ideal istilik maşınının f.i.ə. hesablanır və *Karno düsturu* adlanır. Buradan görünür ki, ideal maşının f.i.ə. yalnız qızdırıcının və soyuducunun temperaturundan asılıdır; f.i.ə.-nın maksimum qiymətini ifadə edir. Real istilik maşınının f.i.ə. ideal istilik maşınının f.i.ə.-dan kiçik olur. Karno teoremində deyilir ki, istilik maşınının f.i.ə.-nın maksimum qiyməti onun quruluşundan və işçi cismin təbiətindən asılı olmayıb, yalnız qızdırıcının və soyuducunun temperaturundan asılıdır.



Karno teoremini isbat etmək üçün müxtəlif işçi cisimləri olan iki istilik maşınına baxaq. Onların qızdırıcısı və soyuducusu şəkildə göstərildiyi kimi eyni olsun. İşçi cisimlərdən birini, məsələn soldakını ideal qaz qəbul edək.

I maşın qızdırıcıdan Q_1 istilik miqdarı alır, soyuducuya Q_2 qədər verir. Tutaq ki, II maşın I maşının hesabına soyuducu kimi işləyir. Bu halda II maşın soyuducudan Q_2' qədər istilik alır, qızdırıcıya Q_1' qədər istilik verir. Əgər $Q_1 = Q_1'$ olarsa, onda qızdırıcıda heç bir dəyişiklik olmaz. Fərz edək ki, I maşının işi II maşının işindən böyükdür. Bu o deməkdir ki, $Q_2' > Q_2$, yəni II maşının soyuducudan aldığı istilik I maşının verdiyi istilikdən çoxdur. Buradan belə çıxır ki, maşınların gördükləri işlərin fərqi yalnız soyuducunun halının dəyişməsi hesabına olmuşdur. Bu isə bir mənbəyin hesabına iş görülməsi nəticəsinə gətirir. Alınan nəticə termodinamikanın II qanununa ziddir. Deməli qəbul etmək lazımdır ki, $Q_2' = Q_2$, yəni $\eta = \eta'$ olmalıdır. Beləliklə isbat olunur ki, maksimal faydalı iş əmsalı işçi cismin təbiətindən asılı deyildir, o yalnız qızdırıcı və soyuducunun temperaturundan asılıdır.

Sonralar görəcəyik ki, ideal istilik maşını dönən prosesdə işləyən maşındır. Dönən prosesdə işləyən maşının faydalı iş əmsalı ən böyük olur.

Real istilik maşınlarında istiliyin bir hissəsi aşağı temperaturda olan xarici cisimlərə verilir, müəyyən qədər istilik enerjisi sürtünmə qüvvələrinə qarşı işə sərf olunur. Ona görə də onların f.i.ə. kiçik olur. Ümumi halda belə maşınlar üçün

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

bərabərsizliyini yazmaq lazımdır. Tutaq ki, istilik maşınında işçi cisim qızdırıcıdan Q_1 qədər istilik miqdarı alır və iş görmədən soyuducuya Q_2 qədər istilik miqdarı verir. Aydındır ki, enerjinin saxlanma qanununa görə $Q_1 = Q_2$ olmalıdır. Bu halda yuxarıdakı bərabərsizlikdən

$$0 \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

alınar.

İstiliyin verilməsi dönməyən proses olduğundan

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} > 0$$

yazmaq lazımdır. Mütləq temperatur müsbət qiymətlər alır, yəni $T > 0$-dır. Onda bu bərabərsizlikdən $T_1 > T_2$ alınar. Bu o deməkdir ki, iş görülmədən istilik yalnız isti cisimdən soyuq cisimə verilə bilər. Bu isə termodinamikanın ikinci qanununun Klauzius tərəfindən verilmiş ifadəsidir.

Yuxarıdakı bərabərsizlikdən həm də 2-ci növ daimi mühərrikin mümkün olmaması görünür. Daimi mühərrik olması üçün $Q_1 = A$ və $Q_2 = 0$ olmalıdır. Onda yuxarıdakı bərabərsizlikdən

$$1 \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

alınır. Mütləq temperatur müsbət olduğundan bu bərabərsizliyin ən böyük qiyməti 1 ola bilər. Bu halda isə T_2=0 olmalıdır. Deməli 2-ci növ daimi mühərrik qurmaq üçün proses ideal dönən olmalı və soyuducunun temperaturu mütləq sıfıra bərabər olmalıdır. Təbiətdə bu şərtlərin heç biri real halda ödənə bilməz. Ona görə də 2-ci növ daimi mühərrik düzəltmək olmaz.

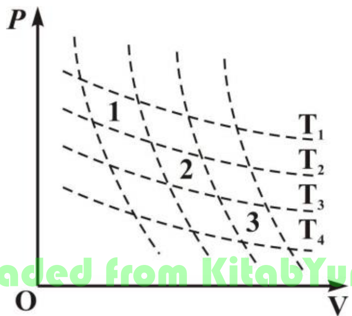
§3. Termodinamik mütləq temperatur şkalası

Temperatur anlayışı verildikdə qeyd olunmuşdur ki, yalnız termodinamikanın II qanunundan istifadə etməklə mütləq temperaturu tapmaq olar.

Karno teoremindən alındı ki,

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

bərabərsizliyi ödənməlidir. Bu



bərabərsizlik termodinamikanın II qanununu ifadə edir. Onu aşağıdakı şəkildə yazaq

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{T_2}{T_1}.$$

Dönən proses üçün təkcə bərabərlik işarəsini saxlamaq olar. Onda

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ və ya } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

olar.

Müxtəlif temperatur intervallarında yaranmış Karno siklinə baxaq. Şəkildə bu siklləri 1, 2, 3 rəqəmləri ilə göstərək və hər bir sikl üçün axırıncı bərabərliyi yazaq:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad \frac{Q_2}{Q_3} = \frac{T_2}{T_3}; \quad \frac{Q_3}{Q_4} = \frac{T_3}{T_4}$$

Onları tərəf-tərəfə bölsək $Q_1{:}Q_2{:}Q_3{:}Q_4 = T_1{:}T_2{:}T_3{:}T_4$ nisbətlərini alarıq. Buradan görünür ki, temperaturu istilik miqdarından istifadə edərək tapmaq olar. İstilik miqdarı işci cisimdən asılı olmadığı üçün onun vasitəsilə tapılmış temperatur da cismin xassələrindən, təbiətindən asılı olmayacaqdır. Belə tapılmış temperatur *termodinamik temperatur* adlanır.

Tutaq ki, 1, 2, 3 Karno sikllərinə uyğun temperaturlar arasındakı fərq eynidir. Onda II qanuna görə bu sikllərdə görülən işlər də eyni olacaqdır. Temperaturun mütləq termodinamik şkalasının qurulması Karno siklinin göstərilən xassəsinə əsaslanmışdır. Fərz edək ki, temperaturları suyun donmasına və qaynamasına uyğun Karno sikli vardır. Bu sikldə istiliyin işə çevrilən hissəsini Q ilə işarə edək. Göstərilən temperatur aralığını bir-birindən bərabər məsafələrdə yerləşən 100 izotermə bölək. Onda hər bir elementar Karno siklində görülən iş 0,01 Q olacaqdır. Bu bölgüdə izotermlər arasındakı temperatur intervalı 1 dərəcə olur. Bu üsulla suyun donma temperaturundan aşağıda yerləşən izotermləri də qurmaq olar. Bu izotermlərin sayı

$\xi = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1$ şərtindən, yəni T_2=273,16+t=0 şərtindən tapılır. Beləliklə alırıq ki, mütləq temperatur şkalasının *O* nöqtəsi suyun üclük nöqtəsinin (temperaturunun) –273,16^{o} qiymətinə uyğun gəlir. Bu nöqtə mütləq *sıfır nöqtəsi* adlanır. Klassik fizikada mütləq sıfırdan aşağı temperatur *mövcud* deyildir.

Termodinamik temperatur şkalası bu paraqrafın birinci düsturuna əsasən quruldu. Bu düstur işçi maddə olaraq götürülmüş ideal qaza aiddir. Buradan belə nəticə çıxır ki, termodinamik temperatur ideal qaz termometri ilə ölçülmüş temperaturla eynidir.

§4. Dönən və dönməyən proseslər

Qarşılıqlı təsirdə olduğu cisimlərdə heç bir dəyişiklik yaranmadan sistem əvvəlki halına qayıdarsa, belə proses dönən proses adlanır. Məsələn, tarazlıqdan çıxarılmış yaylı rəqqas və ya riyazi rəqqas sürtünməsiz hərəkət edərsə, ətrafda heç bir dəyişiklik yaratmadan yenidən ilk vəziyyətinə qayıdır. Sürtünmə nəzərə alınmayan bütün mexaniki proseslər dönən proseslərdir.

Termodinamik tarazlıq halında gedən proseslər dönəndir. Deməli, prosesin dönən olması üçün onun bütün mərhələlərində termodinamik tarazlıq şərti ödənməlidir. Əks halda kənar cisimlərdə dəyişiklik yaranar.

Beləliklə, prosesin dönən olması üçün əsas şərt onun kvazistatik olmasıdır. Kvazistatik proses termodinamik tarazlı proseslər ardıcıllığından ibarətdir. Deməli proses kvazistatik rejimdə gedirsə, dönən olur. Aşağıdakı misala baxaq. Tutaq ki, porşen altında maye və onun doymuş buxarı vardır. Verilmiş temperaturda porşenin çəkisini doymuş buxarın təzyiqinə bərabər qəbul edək (porşenin yuxarı hissəsi vakuumdur). Sistemə ətrafdan çox kiçik sürətlə istilik verdikdə porşen kvazistatik olaraq yuxarı qalxacaq, həcm genişlənəcək və silindrin daxilindəki maye buxara çevriləcəkdir. Sistemdən istilik ətrafa verildikdə isə buxarın təzyiqi azalacaq, porşen aşağı düşəcək və buxar mayeyə çevriləcəkdir. Proses kvazistatik getdikdə ətraf mühitdə heç bir dəyişiklik yaranmır və proses dönən olar.

Dönən prosesin üç əlaməti vardır: 1) xarici parametrin istiqamətini dəyişdikdə bir istiqamətdə gedən proses əks istiqamətdə gedər, 2) sistemin ilk halına qayıtması üçün əlavə enerji lazım olmur, 3) dönən proses bu prosesdə iştirak edən daxili və xarici cisimlərin halında heç bir dəyişiklik yaratmır.

Termodinamik tarazlıq olmadan gedən proses dönməyən

prosesdir. Real proseslər dönməyəndir. Məsələn, rəqqas havada hərəkət etdikdə sürtürmə nəticəsində enerjinin bir hissəsi istilik şəklində itir. Mexaniki enerjinin istiliyə çevrilməsi dönməyən prosesdir. Dönməyən prosesin istiqaməti istilik, enerji, iş baxımından onun əksi olan prosesdən fərqlənir. Başqa misala baxaq.

Tutaq ki, ağzı bağlı balonda qaz vardır. Balonun ağzını açdıqda qazın bir hissəsi balondan çıxır, onun çıxması üçün iş görmək tələb olunmur. Lakin həmin qazı yenidən balona doldurmaq üçün iş görmək lazımdır. Bu misallardan görünür ki, bir istiqamətdə gedən proses əks istiqamətdə gedən prosesə ekvivalent deyildir. Belə proseslər dönməyən proseslərdir.

Dönməyən proseslər də üç əlamətlə xarakterizə olunur: 1) dönməyən proseslər öz-özünə yalnız bir istiqamətdə gedir. Balondan boşluğa çıxan qaz öz-özünə yenidən balona qayıtmır. Düşən cismin sürətini azaldan havanın müqavimət qüvvəsi yenidən onun sürətini artıra bilməz; 2) dönməyən proseslərdə enerji faydasız yerə xərclənir, cismin qızmasına sərf olunur. Tərpənməz porşen altında olan qızmış qazın enerjisi ətraf cisimlərə verilir və onları qızdırır, eyni impulsa malik olan qüvvələr qeyri-elastik toqquşduqda onların kinetik enerjisi tamamilə həmin kürələrin qızmasına sərf olunur; 3) dönməyən proses zamanı qapalı sistemin halında qalıq dəyişiklik yaranır, məsələn, cisim plastik deformasiyaya uğrayır, şüalanan cismin daxili enerjisi azalır.

Göstərmək olar ki, prosesin dönməyən olmasının səbəbi sistemin belə prosesdə nizamlı haldan nizamsız hala keçməsidir. Fərz edək ki, ilk halda ətir molekulları bir həcmdə, hava molekulları isə başqa həcmdə idi. Onların temperaturlarını və molyar kütlələrini eyni qəbul edək. Həcmləri birləşdirsək ətir molekulları ilə hava molekulları bir-birinə qarışacaqdır, yəni əvvəlki nizam pozulacaqdır. Fiziki baxımdan gərək belə olmayaydı. Hər iki növdən olan molekulların impulsları eynidir, eyni ehtimalla bir-birilə və öz aralarında toqquşurlar. Ətir və hava molekullarının sürətlərinin bir-birinə doğru və əks istiqamətdə olması ehtimalı eynidir, yəni bir istiqamətdəki proses əks istiqamətdəki prosesə ekvivalentdir. Deməli proses dönəndir. Lakin ətir molekulları ilə hava molekulları bir-birinə qarışdıqdan sonra nə qədər gözləsək də onlar bir-birindən ayrılıb əvvəlki həcmlərinə qayıtmırlar. Deməli dönməzliyin səbəbi nizamlılığın nizamsızlığa keçməsidir.

§5. Klauzius bərabərsizliyi

Karno teoremindən və termodinamik temperatur şkalasının təyinindən alındı ki,

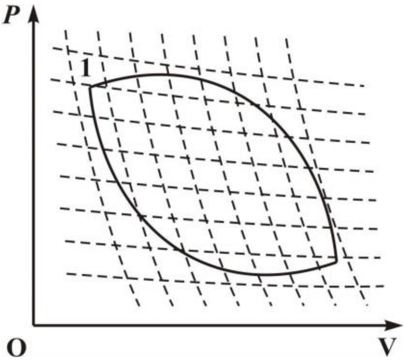
$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{T_2}{T_1} \text{ və ya } \frac{Q_2}{T_2} \geq \frac{Q_1}{T_1}$$

olur. Axırıncı ifadəni

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

şəklində yazaq. Bu ifadə bir işçi cismi, bir qızdırıcısı və bir soyuducusu olan istilik maşınına aiddir. Yəni, elə maşina aiddir ki, onun sikli iki izotermik və iki adiabatik prosesdən ibarətdir. Burada işçi cismin aldığı istilik miqdarını müsbət, verdyini isə mənfi qəbul etsək, bu bərabərsizliyi aşağıdakı cəm şəklində yazmaq olar:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$



Sistemin müəyyən cisimdən aldığı istilik miqdarının həmin cismin temperaturuna nisbəti gətirilmiş *istilik miqdarı* adlanır. Bu ifadə göstərir ki, sistemin aldığı gətirilmiş istilik miqdarlarının cəbri cəmi sıfırdan böyük ola bilməz. Bu, termodinamikanın II qanununun başqa ifadəsidir. Bu ifadəni ixtiyari dairəvi proses üçün ümumiləşdirək. Bunun üçün şəkildə göstərilən ixtiyari dairəvi prosesi kəsən və bir-birinə sonsuz yaxın yerləşən izotermlər və adiabatlar çəkək. Onda ixtiyari dairəvi proses sonsuz sayda elementar Karno sikllərinin cəmindən ibarət olacaqdır. Hər bir siklin öz işçi cismi, qızdırıcısı və soyuducusu olduğunu qəbul etmək olar.

Dairəvi prosesi sonsuz sayda adiabat və izotermlərlə tor şəklində böldükdə təzyiq və həcm sonsuz kiçik dəyişəcəkdir. Bu halda fərz etmək olar ki, temperatur kəsilməz dəyişir.

Baxılan dairəvi proses sonlu sayda elementar sikllərdən ibarət olduqda axırıncı ifadəni

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 ,$$

sonsuz sayda olduqda isə

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

şəklində yazmaq olar. Burada inteqrallama qapalı yol üzrə aparılır. Bu ifadə *Klauzius bərabərsizliyi* adlanır. Bərabərlik işarəsi dönən, bərabərsizlik işarəsi isə dönməyən prosesə aiddir. δQ sistemə T temperaturunda verilən elementar istilik miqdarıdır.

Beləliklə, alırıq ki, dönən prosesdə sistemə xaricdən verilən elementar gətirilmiş istilik miqdarının qapalı yol üzrə inteqralı sıfıra bərabərdir, dönməyən proses üçün sıfırdan kiçikdir.

Klauzius bərabərsizliyi ümumi halda ixtiyarı qapalı sikl üçün termodinamikanın ikinci qanununun riyazi ifadəsidir.

Klauzius bərabərsizliyini ən sadə prosesə tətbiq edək. Tutaq ki, sistem izotermik dönən sikl icra etmişdir. Bu prosesdə *T=const* olduğundan

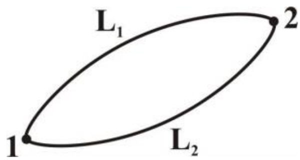
$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}\oint \delta Q = 0 \,.$$

yazmaq olar. Burada $\frac{1}{T}$ vuruğu sıfırdan fərqlidir. Ona görə də $\oint \delta Q = 0$ olmalıdır. Digər tərəfdən T=*const* şərtində daxili enerji də sabit qalacaq və $\Delta U = 0$ olacaqdır. Onda termodinamikanın I qanununa görə A=0 olar. Deməli dönən izotermik prosesdə işçi cisim iş görmür.

§6. Entropiya

Klauzius bərabərsizliyi göstərdi ki, kvazistatik dairəvi prosesdə sistemin aldığı gətirilmiş istilik miqdarlarının cəmi (inteqralı) sıfırdan böyük ola bilməz. Bu nəticə termodinamikanın II qanununun ifadələrindən biridir və daha ümumidir. Bu bərabərsizliyi ixtiyari siklə, onun ixtiyari hissəsinə tətbiq etmək olar.

Tutaq ki, sistem şəkildə göstərildiyi kimi gönən dairəvi proses icra edir. Onda Klauzius bərabərsizliyi



$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

bərabərliyi şəklində yazılar. Baxılan dairəvi prosesdə iki ixtiyari 1 və 2 halları götürək. 1 halından 2 halına keçid L_1 yolu ilə 2 halından 1 halına keçid L_2 yolu ilə baş verirsə, onda Klauzius bərabərliyini

$$\int\limits_{1(L_1)}^{2} \frac{\delta Q}{T} + \int\limits_{2(L_2)}^{1} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

cəmi kimi yazmaq olar. Proses dönən olduğundan L_2 yolunda $\frac{\delta Q}{T}$ -nin inteqralı düz və əks keçidlərdə mənfi işarəsi ilə eyni olmalıdır, yəni

$$\int_{1(L_2)}^{2} \frac{\delta Q}{T} = -\int_{2(L_2)}^{1} \frac{\delta Q}{T}$$

Axırıncı iki ifadədən

$$\int_{1(L_1)}^{2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1(L_1)}^{2} \frac{\delta Q}{T}$$

alınır. Bu bərabərlik göstərir ki, sistem 1 halından 2 halına keçdikdə onun aldığı gətirilmiş istilik miqdarı yolun formasından asılı olmayıb, sistemin başlanğıc və son halından asılıdır. Deməli $\int_{1}^{2} \frac{\delta Q}{T}$ ifadəsi sistemin 1 və 2 hallarını xarakterizə edən funksiyanın dəyişməsini göstərir. Bu hal funksiyası *entropiya* adlanır və *S* ilə işarə olunur. 1 halının entropiyasını S_1, 2 halının entropiyasını S_2 ilə işarə etsək, onda

$$S_2 - S_1 = \int \frac{\delta Q}{T}$$

alarıq. Buradan görünür ki, entropiya müəyyən bir sabit dəqiqliyi ilə təyin olunan funksiyadır.

Entropiya hal funksiyası olduğu üçün onun dəyişməsi

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

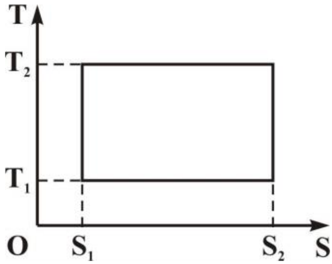
şəklində tam diferensial kimi yazıla bilər.

Göstərilən bərabərlik kvazistatik proses, yəni ardıcıl olaraq termodinamik tarazılı proses üçün alınmışdır. Qeyri-tarazılı prosesi elə elementar proseslərə bölmək olar ki, onların hər birini tarazılı proses kimi qəbul etmək mümkün olsun. Bu şərt ödəndikdə entropiya anlayışını qeyri-tarazılı proseslərə də aid etmək olar. Bu halda

$$dS > \frac{\delta Q}{T}$$

olur.

Axırıncı iki ifadə göstərir ki, kvazistatik adiabatik prosesdə sistemin entropiyası dəyişmir, qeyri-tarazlı prosesdə isə onun dəyişməsi sıfırdan böyük olur, yəni dönməyən prosesdə entropiya artır. Entropiyası sabit qalan prosesə *izoentropik proses* deyilir. Dönən adiabatik proses izoentropik prosesdir.



Buradan belə söyləmək olar ki, Karno sikli iki izotermik və iki izoentropik prosesdən ibarətdir. Onda *T, S* diaqramında Karno sikli şəkildə göstərilən düzbucaqlı kimi olacaqdır. Bu düzbucaqlının sahəsi ədədi qiymətcə sistemin aldığı istilik miqdarına bərabər olacaqdır. Əgər istilik miqdarı müsbətdirsə sistemin entropiyası artır, mənfidirsə – azalır.

Sistemin termodinamik tarazlıq halına entropiyanın maksimum qiyməti uyğun gəlir. Buradan belə nəticə çıxır ki, sistemin entropiyası maksimumdursa, onun temperaturu bütün hissələrdə eyni olur. Karno düsturuna görə istilik maşınının f.i.ə. qızdırıcının temperaturu aşağı olduqda kiçik olur. Deməli istilik aşağı temperaturda alınırsa (alınan istilik müsbət qəbul olunur) $dS = \frac{\delta Q}{T}$ ifadəsinə əsasən işçi cismin entropiyasının dəyişməsi böyük olur, yəni onun entropiyası daha çox artır. Buradan alınır ki, entropiyası böyük olan cismin işgörmə qabiliyyəti az olur.

Yuxarıda deyilənləri ümumiləşdirərək aşağıdakıları söyləmək olar:

–dönən proseslərdə sistem nə qədər entropiya udursa, həmin qədər də ayırır, yəni dönən prosesdə sistemin entropiyası dəyişmir. Bu, entropiyanın saxlanma qanunudur. Termodinamikanın I qanunu enerjinin saxlanma qanununu ifadə etdiyi kimi, II qanun entropiyanın saxlanma qanununu göstərir.

–Entropiya sistemin halını xarakterizə edən funksiyadır, yəni o, yalnız sistemin halından asılıdır.

–Entropiya additiv (yəni, hədbə-hədd toplanan) kəmiyyətdir. Sistem *N* sayda elementdən ibarətdirsə, onun ümumi entropiyası ayrı-ayrı elementlərin entropiyaları cəminə bərabər olur.

–Yuxarıda verilmiş düsturlarla entropiyanın dəyişməsini tapmaq olur. Entropiyanın mütləq qiyməti müəyyən bir sabit dəqiqliyi ilə tapılır. Lakin ixtiyari bir hal üçün entropiyanı hesablamaq mümkün olarsa, onun mütləq qiymətini təyin etmək olar (Nernst teoremı).

–Dönməyən proseslərdə entropiyanın saxlanma qanunu ödənmir. Belə proseslərdə sistemin entropiyası artır. Əslində dönən proses real proses deyildir. Təbiətdə bütün proseslər dönməyə-ndir. Ona görə də entropiya həmişə artır.

–Entropiya nizamsızlıq ölçüsüdür. Nizamlı sistemin entropiyası ən kiçik, nizamsız sistemin entropiyası ən böyükdür. Sistemin entropiyası nə qədər böyükdürsə, o, termodinamik tarazılıq vəziyyətinə bir o qədər yaxın olur.

–Entropiyanın sistemin parametrlərindən asılılığı məlum olarsa orada gedəcək proseslərin istiqamətini əvvəlcədən təyin etmək olar.

§7. Termodinamikanın II qanununun statistik xarakteri. Entropiya və ehtimal

Klauzius bərabərsizliyinə görə termodinamik sistemdə öz-özünə gedən proses onu termodinamik tarazlığa aparmalıdır, yəni proses entropiyanın artması istiqamətində olmalıdır (istilik isti cisimdən soyuq cismə verilməlidir). Bu o deməkdir ki, sistem ehtimalı daha çox olan hala keçməyə çalışır. Əvvəlki paraqraflarda qeyd edilmişdi ki, ideal qaz onun üzərində iş görmədən və istilik mübadiləsi olmadan boşluğa axır: qaz molekulları xaotik istilik hərəkəti nəticəsində ona verilmiş həcmi doldurur. Termodinamikanın II qanununa əsasən həmin həcmin bütün nöqtələrində təzyiq və temperatur eyniləşir və termodinamik tarazlıq halı yaranır. Bu halın entropiyası və ehtimalı ən böyük olur. Əgər qazda olan molekulların sayı çox az olarsa, onda termodinamik tarazlığa uyğun ehtimal azalır. Ancaq yenə də ixtiyari qeyri-tarazlıq halının ehtimalından böyük olur.

Tutaq ki, sabit həcmli qab arakəsmə ilə iki bərabər hissəyə bölünmüşdür və hissələrdən birində 2 molekul vardır. Arakəsməni götürdükdə «termodinamik tarazılıq» o vaxt yaranar ki, molekullardan biri həcmin 1-ci hissəsində, digəri isə həcmin 2-ci hissəsində olsun. Aydındır ki, belə paylanmanın ehtimalı ən böyük olur. Molekulların sayını artırsaq qabın hər iki hissəsində eyni sayda molekulların olması ehtimalı ədədi qiymətcə artır. Doğrudan da riyazi ehtimal düsturuna görə N sayda molekulların qabın hər iki hissəsində bərabər paylanma ehtimalı onların qabın 1 hissəsində olma ehtimalından $\dfrac{N!}{\frac{N}{2}!\,\frac{N}{2}!}$ dəfə böyük olur. Məsələn, bu ifadə N=2 olduqda 2-yə, N=4 olduqda 6-ya, N=10 olduqda 252-yə, N=20 olduqda isə 184756-ya bərabər olur. Beləliklə görünür ki, sistemin tarazlıqda olma ehtimalı qalan bütün halların ehtimalından böyükdür və molekulların sayı artdıqca tarazılıq halının ehtimalı kəskin artır. Buradan termodinamikanın II qanununun statistik xarakteri aydın görünür.

Termodinamikada termodinamik ehtimal anlayışından istifadə olunur. Termodinamik ehtimal dedikdə sistemin verilmiş makroskopik halını yaradan mikroskopik halların sayı başa düşülür.

Riyazi ehtimal gözlənilən hadisələrin sayının hadisələrin ümumi sayına nisbətilə hesablanır. Gözlənilən hadisələrin sayını n, ümumi hadisələrin sayını N ilə işarə etsək, riyazi ehtimal

$$P = \frac{n}{N}$$

olur. Buradan görünür ki, riyazi ehtimalın ən böyük qiyməti vahidə bərabər ola bilər. Fərz edək ki, torbada çox sayda eyni miqdarda bir-birinə qarışmış ağ və qara kürəciklər vardır. Torbadan N sayda kürəcik çıxaraq. Çıxarılmış kürələrdən n_1 dənəsinin ağ, $n_2=N-n_1$ dənəsin qara olması ehtimalı

$$P = \left(\frac{1}{2}\right)^N \frac{N!}{n_1!(N-n_1)}$$

düsturu ilə hesablanır. Bu ifadə o vaxt maksimum qiymət alır ki, $n_1 = n_2 = \frac{N}{2}$ olsun.

Mikroskopik halların sayı, yəni termodinamik ehtimal

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!...n_k!}$$

düsturu ilə hesablanır. Yuxarıda göstərilən misala uyğun olaraq N molekulların ümumi sayı, k – qabın hissələrinin sayı (k=2), n_1, $n_2=N-n_1$ qabın 1-ci və 2-ci hissələrindəki molekulların sayıdır. Baxılan misalda termodinamik ehtimal

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!}$$

kimi yazılır. Göründüyü kimi termodinamik potensial mikro halların sayı olduğundan həmişə vahiddən böyükdür. Bu ifadənin də maksimumu $n_1 = n_2 = \frac{N}{2}$ -yə uyğun olur. Sistemin iki halına uyğun termodinamik və riyazi ehtimalların nisbəti bir-birinə bərabərdir, yəni bu ehtimallar bir-birindən sabit vuruqla fərqlənirlər. Riyazi ehtimalın ən böyük qiyməti vahid ola bilər. Termodinamik ehtimal isə vahiddən böyük ixtiyari qiymət ola bilər.

Yuxarıda 2, 4, 10, 20 molekulun qabın hər iki hissəsində bərabər paylanma ehtimalının onların qabın yalnız 1 hissəsində olma ehtimalına nisbəti göstərilmişdir. Riyazi ehtimalların nisbəti üçün alınmış qiymətlər termodinamik potensialların nisbəti üçün də eyni olacaqdır.

Molekulların ümumi sayı N=2 olduqda onların hər ikisinin qabın 1 hissəsində olmasının termodinamik ehtimalı $W(2,\, 0) = 1$, qabın hər hissəsində 1 molekulun olması ehtimalı isə $W(1,\, 1) = 2$ olur. N=4 olduqda $W(4{,}0) = 1$ (0!=1-dir), $W(2{,}2) = 6$, $N = 10$ olduqda $W(10,\, 0) =$ $=1$, $W(5,\, 5) = 252, N = 20$ olduqda $W(20,\, 0) = 1, W(10,\, 10) = 184756$ olur.

Bu misallar göstərir ki, molekuların sayı az olduqda onların qabın bütün həcmində bərabər paylanması ehtimalı az (əlbəttə qeyri-bərabər paylanma ehtimalından həmişə çox) olur, yəni halların ehtimalı bir-birindən kəskin fərqlənmir. Termodinamikanın II qanunu çox sayda molekullardan ibarət sistemə aid olduğu üçün az sayda molekullardan təşkil olunmuş sistemlərdə belə kənara çıxmalar mümkündür. Bütün molekulların qabın 1 hissəsində olması 4 molekuldan ibarət sistemdə hər 8 paylanmada, 10 molekuldan ibarət sistemdə hər 504 paylanmada 1 dəfə təkrar oluna bilər. Termodinamikanın II qanununa görə belə hal olmamalıdır. Ancaq ehtimal nəzəriyyəsinə görə molekulların yalnız 1 tərəfdə toplanması ola bilər. Molekulların sayı artdıqca göstərilən halın yaranma ehtimalı azalır. Bu mülahizə bir daha termodinamikanın ikinci qanununun statistik xarakterini göstərir.

Beləliklə, aydın olur ki, molekulların sayı nə qədər çox olarsa, statistik hallar termodinamik hallara yaxın olur. Statistik baxımdan sistemin tarazlıq halına keçməsi termodinamik ehtimalın, termodinamik baxımdan isə entropiyanın artması istiqamətində baş verir. Buradan belə nəticə çıxır ki, entropiya ilə termodinamik ehtimal arasında birqiymətli əlaqə olmalıdır. Bu əlaqəni müəyyənləşdirək. Tutaq ki, baxılan sistem iki makrosistemdən ibarətdir. Onların entropiyasını və ehtimalını uyğun olaraq S, W, S_1, W_1, S_2, W_2 ilə işarə edək. Yuxarıdakı mülahizələrə əsasən entropiya və ehtimal bir-birinin funksiyası olmalıdır, yəni

$$S = \varphi(W),\ S_1 = \varphi(W_1),\ S_2 = \varphi(W_2)$$

yazmaq olar. Məlumdur ki, sistemin entropiyası onun ayrı-ayrı hissələrinin entropiyaları cəminə $S=S_1+S_2$, ehtimalı isə ehtimalları hasilinə $W = W_1 \cdot W_2$ -yə bərabərdir. Onda

$$S = \varphi(W_1) + \varphi(W_2) = \varphi(W_1 \cdot W_2)$$

yazmaq olar. Bu ifadədən əvvəlcə W_1 -ə, sonra isə W_2 -yə görə törəmə alsaq

$$\varphi'(W_1) = \varphi'(W_1W_2)W_2$$

$$\varphi'(W_2) = \varphi'(W_1W_2)W_1$$

olar. Buradan

$$\frac{\varphi'(W_1)}{W_2} = \frac{\varphi'(W_2)}{W_1} \text{ və ya } W_1\varphi'(W_1) = W_2\varphi'(W_2)$$

alınar. Bu isə o deməkdir ki, ixtiyari hal üçün bu hasil sabit kəmiyyətdir. Bu sabit Bolsman sabiti adlanır və k ilə işarə olunur:

$$W\varphi'(W) = K \text{ və ya } \varphi'(W) = \frac{K}{W}$$

Digər tərəfdən, $S = \varphi(W)$ düsturunu W -ya görə diferensiallasaq,

$$dS = \varphi'(W)dW \text{ və ya } \varphi'(W) = \frac{dS}{dW}$$

alarıq. Axırıncı ifadələri müqayisə etsək

$$\frac{dS}{dW} = \frac{K}{W} \text{ və ya } dS = K\frac{dW}{W}$$

alınar. Bu ifadəni inteqrallamaqla S ilə W arasındakı əlaqəni

$$S = K \ln W + const$$

şəklində almış olarıq. Düstura daxil olan sabiti sıfır qəbul etmək olar.

Tam nizamlı halda W=1 və entropiya sıfır olarsa, *const*=0 olar. Bu şərt daxilində

$$S = K \ln W$$

olacaqdır. Bu əlaqə Bolsman tərəfindən müəyyənləşdirilmişdir. Bolsman bu düstura əsasən termodinamikanın II qanununu belə ifadə etmişdir: «*Təbiət həmişə ehtimalı az olan haldan çox olan hala keçməyə çalışır*».

Bolsman düsturu termodinamik kəmiyyət olan entropiyanı statistik kəmiyyət olan ehtimalla əlaqələndirir. Deməli, entropiya statistik məna daşıyırsa, termodinamikanın II qanunu da statistik məna daşıyır. Statistik mülahizə entropiyanın azalması istiqamətində gedən prosesi qadağan etmir (sadəcə olaraq belə prosesin ehtimalı çox kiçikdir). Bu baxımdan termodinamikanın II qanunu öz mütləq xarakterini itirir. Klauzius bərabərsizliyi pozulur; istilik soyuq cisimdən isti cismə də verilə bilər. Bu prosesin ehtimalı sıfırdan fərqlidir, yəni sistemin öz-özünə tarazlıq halından çıxması mümkündür. Ona görə də termodinamikanın II qanununu belə başa düşmək lazımdır: *sistemin halının entropiyanın artması istiqamətində dəyişməsi daha ehtimallıdır*.

Termodinamikanın II qanunundan kənara çıxmanı təsdiq edən hadisələrdən biri də fluktuasiyadır. Tarazlıqda olan sistemin tarazlığının qısa müddətlər intervalında arası kəsilmədən pozulması *fluktuasiya* adlanır. Fluktuasiya nəticəsində sistemin elementar həcmlərində enerji kəskin artır, yəni proses entropiyanın azalması istiqamətində olur. Məsələn, Kainatın müəyyən bir həcmində – ulduzlar dumanlığında belə fluktuasiya yeni ulduzların yaranmasına səbəb olur.

Digər tərəfdən termodinamikanın II qanununa görə Kainatda proseslər entropiyanın artması istiqamətində getməlidir. Bu isə o deməkdir ki, bütün nöqtələrdə temperatur eyniləşməlidir və bu proseslər istilik ölümünə gətirməlidir. Bu nəticə Kainata qapalı sistem kimi baxılmasından irəli gəlir. Ancaq ümumi nisbilik nəzəriyyəsi göstərdi ki, Kainat qapalı sistem deyildir, orada dəyişən qravitasiya sahəsi hökm sürür və ona görə də entropiyanın artması ilə Kainatda statistik tarazlıq yaranmır.

§8. Müxtəlif hallarda entropiyanın hesablanması

İdeal qazın entropiyası. Termodinamikanın I qanununa görə makroskopik sistemin aldığı elementar istilik miqdarı

$$\delta Q = dU + PdV$$

düsturu ilə hesablanır. Məlumdur ki, ideal qazın daxili enerjisi onun həcmindən asılı deyildir. Ona görə də ideal qazın daxili enerjisini sabit həcmdəki istilik tutumu ilə $dU = C_V dT$ şəklində ifadə etmək olar. Digər tərəfdən $\delta Q = TdS$ olduğundan termodinamikanın I qanununu

$$TdS = C_V dT + PdV$$

şəklində yazmaq olar. Buradan

$$S = \int \frac{1}{T}(C_V dT + PdV)$$

alınar. Bu, *termodinamikanın əsas tənliyi* adlanır. $T = \dfrac{PV}{R}$ və $dT = \dfrac{1}{R}(PdV + VdP)$ düsturlarını nəzərə alsaq

$$S = \int \frac{R}{PV}\left[\frac{C_V}{R}(PdV + VdP) + PdV\right] =$$

$$= \int \frac{1}{PV}(C_V PdV + C_V VdP + RPdV) =$$

$$= \int \frac{1}{PV}\left[(C_V + R)PdV + C_V VdP)\right] =$$

$$= \int \frac{1}{PV}(C_P PdV + C_V VdP)$$

olar. Burada $C_V + R = C_P$ ilə əvəz olunmuşdur və sabit təzyiqdə *istilik tutumu* adlanır. İdeal qaz üçün C_V və C_P sabit olduğundan axırıncı inteqralı

$$S = C_V \int \frac{dP}{P} + C_P \int \frac{dV}{V}$$

şəklində yazaraq, inteqrallasaq

$$S = C_V \ln P + C_P \ln V + S_0 \text{ və ya } S - S_0 = C_V \ln P + C_P \ln V$$

alarıq. Burada S_0 inteqrallama sabitidir. Bu düsturlar ideal qazın entropiyasını S_0 dəqiqliyi ilə təyin edir. Bu düsturlardan istifadə edərək ideal qazın bir haldan digər hala keşməsi zamanı onun entropiyasının dəyişməsini hesablamaq olar. Tutaq ki, ideal qazın təzyiqi P_1-dən P_2-yə qədər yüksəlmiş və həcmi V_1-dən V_2-yə qədər artmışdır. Bu zaman entropiyanın dəyişməsi

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C_V \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} + C_P \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = C_V \ln \frac{P_2}{P_1} + C_P \ln \frac{V_2}{V_1}$$

olar.

Termodinamikanın əsas tənliyində $P = \frac{RT}{V}$ olduğunu nəzərə alaraq onu

$$S = C_V \int \frac{dT}{T} + R \int \frac{dV}{V}$$

şəklində yazaq. Buradan ideal qazın T_1, V_1 halından T_2, V_2 halına keçməsi zamanı onun entropiyasının dəyişməsini

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

kimi tapa bilərik. İsbat etmək olar ki, ideal qazın entropiyasının dəyişməsi üçün tapılmış ifadələr eynidir. Bunun üçün 1-ci düsturda

$$\ln\frac{P_2}{P_1}=\ln\frac{T_2}{T_1}\frac{V_1}{V_2}=\ln\frac{T_2}{T_1}-\ln\frac{V_2}{V_1}$$ və $C_P=C_V+R$ yazmaq kifayətdir.

Adiabatik sistemin entropiyası. Adiabatik prosesin təyininə görə $\delta Q=0$ -dır. Onda termodinamikanın II qanununa əsasən $\frac{\delta Q}{T}\le dS$ düsturundan $dS\ge 0$ alınır, yəni gönən adiabatik prosesdə entropiya sabit qalır, dönməyən prosesdə isə artır.

Tutaq ki, qapalı adiabatik sistem iki cisimdən ibarətdir. Onların temperatur və entropiyasını T_1, S_1 və T_2, S_2 ilə işarə edək. Qəbul edək ki, $T_1>T_2$ -dir. Onda 1-ci cisim δQ qədər istilik miqdarı verəcək, 2-ci cisim həmin qədər alacaqdır. Sistem bütövlükdə adiabatik olsa da onun daxilində gedən proseslər adiabatik olmaya da bilər. Ona görə də ümumi halda cisimlərin entropiyasının dəyişməsini

$$dS_1=-\frac{\delta Q_1}{T_1} \text{ və } dS_2=\frac{\delta Q_2}{T_2}$$

şəklində yazmaq lazımdır. Entropiya additiv kəmiyyət olduğundan sistemin ümumi entropiyasının dəyişməsi

$$dS=dS_1+dS_2=-\frac{\delta Q_1}{T_1}+\frac{\delta Q_2}{T_2}=\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)\delta Q_1=\frac{T_1-T_2}{T_1T_2}\delta Q_1$$

olacaqdır. $T_1>T_2$ olduğundan 1-ci cisimdən 2-ci cismə istiliyin verilməsi dönməyən prosesdir. Beləliklə, alırıq ki, dönməyən adiabatik prosesdə $dS>0$ olur, yəni entropiya artır.

İdeal qazın vakuuma genişlənməsi. Tutaq ki, həcmi sabit olan qab arakəsmə ilə iki hissəyə bölünmüşdür. Hissələrdən biri vakuumdur, ikinci hissədə isə həcmi V_1, təzyiqi P_1 olan ideal qaz vardır. Arakəsmə götürüldükdə qaz böyük sürətlə vakuuma axacaq və bütün həcmdə bərabər paylanacaqdır. Bu proses dönməyən adiabatik prosesdir. Qeyd edildi ki, dönməyən adiabatik prosesdə sistemin entropiyası artır. Göstərmək olar ki, doğrudan da ideal qaz vakuuma genişləndikdə onun entropiyası artır. Qaz genişləndikdən sonra onun həcmini V_2, təzyiqini isə P_2 ilə işarə edək. Aydındır ki, $V_2 > V_1$ olduğundan $P_2 < P_1$ olacaqdır. Onda ideal qazın entropiyasının dəyişməsi düsturundan

$$\Delta S = -C_V \ln \frac{P_1}{P_2} + C_P \ln \frac{V_2}{V_1}$$

yazmaq olar. Boyl-Mariott qanununa görə $\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$ və $C_V = C_P - R$ bərabərliklərini nəzərə alsaq

$$\Delta S = -(C_P - R)\ln \frac{V_2}{V_1} + C_P \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

alınar. $R > 0$ və $V_2 > V_1$ olduğundan $\Delta S > 0$-dır, yəni ideal qaz boşluğa genişlənərkən onun entropiyası artır. Bir daha isbat olunur ki, təbiətdə öz-özünə gedən proseslər həmişə entropiyanın artması istiqamətində olur.

§9. Termodinamikanın I və II qanunlarının temperatur və həcm ilə ifadəsi

Məlumdur ki, daxili enerji iki üsulla (temperaturu dəyişməklə və iş görməklə) dəyişdirilə bilər. Bu mənada daxili enerjinin temperaturun və həcmin funksiyası olduğunu qəbul etmək olar. Tutaq ki, sistemin temperaturu və həcmi eyni zamanda artır. Bu zaman daxili enerjinin dəyişməsi

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dV + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

olacaqdır.

Bu ifadəni termodinamikanın I qanununu göstərən

$$\delta Q = dU + PdV$$

düsturunda yerinə yazsaq

$$\delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] dV$$

alınar. Bu düstur termodinamikanın I qanununun temperatur və həcm ilə ifadəsidir. Əgər sistemə istilik verilərkən onun həcmi sabit qalarsa, onda dV=0 olar və

$$\delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT = C_V dT$$

alınar.

Göstərildi ki, termodinamikanın II qanunu $dS = \frac{\delta Q}{T}$ kimi yazıla bilər. Bu ifadədə termodinamikanın I qanunu üçün alınmış düsturu nəzərə alsaq

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{P}{T}\right] dV$$

olar. Digər tərəfdən entropiyanın dəyişməsinin tam diferensial olduğunu nəzərə alsaq $S(T, V)$ asılılığından

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

yazmaq olar. Axırıncı iki ifadənin müqayisəsindən

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T}; \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{P}{T}$$

alınar. Sabit həcmdə istilik tutumu həmişə müsbət kəmiyyətdir. Ona görə də $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V > 0$ -dir. Bu isə o deməkdir ki, sistemi sabit həcmdə qızdırdıqda onun entropiyası həmişə artır.

Entropiyanın dəyişməsinin həcmin dəyişməsindən asılılığını aşkar etmək üçün axırıncı ifadələrdən birincini V-yə, ikincini isə T-yə görə diferensiallayaq. Onda

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T,$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T^2}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V}\right) - \frac{P}{T^2} + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

alınar. Diferensiallama əməliyyatı diferensiallama ardıcıllığından asılı olmadığından bu ifadələrin sol tərəfləri eynidir. Bu eyniliyi və

$$\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) = \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$$

münasibətini nəzərə alsaq, yuxarıdakı bərabərliklərdən

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

alınar. Burada birinci hədd göstərir ki, həcmin izotermik artması zamanı kənardan qəbul olunan istiliyin hesabına daxili enerji artır. İkinci hədd isə göstərir ki, sistem xarici qüvvələrə qarşı iş gördüyündən daxili enerji azalır. İdeal qaz üçün $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V}$ olduğundan $T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = P$ və $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$ olur. Bu o deməkdir ki, ideal qazın daxili enerjisi onun həcmindən asılı deyildir.

Yenidən entropiyanın hesablanmasına qayıdaq. Yuxarıdakı düsturların müqayisəsindən

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T} \text{ və } \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

olduğunu alırıq. Məlumdur ki, sabit həcmdə temperatur qalxdıqda təzyiq artır. Deməli verilmiş həcmi sabit saxlamaq üçün kənardan əlavə təzyiq göstərmək lazımdır. Bu əlavə təzyiq olmadıqda cisim genişlənir. Belə cisimlərin istidən genişlənmə əmsalı və ona uyğun təzyiqin termik əmsalı müsbət olur. Cisim genişləndiyi zaman onun entropiyası artır.

Daxili enerjinin dəyişməsinin $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ ifadəsini entropiyanın dəyişməsinin birinci düsturunda yerinə yazsaq

$$dS = C_V \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dV$$

alarıq. Bu, termodinamikanın II qanununun diferensial formasıdır. Termodinamik hesablamalarda, əsasən bu düsturdan istifadə olunur.

§10. Sərbəst enerji

İstilik maşınlarında daxili enerjini işə çevirmək üçün temperaturlar fərqindən istifadə edilir. Temperaturlar fərqi hesabına işçi cisim iş görür və hər siklin sonunda öz əvvəlki halına qayıdır, onun halında heç bir dəyişiklik yaranmır. İşçi cisim hər bir siklin başlanğıcında eyni xassələrə, eyni termodinamik parametrlərə malik olur. İşçi cismi əvvəlki vəziyyətinə qaytaran kənardan verilən istilik miqdarıdır. Hər sikldə bu istiliyin bir hissəsi işə çevrilir və beləliklə, maşın iş görür. Kənardan istilik miqdarı daxil olmadıqda (məsələn, yanacaq yanıb qurtardıqda) temperaturlar fərqi sıfıra bərabər olur və istilik maşını işləmir.

Lakin temperaturlar fərqi sıfıra bərabər olan halda da, yəni izotermik yolla da cisim iş görə bilər. Bu zaman iş cismin halının dəyişməsi hesabına görülür. Cismin halının dəyişməsi kəsilərsə, cisim daha iş görə bilmir. Məsələn, sıxılmış qaz izotermik genişlənərkən iş görür. Görülən iş sıxılmış havanın halının dəyişməsi hesabına olur. Bu işi hesablayaq. Termodinamikanın I qanununa görə görülən iş

$$PdV = \delta Q - dU$$

düsturu ilə tapılır. Burada dönən proses üçün $\delta Q = TdS$ olduğunu nəzərə alsaq

$$PdV = TdS - dU$$

olar. Proses izotermik olduğundan $TdS = d(TS)$ qəbul etmək olar. Onda yuxarıdakı düstur

$$PdV = d(TS - U) \text{ və ya } PdV = d(U - TS)$$

şəklinə düşər. Mötərizənin içərisindəki kəmiyyətlər hal funksiyası və hal parametrləridir. Deməli, onlardan təşkil olunmuş funksiya da hal funksiyası olacaqdır. Bu hal funksiyası *sərbəst enerji* adlanır, F ilə işarə olunur və

$$F = U - TS$$

şəklində yazılır. Bu ifadənin $TS = U - F$ forması göstərir ki, sərbəst enerji daxili enerjidən TS hasili qədər kiçikdir. Daxili enerji ilə sərbəst enerjinin fərqini göstərən bu hasil *bağlı enerji* adlanır. Beləliklə, alırıq ki, daxili enerji tamamilə işə çevrilə bilmir. İzotermik prosesdə daxili enerjinin TS qədəri «itib-batır». Deməli dönən izotermik prosesdə görülən iş sərbəst enerjinin dəyişməsinə bərabər olub

$$\delta A = -dF \text{ və ya } A = F_1 - F_2$$

şəklində hesablanır. Bu ifadə göstərir ki, baxılan prosesdə görülən iş daxili enerjinin dəyişməsilə deyil, sərbəst enerjinin dəyişməsinə bərabərdir. Dönməyən izotermik prosesdə

$$\delta A < -dF \text{ və ya } A < F_1 - F_2$$

olur.

Yuxarıdakı düsturlar göstərir ki, sabit temperaturda xariclə istilik mübadiləsində olan sistemin gördüyü iş onun sərbəst enerjisinin azalması hesabına olur. Bu nəticə qapalı sistemin entropiyasının artması nəticəsi ilə ekvivalentdir. İzotermik halda iş görən sistemin enerjisi azalır, minimuma enir. Deməli sərbəst enerjisi minimum olan sistem termodinamik tarazlıqda olur. Mexaniki sistemlərdə potensial enerjinin minimumu, termodinamik sistemlərdə isə sərbəst enerjinin minimumu sistemin tarazlıq şərtini ifadə edir.

Termodinamikaya sərbəst enerji anlayışı Helmhols tərəfindən gətirilmişdir.

Sərbəst enerji hal funksiyası olduğundan *F=U-TS* düsturundan onun tam diferensialı

$$dF=dU-TdS-SdT$$

olur. Burada *dU=TdS-PdV* olduğunu nəzərə alsaq

$$dF=-SdT-PdV$$

alınar. Buradan

$$S=-\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V, \quad P=-\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T.$$

Göründüyü kimi ikinci tənlik təzyiqin temperaturdan və həcmdən asılılığını ifadə edir. Ona görə də bu tənlik hal tənliyi adlanır. Birinci tənliyi temperatura görə diferensiallasaq sabit həcmdə istilik tutumu üçün

$$C_V=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V=-T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V$$

ifadəsini alarıq. Axırıncı ifadələr göstərir ki, sərbəst enerjinin temperatur və həcmdən asılılıq funksiyasını bilərək sistemin xarakteristik kəmiyyətlərini tapmaq olar.

§11. Termodinamik potensial. Qibbs potensialı

Termodinamikanın I qanunundan alındı ki, sabit həcmdə sistemə verilən istilik miqdarı onun daxili enerjisinin

$$(\delta Q)_V=U_2-U_1,$$

sabit təzyiqdə isə entalpiyasının artmasına

$$(\delta Q)_P=I_2-I_1$$

sərf olunur. Entalpiyanın dəyişməsi sistemin gördüyü işlə əlaqədardır. Qeyd edildi ki, entalpiya

$$I=U+PV$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Bu ifadəyə oxşar olaraq aşağıdakı hal funksiyası

$$G = F + PV$$

Gibbs potensialı və ya *termodinamik potensial* adlanır. Gibbs potensialını

$$G = U - TS + PV$$

şəklində də yazmaq olar. Onun tam diferensialı

$$dG = dU - TdS - SdT + PdV + VdP\ .$$

İzotermik və izobarik proseslərdə $dU\text{-}TdS\text{=-}PdV$ olduğundan

$$dG=-SdT+VdP=0$$

olur. Bu o deməkdir ki, sistemin tarazlıq halında onun termodinamik potensialı minimum olur.

Beləliklə, baxılan hal funksiyalarını ümumi halda aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$U=U(S,V) \quad I=I(S,P)$$

$$F=F(T,U) \quad G=G(T,P)$$

Bu ifadələr maddənin halının *kanonik tənlikləri* adlanır.

Göstərilən hal funksiyalarının tam diferensialından istifadə edərək aşağıdakı münasibətləri almaq olar:

$$T=\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V,\ P=-\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S,\quad T=\left(\frac{\partial I}{\partial S}\right)_P,\quad V=\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_S$$

$$S=-\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V,\ P=-\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T,\ S=-\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P,\ V=\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T$$

Bu münasibətlərdən istifadə edərək ixtiyari parametrlər arasında əlaqə yaratmaq olar. Məsələn, birinci iki düsturu uyğun olaraq həcmə və temperatura görə diferensiallasaq

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S=\frac{\partial^2 U}{\partial S\partial V} \text{ və } \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V=-\frac{\partial^2 U}{\partial V\partial S}$$

alarıq. Buradan isə

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S=-\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$$

tapa bilərik.

Sərbəst enerjinin *F=U-TS,* Gibbs potensialının *G=I-TS* düsturlarında uyğun olaraq $S=-\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$ və $S=-\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P$ ifadələrini nəzərə alsaq

$$U=F-T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$$

$$I=G-T\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P$$

olar. Bu tənliklər bütün termodinamik funksiyaları və parametrləri hesablamağa imkan verir. Onlar *Qibbs-Helmhols tənlikləri* adlanır.

Termodinamik funksiyaları təyin edərkən maddənin miqdarı sabit qəbul edilmişdi. Elə kəmiyyətlər vardır ki, onlar sistemdə olan maddənin miqdarından asılı deyil, məsələn, maddənin temperaturu onun miqdarından asılı olmayıb, yalnız daxili halından asılıdır. Ancaq maddənin halını sabit saxlayıb miqdarını artırdıqda, onun hal funksiyaları artır.

Tutaq ki, sistemdə olan zərrəciklərin sayı *dN* qədər artmışdır. Təbii ki, onun daxili enerjisinin, sərbəst enerjisinin, termodinamik potensialının artımı əlavə edilmiş zərrəciklərin sayı ilə mütənasib olacaqdır. Məsələn, termodinamik potensialın tam diferensialı

$$dG=-SdT+VdP+\mu dN$$

şəklində yazılacaqdır. Burada μdN həddi zərrəciklərin sayının *dN* qədər artması zamanı termodinamik potensialın artımını göstərir. Bu ifadədən mütənasiblik əmsalını

$$\mu=\left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{T,P}$$

kimi tapmaq olar. Bu əmsal *kimyəvi potensial* adlanır. Termodinamik funksiyalar additivlik şərtini ödədiyindən *N* sayda eyni zərrəcikdən ibarət olan sistemin termodinamik potensialını $G=\mu N$ yazmaq olar. Buradan kimyəvi potensial

$$\mu = \frac{G}{N}$$

olub, bir zərrəciyin payına düşən termodinamik potensialı ifadə edir. Kimyəvi potensialı başqa termodinamik funksiyalarla da hesablamaq olar. Bütün hallarda o, temperaturun xətti funksiyası olan bir kəmiyyət dəqiqliyi ilə tapılacaqdır.

Termodinamik potensial yalnız başlanğıc və son hallardan asılı olduğundan termodinamik tarazlıqda olan iki fazalı sistemdə kimyəvi potensial zərrəciyin hansı fazada olmasında asılı olmayacaqdır.

§12. Nernst teoremi

Entropiyanın statistik mənasını araşdırarkən qeyd edildi ki, entropiya nizamsızlıq ölçüsüdür: nizamsızlıq artdıqca entropiya artır və tərsinə. Buradan söyləmək olar ki, temperatur aşağı düşdükcə sistemin nizamlılığı artır, sistem nizamlı hala keçir. Qaz halında olan maddə mayeyə, bərk cismə çevrilir. Kristallarda rəqslər tədriclə sönür və nəhayət mütləq sıfır temperaturda sıfırıncı enerji ilə xarakterizə olunan rəqslər qalır. Deməli, sistem ən kiçik enerji ilə xarakterizə olunan yüksək nizamlı hala yaxınlaşır. Yüksək temperaturlarda sistemi təşkil edən hissəciklərin xaotik istilik hərəkəti nizamlı quruluşun yaranmasına mane olur. Ancaq yenə də sistem termodinamik tarazlığa çalışır; bir tərəfdən enerjinin minimumuna uyğun nizamlı halı, digər tərəfdən entropiyanın maksimumuna uyğun nizamsız halı almağa çalışır. Yalnız sistemin temperaturunu mütləq sıfıra yaxınlaşdırdıqda həm enerji və həm də entropiya minimum olur. İstilik hərəkəti sistemin nizamsızlığını poza bilmir. Mütləq sıfıra yaxın temperaturlarda kristalın adiabatik və ya izotermik sıxılması bir-birindən fərqlənmir və bu proseslərdə onun entropiyası demək olar ki, dəyişmir. Nernst təcrübi faktları ümumiləşdirərək aşağıdakı nəticəni söyləmişdir: «*Mütləq sıfır temperaturunda sistemin halının dəyişməsi zamanı entropiya sabit qalır*». Bu nəticə Nernst teoremi, bəzən isə *termodinamikanın III qanunu* adlanır. Bu teorem təcrübədə yoxlanıla bilməz, çünki mütləq temperaturda təcrübə aparmaq mümkün deyildir. Lakin Nernst teoremindən çıxan nəticələri yoxlamaqla onun doğruluğuna inanmaq olar.

Məlumdur ki, entropiyanın dəyişməsi

$$dS = \int \frac{\delta Q}{T}$$

düsturu ilə hesablanır. Nernst teoreminə görə temperatur sıfıra yaxınlaşdıqda dS=0 olmalıdır. Başqa sözlə, temperatur sıfıra yaxınlaşdıqda entropiya müəyyən bir qiymətə yaxınlaşır. Plank qəbul edir ki,

$$\lim_{T \to 0} S = 0$$

olur. Yəni mütləq sıfırda entropiya sıfıra bərabər olur.

Entropiyanın mütləq sıfırda sıfıra bərabər olması və ya onun sabit qalması $\delta Q = 0$ şərtinə gətirir. Bu isə o deməkdir ki, temperatur sıfıra yaxınlaşdıqda sistemdən istilik almaq olmaz, sistemi soyutmaq olmaz, yəni mütləq sıfır əldə etmək olmaz, ona yalnız asimptotik yaxınlaşmaq olar.

Əgər mütləq sıfırda entropiya sıfır qəbul edilirsə, onda ixtiyari temperaturda entropiyanın mütləq qiymətini hesablamaq olar. Doğrudan da

$$S - S_0 = \int_{T_0}^{T} \frac{\delta Q}{T}$$

düsturunda T_0=0 olduqda S_0=0 yazsaq

$$S = \int_{0}^{T} \frac{\delta Q}{T}$$

olar. Bu qayda ilə təyin olunmuş entropiya *mütləq entropiya* adlanır.

Tutaq ki, sabit təzyiqdə cismin temperaturu dəyişir. Bu halda $\delta Q = C_P dT$ olduğunu nəzərə alsaq

$$S = \int_0^T \frac{C_P dT}{T}$$

yazmaq olar. İnteqralaltı ifadənin məxrəcinə T daxildir. Əgər T=0 olarsa onda inteqralaltı funksiya dağılır, inteqral yığılmır. Lakin Nernst teoreminə görə o, yığılan olmalıdır. Deməli, inteqralın yığılması üçün $T \to 0$ olduqda $C_P \to 0$ olmalıdır (bu nəticə C_V -yə də aiddir). Buradan belə çıxır ki, istilik tutumu temperaturdan asılı olmalıdır. Ancaq klassik fizikada istilik tutumu temperaturdan asılı deyildir. İstilik tutmunun kvant nəzəriyyəsi onun doğrudan da temperaturdan asılı olduğunu göstərdi.

Nernst teoremindən çıxan başqa nəticələrə də baxaq. İzotermik prosesdə sərbəst enerjinin

$$F = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

olduğu göstərilmişdir. Bu ifadəni V=*const* olmaqla temperatura görə diferensiallasaq

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dV = -S$$

alınar. Nernst teoreminə əsasən T=0 oluqda S=0 və $\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = 0$ olmalıdır. Onda $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = 0$ olar, yəni mütləq sıfıra yaxınlaşdıqda təzyiqin termik əmsalı sıfır olmalıdır. Başqa sözlə mütləq sıfıra yaxınlaşdıqda sabit həcmdə temperaturun dəyişməsi zamanı təzyiq dəyişmir. Eyni nəticəni həcmi genişlənmə əmsalı üçün də söyləmək olar. Aydındır ki,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

münasibətində Nernst teoreminə görə $\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = 0$ olduğundan $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 0$ olacaqdır. Sabit təzyiqdə temperatur mütləq sıfıra yaxınlaşdıqda həcmi genişlənmə əmsalı sıfır olur, yəni kondensə olunmuş cismin həcmi dəyişmir. Lakin Mendeleyev-Klapeyron tənliyindən alınır ki, həm təzyiqin termik əmsalı və həm də həcmi genişlənmə əmsalı bütün temperaturlarda, o çümlədən mütləq sıfıra yaxınlaşdıqda da sabit kəmiyyət olmalıdır. Buradan belə çıxır ki, aşağı temperaturlarda Mendeleyev-Klapeyron tənliyi doğru olmur.

Biz daha qeyd etmək lazımdır ki, Nernst teoremi termodinamik tarazlıq halı üçün doğrudur. Termodinamik tarazlıq halında olmayan sistemlərdə temperatur mütləq sıfıra yaxınlaşdıqda entropiya sıfırdan fərqli qiymət alır. Belə sistemlər uzun müddət tarazlıq halına gələ bilmirlər (belə hal *metastabil hal* adlanır).

Fəsil 11. QAZLARIN KINETIK NƏZƏRIYYƏSI

§1. Qazların kinetik nəzəriyyəsinin əsas tənliyi

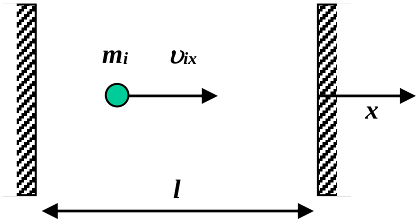
Kinetik nəzəriyyə maddələrin xassələrini onların molekulyar quruluşuna, molekullararası qarşılıqlı təsir qanununa əsaslanaraq statistik üsullarla öyrənir. Maddəni təşkil edən zərrəciklərin sayı həddən artıq çox olduğu üçün kinetik nəzəriyyənin əsasında statistik üsul durur. Statistik sistem, qeyd edildiyi kimi, çoxlu zərrəcikdən (elementdən) ibarət olur. Hər zərrəcik verilmiş parametrin özünəməxsus qiyməti ilə (məsələn, hər atomun özünəməxsus sürəti olur) xarakterizə olunur. Statistik üsul bu qiymətlərin paylanmasını öyrənir, bu paylanmanı əsas götürərək həmin parametrin makroskopik sistemi xarakterizə edəbiləcək qiymətini tapır. Göründüyü kimi, statistik üsul da model təsəvvürlərinə əsaslanır. Burada da qaz modeli olaraq ideal qaz modeli qəbul edəcəyik. İdeal qaz elastik kürəciklərdən ibarətdir. Onlar maddi nöqtə kimi özlərini aparırlar: sərbəst xaotik hərəkət edirlər; rast gəldikdə bir-birilə elastik toqquşurlar; bu toqquşmalar arasında bərabərsürətli düzxətli hərəkət edirlər. İki toqquşma arasında keçən müddət *sərbəst uçuş müddəti*, onlar arasındakı məsafə isə *sərbəst yolun uzunluğu* adlanır. İdeal qaz molekullarının toqquşma müddəti onların sərbəst uçuş müddətindən çox-çox kiçik olur. Lakin qeyd etmək lazımdır ki, sərbəst uçuş müddəti qazın olduğu qabın divarları arasında hərəkət müddətindən kiçik olmalıdır, yəni molekulun sərbəst yolunun uzunluğu qabın divarları arasındakı məsafədən kiçik olmalıdır. Seyrəldilmiş və sadə kimyəvi quruluşa malik olan qazları (hidrogen, oksigen) ideal qaz kimi qəbul etmək olar. Normal şəraitdə (10^5 Pa təzyiqdə və 273K temperaturda) molekulların sürəti $10^2 \div 10^3$ m/san, toqquşma müddətinin sərbəst uçuş müddətinə nisbəti isə 10^{-3} tərtibində olur. Bu nisbət çox kiçik olduğu üçün ideal qazların kinetik nəzəriyyəsində molekulların bir-birilə toqquşması nəzərə alınmır, yalnız onların olduqları qabın divarı ilə toqquşması nəzərə alınır. Belə model qazların kinetik nəzəriyyəsinin əsas tənliyinin riyazi çıxarılışını sadələşdirir.

Qazın təzyiqi molekulların olduğu qabın divarlarına zərbələri ilə ölçülür. Tutaq ki, tilinin uzunluğu l olan kub şəkilli qabın daxilində ideal qaz vardır. Onun molekulları bütün istiqamətlərdə xaotik hərəkət edirlər. Onların hərəkətini bir-birinə perpendikulyar istiqamətdə üç hərəkətin cəmi kimi göstərmək olar. Bu hərəkətləri X, Y, Z oxları istiqamətində qəbul edək. Əgər qabda N sayda molekul olarsa, onların hər birinin fərdi sürəti olacaqdır. X oxunun müsbət istiqamətində hərəkət edən i-ci molekulun hərəkətinə baxaq. Onun kütləsini m_i, sürətini υ_{ix}-lə işarə edək (şəkil 47). Bu molekul X oxunun müsbət istiqamətində ona perpendikulyar divarla elastik toqquşduqda (2.10.6) düsturuna əsasən divara

$$F_{ix} = \frac{2m_i\upsilon_{ix}}{\Delta t_i^{/}} \qquad (11.1.1)$$

qüvvəsi ilə təsir edəcəkdir. Həmin divarla toqquşan molekulların sayı N olduğundan onların birlikdə divara göstərdikləri təzyiq qüvvəsi

$$F_x = \sum_{i=1}^{N} \frac{2m_i\upsilon_{ix}}{\Delta t_i^{/}},$$



Шякил 47

təzyiqi isə

$$P_x = \frac{F_x}{l^2} = \frac{1}{l^2}\sum_{i=1}^{N} \frac{2m_i\upsilon_{ix}}{\Delta t_i^{/}} \qquad (11.1.2)$$

olar. Burada $\Delta t_i'$ – i-ci molekulun divarla zərbə müddətidir və naməlum kəmiyyətdir. Onu elə Δt müddəti ilə əvəz edək ki, molekulun bu müddətdə orta zərbə qüvvəsi $\Delta t'$ müddətindəki zərbə qüvvəsinə bərabər olsun, yəni

$$2m\upsilon_{ix} = F_{ix}\Delta t' = \overline{F}_{ix}\Delta t \qquad (11.1.3)$$

bərabərliyi ödənsin.

Bu müddət molekulun üz-bəüz divara gedib-qayıtma müddətinə bərabər olub, aşağıdakı düsturla hesablanır (şəkil 47):

$$\Delta t = \frac{2l}{|\upsilon_{ix}|} \qquad (11.1.4)$$

(11.1.3) və (11.1.4) düsturlarını (11.1.2)-də nəzərə alsaq, x-in müsbət istiqamətində və ona perpendikulyar olan səthə edilən təzyiq üçün aşağıdakı ifadəni alarıq:

$$P_x = \frac{1}{l^3}\sum_{i=1}^{N} m_i \upsilon_{ix}^{\ 2}$$

Y və Z oxlarına perpendikulyar yerləşmiş divarlara edilən təzyiq də analoji olaraq

$$P_y = \frac{1}{l^3}\sum_{i=1}^{N} m_i \upsilon_{iy}^{\ 2}$$

$$P_z = \frac{1}{l^3}\sum_{i=1}^{N} m_i \upsilon_{iz}^{\ 2}$$

olar.

Xaotik hərəkətdə bütün istiqamətlər eyni hüquqlu olduğu üçün, bütün istiqamətlərə perpendikulyar yerləşmiş divarlara qazın göstərdiyi təzyiq eyni olacaqdır, yəni

$$P_X = P_Y = P_Z = P \qquad (11.1.5)$$

i-ci zərrəciyin bütün istiqamətlərdə sürəti eyni olduğundan (11.1.5) bərabərliklərindən $\upsilon_{ix}^{\ 2} = \upsilon_{iy}^{\ 2} = \upsilon_{iz}^{\ 2} = \frac{\upsilon_i^{\ 2}}{3}$ yazmaq olar. Onda

$$P = \frac{1}{3l^3}\sum_{i=1}^{N} m_i \upsilon_i^{\ 2} \qquad (11.1.6)$$

alınar. Bu ifadəni 2-yə vurub, bölsək və

$$E_k = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \upsilon_i^{\ 2}}{2} \qquad (11.1.7)$$

olduğunu qəbul etsək (11.1.6), ifadəsindən ideal qazın təzyiqi ilə onun tam kinetik enerjisi arasında əlaqəni almış olarıq. Bu əlaqə aşağıdakı şəkildə olar:

$$P = \frac{2}{3}\frac{E_k}{l^3} = \frac{2}{3}\frac{E_k}{V} \qquad (11.1.8)$$

Burada $V=l^3$-dur. Bu ifadə ideal qazın *kinetik nəzəriyyəsinin əsas tənliyidir*.

Bircins qazın bütün molekullarının kütləsi eynidir. Bir molekulun kütləsi m_0 olarsa, onda (11.1.7) düsturuna əsasən bircins qazın kinetik enerjisi

$$E_k = \frac{m_o}{2}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i^2 \qquad (11.1.9)$$

olar.

Orta kvadratik sürət anlayışı daxil edək. Bu sürət molekulların sürətlərinin kvadratları cəminin orta qiymətinə bərabər olub, aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \ldots + \upsilon_N^2}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i^2 \qquad (11.1.10)$$

(11.1.10) düsturunu (11.1.9)-da nəzərə alsaq

$$E_k = \frac{1}{2}m_o N\overline{\upsilon^2} = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} \qquad (11.1.11)$$

olar. Burada $m=m_0N$ qazın kütləsidir. (11.1.11)-i (11.1.8)-də yerinə yazaq. Onda

$$P = \frac{1}{3}m_o n\overline{\upsilon^2} = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2} \qquad (11.1.11^{/})$$

olar. Burada $n = \frac{N}{l^3}$ olub, vahid həcmdə qaz molekullarının sayını göstərir və ***konsentrasiya*** adlanır, $\rho=m_0n$ isə qazın sıxlığıdır.

Mendeleyev-Klapeyron tənliyi ilə (11.1.8) ifadəsindən

$$\frac{2}{3}E_k = \frac{m}{M}RT \text{ və ya } E_k = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT \qquad (11.1.12)$$

alınır. Axırıncı düsturun (11.1.11)-lə müqayisəsindən isə orta kvadratik sürət üçün aşağıdakı ifadə alınır

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{3RT}{M} \qquad (11.1.13)$$

(11.1.12) ifadəsində $\frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ və $R = kN_A$ (*k – Bolsman sabit-idir*) olduğunu nəzərə alsaq

$$E_k = N\frac{3}{2}kT$$

və zərrəciklərin sayına bölməklə bir zərrəciyə düşən kinetik enerjini

$$E_k = \frac{3}{2}kT \tag{11.1.14}$$

tapmış olarıq.

Tarazlıq halında ideal qazın həcminin bütün nöqtələrində temperatur eyni olduğu üçün molekulların kinetik enerjisi eyni olur. Digər tərəfdən, molekulun kinetik enerjisi onun kimyəvi tərkibindən, daxili quruluşundan və kütləsindən asılı deyildir. Kinetik enerji yalnız temperaturdan asılıdır. Ona görə də kinetik enerjini qazın temperatur ölçüsü kimi qəbul etmək olar. (11.1.14) düsturunda $\theta = \frac{2}{3}E_k$ əvəzləməsi edək və onu *energetik* və ya *kinetik temperatur* adlandıraq. Bu temperaturla termodinamik temperatur arasındakı əlaqəni tapaq.

Karno siklini araşdırarkən iki termodinamik temperaturun nisbəti üçün

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$$

münasibəti alınmışdır. Digər tərəfdən göstərilmişdi ki,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

olur. Axırıncı iki münasibətdən $\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{T_1}{T_2}$ alınır. Eynilə, qazın kinetik enerjisinin $N \cdot \frac{3}{2}kT$ olduğunu nəzərə alsaq ideal qaz üçün

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

yazmaq olar. Buradan görünür ki, termodinamik temperatur ideal qaz şkalasındakı temperaturla eynidir. Axırıncı bərabərlikdən

$$\frac{\theta_1}{T_1} = \frac{\theta_2}{T_2} = k$$

alınır. Burada k Bolsman sabitidir. Bu ifadədən

$$\theta = kT \qquad (11.1.14')$$

olur və energetik temperaturla termodinamik temperatur arasındakı əlaqəni göstərir.

(11.1.13) düsturunda $\frac{R}{M} = \frac{k}{m_o}$ olduğunu nəzərə alsaq molekulun orta kvadratik sürəti üçün aşağıdakı ifadə alınar:

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{3kT}{m_o} \qquad (11.1.13')$$

Bu düsturu (11.1.11') ifadəsində yerinə yazsaq

$$P = nkT \qquad (11.1.15)$$

olar. Qazın təzyiqi onun növündən asılı olmayıb, konsentrasiyasından və temperaturundan asılıdır. Tutaq ki, qaz bir neçə qazın qarışığından ibarətdir və onların parsial konsentrasiyaları n_1, n_2,…-dir. Onda n=n_1+n_2+... olduğunu (11.1.15) ifadəsində yerinə yazsaq

$$P = (n_1 + n_2 + ...)kT = n_1kT + n_2kT + ... = P_1 + P_2 + ... \qquad (11.1.16)$$

Bu düstur *Dalton qanununu* ifadə edir: *istilik tarazlığında olan qaz qarışığının təzyiqi ayrı-ayrı qazların parsial təzyiqlərinin cəminə bərabərdir*. (11.1.15) düsturunda $n = \frac{N}{V}$ olduğunu nəzərə alsaq, verilmiş həcmdə olan qaz molekullarının sayı aşağıdakı düsturla tapılar:

$$N = \frac{PV}{kT} \qquad (11.1.17)$$

Buradan görünür ki, *eyni təzyiq və temperaturda olan müxtəlif qazların bərabər həcmlərində bərabər sayda molekul olur*. Bu *Avoqadro qanunu* adlanır. 1 *atm* təzyiqdə və 0^{o}C temperaturda ixtiyari qazın 1 sm^3 həcmində n_0=2,7·10^{19} sayda molekul olur. Bu ədəd

Loşmidt ədədidir.

Avoqadro qanununu ifadə edən (11.1.17) düsturundan istifadə edərək izoprosesləri ifadə edən qanunları və ideal qazın hal tənliyini almaq olar.

§2. Molekulların sürətlərə görə паylanma qanunu

Əvvəlki paraqrafda kinetik enerjini xarakterizə etmək üçün Mendeleyev-Klapeyron tənliyindən istifadə edərək molekulların istilik hərkətinin sürətini təyin etdik və onu orta kvadratik sürət adlandırdıq. Bu sürət xaotik hərəkətdə olan heç bir molekulun fərdi sürəti deyildir. Molekullar müxtəlif sürətlərlə hərəkət edirlər. *Molekulların sürətlərə görə paylanma qanununu Maksvell müəyyən etmişdir*. O, tapmışdır ki, termodinamik tarazlıqda olan ideal qazda sürətləri υ ilə $\upsilon+d\upsilon$ arasında olan molekulların sayı aşağıdakı düstura tabedir:

$$dN = N\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}} \cdot 4\pi\upsilon^2 d\upsilon \qquad (11.2.1)$$

O, bu düsturla ifadə olunan qanunu ehtimal nəzəriyyəsindən istifadə edərək çıxarmışdır. Ona görə də bu qanun statistik qanundur.

Tutaq ki, müəyyən bir həcmdə *N* sayda eyni molekul vardır. Onlar bir-birilə daim toqquşurlar. Toqquşma zamanı onlar enerji mübadiləsində olurlar. Belə təsəvvür edək ki, bütün molekullar öz enerjilərini tamamilə 1 molekula verirlər. Nəticədə 1 molekul böyük sürətlə hərəkət edir, qalanları isə dayanır. Əlbəttə belə halın yaranması mümkün deyil, lakin ehtimalı sıfırdan fərqlidir. Toqquşma zamanı bütün molekulların enerjisinin 10 molekula verilməsi ehtimalı əvvəlki halın ehtimalından böyük olur. Bu ehtimal enerjinin bütün molekullar arasında eyni paylanmasına qədər artır və belə halın ehtimalı ən böyük olur.

Molekullar bir-birilə arası kəsilmədən (adi şəraitdə bir molekul 1 saniyədə təqribən 10^9 sayda zərbə alır) toqquşduqları üçün enerjinin bərabər paylanması mümkün deyildir, yəni bütün molekullar eyni sürətə malik ola bilməzlər, onlar çox müxtəlif sürətlərlə hərəkət edirlər. Bircə onu söyləmək olar ki, ən böyük və ən kiçik sürətlə hərəkət edən molekulların sayı çox az olur. Ən ehtimallı sürətə yaxın sürətlərdə hərəkət edən molekulların sayı daha çox olur. Qazın hal parametrləri sabit qaldıqda bu qaydada paylanma zamandan asılı olmayaraq sabit qalır, dəyişmir. Belə paylanma qaz molekullarının hərəkət istiqamətindən də asılı deyildir. Bunları bildikdən sonra molekulların sürətlərə görə paylanma funksiyasını tapaq. Fərz edək ki, sürəti υ ilə $\upsilon + d\upsilon$ arasında olan molekulların sayı dN-dir. N sayda molekuldan dN sayda molekulun baxılan sürət intervalında olan ehtimalı $\frac{dN}{N}$ nisbətinə bərabərdir. Bu nisbətin qiyməti sürət intervalının qiymətindən asılıdır. Əgər sürət intervalını ən kiçik sürətdən ($\upsilon \to 0$) ən böyük sürətə ($\upsilon \to \infty$) qədər götürsək, bu nisbət 1-ə bərabər olar. Yəni bu nisbətin ixtiyari sürətli bütün zərrəciklər üzrə inteqralı vahidə bərabər olmalıdır.

$$\int \frac{dN}{N} = 1$$

Bu nisbətin vahid sürət intervalına düşən qiymətini göstərən funksiya *ehtimal funksiyasının sıxlığı* və ya *paylanma funksiyası* adlanır və aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$f(\upsilon) = \frac{1}{N}\frac{dN}{d\upsilon}$$

Axırıncı iki düsturun müqayisəsindən və yuxarıdakı mülahizədən

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\upsilon)d\upsilon = 1$$

alarıq. Buradan görünür ki, $f(\upsilon)$ monoton dəyişən funksiya olmalıdır.

Yuxarıda qeyd edildi ki, molekulların sürətlərə görə paylanması fəzanın istiqamətindən asılı deyildir. Ona görə də ehtimal nəzəriyyəsinə əsasən paylanma funksiyası molekulların müxtəlif istiqamətlərdə paylanma funksiyalarının hasilinə bərabər olacaqdır. Ədər *x*, *y*, *z* oxları istiqamətində paylanma funksiyalarını uyğun olaraq $f(\upsilon_x)$, $f(\upsilon_y)$ və $f(\upsilon_z)$ ilə işarə etsək

$$f(\upsilon) = f(\upsilon_x)\, f(\upsilon_y)\, f(\upsilon_z)$$

olar. Digər tərəfdən ixtiyari oxun müsbət və mənfi istiqamətlərində paylanma eyni olmalıdır, yəni $f(\upsilon_x) = f(-\upsilon_x)$ ödənməlidir. Bu isə o vaxt ola bilər ki, paylanma funksiyası sürətin kvadratı ilə ifadə olunsun. Sürətin kvadratı $\frac{m_0}{2}$ miqyasında enerji olduğundan bu funksiyaları enerjinin funksiyası kimi yazmaq olar:

$$f(E) = f(E_x)\, f(E_y)\, f(E_z)\ .$$

Burada $E = \frac{m_0 \upsilon^2}{2}$, $E_x = \frac{m_0 \upsilon_x^2}{2}$, $E_y = \frac{m_0 \upsilon_y^2}{2}$, $E_z = \frac{m_0 \upsilon_z^2}{2}$ -dir.

Paylanma funksiyasının təyinindən $f(\upsilon)d\upsilon = \frac{dN}{N}$ və ya $f(E)dE = \frac{dN}{N}$ yazsaq və $\frac{dN}{N} = \frac{dE}{(E)_i}$ qəbul etsək $f(E)dE = \frac{dE}{(E)_i}$ kimi yazmaq olar. Bu ifadəni loqarifmalayıb diferensiallayaq:

$$\ln f(E) + \ln E = \ln dE - \ln(E)_i \ \text{ və } \ \frac{df(E)}{f(E)} = -\frac{dE}{(E)_i}\ .$$

Burada $(E)_i = kT$ molekulların istilik hərəkətinin orta kinetik enerjisi olub verilmiş temperaturda sabit kəmiyyətdir. Axırıncı ifadəni *x*, *y*, *z* istiqamətləri üçün də yazıb inteqrallasaq

$$f(E) = Ae^{-\frac{E}{kT}},\ f(E_x) = Be^{-\frac{E_x}{kT}},\ f(E_y) = Be^{-\frac{E_y}{kT}},\ f(E_z) = Be^{-\frac{E_z}{kT}}$$

alarıq. Burada *A*, *B* normalaşdırıcı vuruqdur. Bu düsturlarda kinetik enerjinin uyğun ifadələrini yazıb normalaşdırma şərtindən *A* və *B*-ni tapaq. X oxu üzrə paylanma funksiyası üçün normalaşma şərtini aşağıdakı kimi yazaq

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\upsilon_x)d\upsilon_x = \int_{-\infty}^{\infty} Be^{-\frac{m_0\upsilon_x^2}{2kT}}d\upsilon_x = B\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m_0\upsilon_x^2}{2kT}}d\upsilon_x = 1$$

Baxılan inteqral Puasson inteqralıdır. Bu ifadədən

$$B = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m_0}{2kT}\upsilon^2}d\upsilon} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi 2kT}{m_0}}} = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}$$

alınar. Onda X oxu üzrə paylanma funksiyası

$$f(\upsilon_x) = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}e^{-\frac{m_0\upsilon_x^2}{2kT}}$$

olar. Paylanma istiqamətdən asılı olmadığına görə (qaz izotropdur)

$$f(\upsilon_y) = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}e^{-\frac{m_0\upsilon_y^2}{2kT}}, \quad f(\upsilon_z) = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}e^{-\frac{m_0\upsilon_z^2}{2kT}}$$

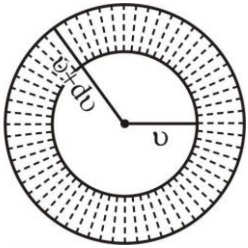
yazmaq olar. İstiqamətlər üzrə paylanma bir-birindən asılı olmayan hadisələr olduğundan fəzada paylanma funksiyası istiqamətlər üzrə paylanma funksiyalarının hasilinə bərabər olacaqdır

$$f(\upsilon) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)} = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}}.$$

Buradan görünür ki, $A = B^3 = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}$ -dir.

Paylanma funksiyalarının ifadəsindən alınır ki, sürət sıfıra bərabər olduqda funksiya maksimum qiymət alır. Lakin bu nəticə yuxarıdakı mülahizələrə uyğun gəlmir. Bu mülahizəyə görə molekulların əksər hissəsi ən ehtimallı sürətə yaxın sürətlərlə hərəkət etməlidir.

Bu nəticə ondan irəli gəldi ki, sürətlər sahəsində hər bir sürətə uyğun nöqtələrin yerləşməsinə məhdudiyyət qoyulmadı. Tutaq ki, sürətlər fəzası kürə şəklindədir. Onda sürəti υ ilə $\upsilon + d\upsilon$ arasında olan nöqtələrin həndəsi yeri $d\upsilon$ qalınlığına malik olan elementar kürə qatında olacaqdır. Bu elementar həcm $\frac{4}{3}\pi\upsilon^3$ düsturundan $4\pi\upsilon^2$ olar. Belə paylanmanı xarakterizə edən funksiya $4\pi\upsilon^2$-la mütənasib olacaqdır, yəni



$$W(\upsilon) = f(\upsilon)4\pi\upsilon^2 = 4\pi\left(\frac{m_o}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}} \cdot \upsilon^2$$

ifadəsi ilə təyin olunacaqdır.

Alınan ifadə göstərir ki, paylanma funksiyası sürət sıfıra bərabər olduqda axırıncı vuruğun hesabına, sürət sonsuzluğa yaxınlaşdıqda isə eksponensial vuruğun hesabına sıfıra bərabər olur.

Bu funksiyanı $dN = NW(\upsilon)d\upsilon$ düsturunda yerinə yazaraq (11.2.1) düsturunu almaq olar.

Bu funksiyanın maksimumunu təmin edən sürət ən ehtimallı sürət adlanır, υ_e ilə işarə olunur və ekstremallıq şərtindən tapılır:

$$\frac{d}{d\upsilon}\left[e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}} \cdot \upsilon^2\right] = 0$$

Buradan $\upsilon_e = \sqrt{\frac{2kT}{m_o}}$ alınır.

Paylanma funksiyasından istifadə edərək molekulların orta və kvadratik orta sürətini uyğun olaraq

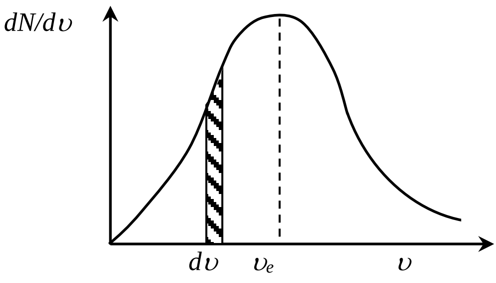
$$\overline{\upsilon} = \int \upsilon W(\upsilon)d\upsilon \text{ və } \overline{\upsilon^2} = \int \upsilon^2 W(\upsilon)d\upsilon$$

düsturlarından hesablamaq olar. Hesablama göstərir ki,

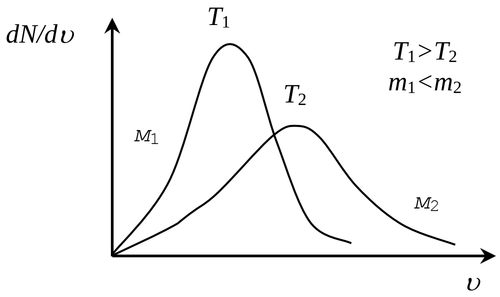
$$\overline{\upsilon} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \text{ və } \overline{\upsilon^2} = \frac{3kT}{m_0}$$

olur. Axırıncı ifadə molekulyar-kinetik nəzəriyyənin əsas düsturundan alınmış (11.1.13′) düsturu ilə üst-üstə düşür.

Şəkil 48-də Maksvell paylanmasının qrafiki göstərilmişdir. Cizgilənmiş sahə sürətləri υ ilə $\upsilon+d\upsilon$ intervalında olan molekulların sayını göstərir. Əyrinin absis oxu ilə əmələ gətirdiyi sahə isə ədədi qiymətcə molekulların tam sayına bərabər olur. Qrafikin maksimumu ən ehtimallı sürətə uyğun gəlir. Qrafikdən görünür ki, əksər molekullar ən ehtimallı sürət ətrafında olan sürətlərlə hərəkət edirlər. Temperatur artdıqca əyrinin maksimumu sağa sürüşür və əyri dartılmış şəkildə olur. Bu o deməkdir ki, temperatur artdıqca kiçik sürətlərlə hərəkət edən molekulların sayı azalır, böyük sürətlərə malik olan molekulların sayı isə artır (şəkil 48a). Ancaq hər iki əyrinin əhatə etdiyi sahə eyni qalır. Kütlə azaldıqda da əyri sağa doğru sürüşür.



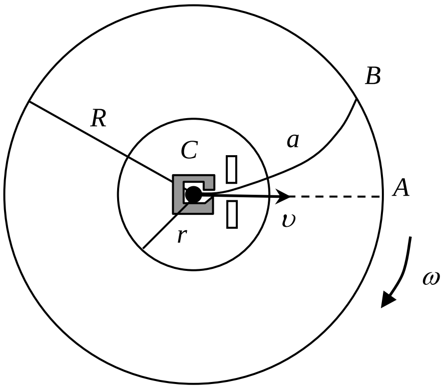
Шякил 48



Шякил 48a

§3. Maksvell пaylanmasının təcrübi yoxlanması

Ştern təcrübəsi. İlk dəfə təcrübi olaraq molekulların sürəti Ştern tərəfindən ölçülmüş və molekulların sürətlərə görə paylanması öyrənilmişdir. Təcrübə aparılan qurğu koaksial yerləşdirilmiş iki silindrdən və onların simmetriya oxu boyunca uzadılmış simdən ibarətdir. Sim çətin əyilən platindən hazırlanmış, üzərinə isə gümüş təbəqə çəkilmişdir. Daxili silindrin yan səthində onun oxuna paralel dar yarıq açılmışdır. Xarici silindr isə bütövdür. Bu qurğunun daxilindən hava çıxarılmışdır (şəkil 49). Simdən elektrik cərəyanı keçdikdə o qızır və onun səthindən gümüş atomları buraxlanır. Bu atomlar bütün istiqamətlərdə xaotik hərəkət edirlər. Radial istiqamətdə *a* yarığına doğru hərəkət edən gümüş atomları yarıqdan keçərək böyük silindrin daxili səthinə düşürlər və *A* nöqtəsindən keçən gümüş zolaq əmələ gətirirlər. Silindrlərin radiusu *r* və *R* olarsa, yarıqdan υ sürəti ilə çıxan atomlar *(R-r)* məsafəsini



Шякил 49

$$t = \frac{R-r}{\upsilon}$$

müddətinə gedirlər. Bu müddəti tapmaq üçün silindrləri onların simmetriya oxu ətrafında ω bucaq sürəti ilə fırladırlar. Onda gümüş atomları *B* nöqtəsindən keçən zolaq əmələ gətirirlər, çünki *a* yarığından çıxan atomlar xarici silindrin səthinə çatana qədər bu silindr $\overset{\cup}{AB} = \breve{S}$ qövsü qədər dönəcəkdir. $\breve{S} = \varphi(R-r) = \omega t(R-r)$ olduğundan

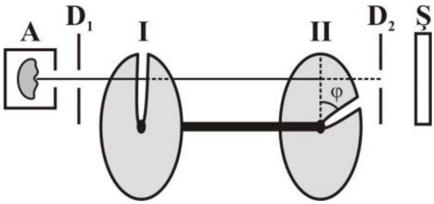
$$t = \frac{\breve{S}}{\omega(R-r)}$$

olur. Axırıncı düsturların bərabərliyindən gümüş atomlarının sürəti üçün

$$\upsilon = \frac{\omega(R-r)}{\breve{S}} \quad (11.3.1)$$

alınır. Ştern silindrlərin radiusunu, onların bucaq sürətini və qövs yerdəyişməsini ölçərək (11.3.1) düsturu ilə gümüş atomlarının sürətini tapmışdır. Zolağın eni göstərir ki, a yarığından müxtəlif sürətli atomlar çıxır. Bundan əlavə, zolağın orta hissəsində gümüşün miqdarı daha çox olur, kənarlara getdikcə azalır. Bu isə gümüş atomlarının sürətlərə görə paylanmasını göstərir.

Eldric və Lammert təcrübəsi. Bu təcrübədə iki dişli çarxdan istifadə edilir. Dişli çarxlar oxa elə bərkidilir ki, onların yarıqları bir-birinə nəzərən sürüşmüş olur. Sadəlik xatirinə hər birində bir radial yarıq olan iki çarx götürək. Fərz edək ki, ikinci çarxdakı yarıq birinci çarxdakı yarıqla φ bucağı əmələ gətirir. A sobasından çıxan metal atomları D diafraqmasından keçərək paralel dəstə şəklində birinci yarığa düşür və ondan keçir. Çarxlar sükunətdə olduqda I yarıqdan keçən atomlar dəstəsi ikinci yarıqdan keçə bilmirlər və II çarxın üzərində qalırlar. Çarxlar üfiqi ox ətrafında fırlandıqda atomlar dəstəsindən bir qismi II yarıqdan keçir. Onların qarşısına D_2 diafraqması qoyulur. Bu diafraqmadan çıxan nazik dəstə S şüşə lövhəsinin üzərinə düşür. Lövhə maye azotla soyudulur və onun üzərinə düşən metal atomlarının buxarı lövhənin səthində kondensasiya edirlər və beləliklə, lövhənin şəffaflığını dəyişirlər. Şəffaflığın dəyişməsi fotometrik üsulla ölçülür. Şüşədən başqa bütün sistem vakuumda yerləşdirilir.



Çarxlar fırlandıqda I yarıqdan keçən atomlardan elələri II yarıqdan keçəcəkdir ki, onların çarxlar arasındakı uçuş müddəti çarxların φ bucağı qədər dönmə müddətinə bərabər olsun. Çarxlar arasındakı məsafə ℓ, onların fırlanma bucaq sürəti ω, atomun sürəti υ olarsa müddətlərin bərabərliyi şərti

$$\frac{\ell}{\upsilon}=\frac{\varphi}{\omega}$$

kimi yazılar. Buradan isə şüşə lövhənin üzərinə düşən atomun sürətini

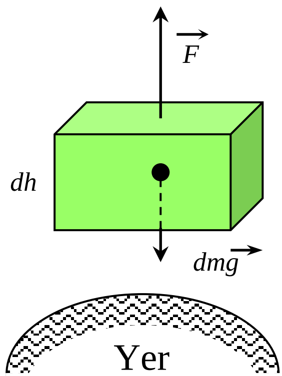
$$\upsilon=\frac{\ell\omega}{\varphi}$$

düsturu ilə hesablamaq olar. Bu düstur göstərir ki, sistem müəyyən fırlanma bucaq sürətində yalnız müəyyən sürətə malik olan atomları buraxır. Sistemin fırlanma bucaq sürətini dəyişməklə müxtəlif sürətə malik olan atomları sistemdən keçirmək olar. Müxtəlif sürətlərdə eyni müddətdə şüşə lövhə üzərinə düşən molekulların sayını şüşənin şəffaflığının dəyişmə dərəcəsinə görə təyin edirlər. Beləliklə, atomların sayının sürətlərə görə paylanması tapılır.

Bu məqsədlə aparılmış təcrübələr atom və molekulların sürətlərə görə Maksvell paylanmasının doğruluğunu təsdiq edir.

§4. Barometrik düstur. Bolsman пaylanması. Пerren təcrübəsi

Qeyd edildi ki, termodinamik tarazlıq halında ideal qaz molekulları xaotik hərəkət edirlər və onlar verilmiş həcmi doldururlar. Həcmin bütün nöqtələrində qazın sıxlığı eyni olur (flüktuasiya – təsadüfi kənaraçıxmalar nəzərə alınmır), lakin molekullar müxtəlif sürətlərlə hərəkət edirlər (Maksvell paylanması). Qaz qüvvə sahəsində olduqda onun sıxlığı



Шякил 50

(konsentrasiyası) dəyişir. Bu dəyişikliyi öyrənmək üçün Yerin cazibə sahəsində olan atmosferin halına baxaq. Yerin cazibə sahəsi olmasa idi, qaz kainata axıb gedərdi. Əgər xaotik istilik hərəkəti olmasa idi, atmosfer qazı Yerin səthinə çökərdi.

Tutaq ki, atmosfet və Yer qapalı sistemdir və onlar bir-biri ilə qarşılıqlı təsirdədirlər. Atmosfer qatında tilinin uzunluğu (hündürlüyü) *dh* olan düzgün paralelopiped şəkilli elementar həcm götürək və onu sükunətdə qəbul edək. Bu həcmdə olan havanın kütləsi *dm* olarsa, ona Yer tərəfindən $dm\vec{g}$ qüvvəsi, atmosfer tərəfindən isə bu həcmi əhatə edən qazın təzyiq qüvvəsi təsir edəcəkdir. Bu qüvvələr bir-birinə bərabər olduqda götürülmüş həcm yerində qalacaqdır. Paralelopipedin kənar üzlərinə (yan üzlərinə) təsir edən təzyiq qüvvələrini eyni qəbul etmək olar. Onun alt və üst üzlərinə təsir edən təzyiqlər fərqi *(dP)* hesabına $\vec{F}$ qüvvəsi yaranır (şəkil 50). Tarazlıq şərti

$$dm\vec{g} + \vec{F} = 0 \qquad (11.4.1)$$

şəklində yazılır. Götürülmüş elementar həcmin hündürlüyü çox kiçik olduğundan bu həcmdə sıxlığı sabit qəbul etmək olar. Paralelopipedin oturacağının sahəsi S olarsa, $dm = \rho S dh$ və $F = dPS$. Onda (11.4.1) şərtindən

$$dP = -\rho g dh$$

alarıq. Mendeleyev-Klapeyron düsturundan $\rho = \frac{PM}{RT}$ ifadəsini əvvəlki düsturda yerinə yazaq. Onda

$$dP = -\frac{PM}{RT} g dh \text{ və ya } \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} dh$$

olar. Bu ifadəni Yerin səthindən h hündürlüyünə qədər inteqrallasaq, alarıq

$$P = P_O e^{-\frac{Mg}{RT}h} \qquad (11.4.2)$$

Burada P_0 – Yerin səthində atmosfer təzyiqidir. Bu düstur atmosfer təzyiqinin hündürlükdən asılılığını ifadə edir. Məlumdur ki, atmosfer təzyiqi barometrlə ölçülür. Ona görə də (11.4.2) düsturu və ondan tapılan

$$h = \frac{RT}{Mg} \ln \frac{P_0}{P} \qquad (11.4.2')$$

ifadəsi *barometrik düstur* adlanır. Bu ifadədən görünür ki, Yer səthində və müəyyən hündürlükdə təzyiqi ölçməklə hündürlüyü tapmaq olar. Şkalası hündürlüyə görə dərcələnmiş barometr *altimetr* adlanır. Aviasiyada, alpinizmdə bu cihazdan istifadə edilir.

(11.4.2)-də (11.1.15)-i nəzərə alsaq atmosfer qatında hava molekullarının konsentrasiyasının hündürlükdən asılılıq düsturunu alarıq

$$n = n_O e^{-\frac{Mg}{RT}h} \qquad (11.4.3)$$

Burada n_0 – Yerin səthində havanın konsentrasiyasıdır. Bir daha qeyd etmək lazımdır ki, bu ifadənin çıxarılışında $T=const$ qəbul edilir.

Yerin cazibə qüvvəsi havanın temperaturunu dəyişdirmir, o, yalnız molekulların hündürlüyə görə konsentrasiyasını dəyişdirir. Hava molekulları xaotik istilik hərəkəti edirlər. Onlara eyni zamanda ağırlıq qüvvəsi təsir edir. Ona görə də molekulların yuxarıya hərəkəti yavaşıyan, aşağıya hərəkəti isə artan hərəkət olur. İlk baxışda belə nəticəyə gəlmək olar ki, molekulların bu hərəkəti yuxarıda orta sürətin kiçik olmasına və buna uyğun olaraq temperaturun aşağı düşməsinə, aşağıda isə əksinə, orta sürətin artmasına və temperaturun yüksəlməsinə səbəb olmalıdır. Lakin bu nəticə doğru deyildir. Çünki yuxarı qalxan molekulun sürəti azaldığından o, yolunu davam etdirə bilməyəcək və geri qayıdacaqdır. Geri qayıtdıqda Yerin cazibə sahəsində sürətlənəcək və yenidən yuxarı qalxmağa çalışacaqdır. Beləliklə, «isti» molekulların arası «soyuq» molekullarla, «soyuq» molekulların arası «isti» molekullarla dolacaqdır, istilik balansı təmin olunacaq və yuxarı hissə ilə aşağı hissənin temperaturu eyni qalacaqdır.

Bolsman (11.4.3) düsturunda *Mgh* enerjisini sahənin potensial enerjisi ilə əvəz edərək onu ixtiyari potensial sahə üçün ümumiləşdirmişdir. Əgər (11.4.3)-də $\frac{M}{R} = \frac{m_o}{k}$ olduğunu nəzərə alsaq və $m_o gh = E_P$ yazsaq alarıq

$$n = n_o e^{-\frac{E_P}{kT}}. \qquad (11.4.4)$$

Bu asılılıq ixtiyari potensial sahədə ideal qazın molekullarının paylanma qanununu ifadə edir və *Bolsmanın paylanma qanunu* adlanır.

Bolsman paylanmasını ifadə edən düsturun çıxarılışında xarici sahə potensial sahə kimi qəbul edilmişdir və qaz molekulları arasındakı toqquşmalar nəzərə alınmamışdır. Göstərmək olar ki, bu məhdudiyyətlər paylanmanın xarakterinə təsir etmir.

Tutaq ki, qaza təsir edən xarici sahə qeyri-bircinsdir, yəni potensial sahə deyildir. Bu halda sahənin elə elementar həcmini götürmək olar ki, həmin həcmdə onu bircins qəbul etmək olar. Bu elementar bircins sahənin enerjisini dE_p ilə işarə edək. İsbat edək ki, bu halda da Bolsman paylanması potensial sahə üçün tapılmış paylanma ilə eyni olacaqdır. Bunun üçün potensial enerji ilə qüvvə arasındakı əlaqədən istifadə edək. Məlumdur ki, $F = -\frac{dE_P}{dr}$ -dir. Buradan $Fdr = -dE_P$ alınır. Digər tərəfdən izotermik prosesdə ideal qaz üzərində görülən elementar işi $Fdr = kT\frac{dn}{n}$ şəklində qəbul etsək,

$$kT\frac{dn}{n} = -dE_P$$

yazmaq olar. Bu ifadəni inteqrallasaq (11.4.4) düsturunu alarıq. Beləliklə isbat etmiş oluruq ki, xarici sahənin qeyri-bircins olması Bolsman paylanmasının xarakterini dəyişmir.

Qeyd edildi ki, Bolsman paylanmasının çıxarılışında molekulların bir-birilə toqquşmasını da nəzərə almaq lazımdır. Göstərək ki, bu prosesin nəzərə alınması Bolsman paylanmasında heç bir dəyişiklik yaratmır. İlk baxışda elə görünür ki, molekulların bir-birilə toqquşması qabın divarı ilə toqquşan molekulların sayını azalda bilər. Lakin bu say dəyişmir. Divara doğru gələn molekul yolda başqası ilə toqquşur, yolunu dəyişir. Onunla toqquşan molekul da yolunu dəyişir. Birinci molekul yolunu əks istiqamətdə dəyişirsə, onunla toqquşan molekul da əks tərəfə hərəkət edir və divara dəyir. Beləliklə, divarla toqquşan molekulların sayı dəyişmir və Bolsman paylanması yerində qalır.

(11.4.3) düsturunda $M=m_0N_A$ yazıb, alınan ifadədən N_A -nı tapaq:

$$N_A = \frac{RT}{m_o gh} \ln \frac{n_o}{n} \qquad (11.4.5)$$

Bu düstur ilə Avoqadro ədədini hesablamaq olar.

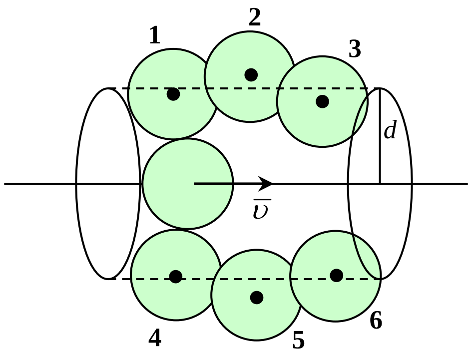
Fransız alimi J.Perren təcrübi olaraq molekulların hündürlüyə görə paylanmasını öyrənmişdir. O, qummiqut qətranının çox xırda hissəciklərini qabda olan suya tökmüş və istilik tarazlığı alındıqdan sonra mikroskop altında müxtəlif hündürlüklərdə yerləşmiş qatların şəklini çəkərək bu qatlarda olan qummiqut zərrəciklərini saymışdır. Perren müəyyən etmişdir ki, qabın dibindən yuxarı qalxdıqca qatlarda zərrəciklərin sayı azalır və bu azalma aşağıdakı qanuna tabe olur:

$$n = n_o e^{-\alpha h}$$

Bu ifadə (11.4.3) ilə tamamilə eynidir ($\alpha = \frac{Mg}{RT}$). Perren (11.4.5) düsturundan istifadə edrək Avoqadro ədədini də hesablamışdır. O, zərrəcikləri kürə formasında qəbul edib, onlara təsir edən Arximed qüvvəsini də nəzərə almışdır. Perrenin aldığı ədəd Avoqadro ədədinə yaxın olmuşdur.

§5. Molekulların sərbəst yolunun orta uzunluğu

Molekullar arasında qarşılıqlı təsiri nəzərə almadıqda onların bir-birilə toqquşmadıqlarını və ona görə də maddi nöqtə olduqlarını qəbul etmişdik. Ancaq Broun hərəkəti göstərir ki, molekullar bir-birilə toqquşurlar və bunun nəticəsində hərəkət istiqamətlərini dəyişirlər. Belə hərəkət sonlu ölçülərə malik olan zərrəciklərə xasdır. Deməli, molekullar həqiqətdə ölçüyə malik-dirlər. Ona görə də qazı diametri d olan eyni elastik kürəciklər toplusu kimi qəbul edək və vahid zamanda bir molekulun başqa molekullarla toqquşmalarının sayını tapaq. Sadəlik xatirinə baxdığımız molekulun orta ədədi sürətlə ($\overline{\upsilon}$) hərəkət etdiyini, qalan molekulların isə sükunətdə olduğunu qəbul edək. Qazın daxilində diametri $2d$-yə bərabər olan silindrik həcm ayıraq və fərz edək ki, molekulun mərkəzi silindrin simmetriya oxu boyunca hərəkət edir, ətrafdakı molekullar isə sükunətdədir. Toqquşma dedikdə kürəciklərin səthlərinin bir-birinə toxunması başa düşülür. Onda qəbul edə bilərik ki, baxdığımız molekul mərkəzləri silindrin səthində və onun daxilində yerləşən molekullarla toqquşacaq (bu məsafə d-yə bərabər və ondan kiçik olur), mərkəzləri silindrin səthindən uzaqda olan molekullarla toqquşmayacaqdır. Şəkil 51-dən görünür ki, hərəkət edən kürəcik 1, 3, 4, 6 kürəcikləri ilə toqquşur, 2, 5 kürəcikləri ilə toqquşmur. Silindrin uzunluğunu $\overline{\upsilon}t$, oturacağının sahəsini πd^2, onun vahid həcmində olan molekulların sayını n ilə göstərsək, bu silindrdə baxdığımız molekul $n \cdot \pi d^2 \cdot \overline{\upsilon}t$ sayda molekullarla toqquşacaqdır. Onda vahid zamanda



Шякил 51

toqquşmaların orta sayı

$$\bar{z} = n\pi d^2\bar{\upsilon} \qquad (11.5.1)$$

olar. Real halda bütün molekullar hərəkət edir. Bu zaman (11.5.1) düsturunda molekulun orta ədədi sürəti əvəzinə onun nisbi orta ədədi sürətini götürmək lazımdır. Maksvell paylanmasına əsasən hesablanmış nisbi orta ədədi sürət orta ədədi sürətdən $\sqrt{2}$ dəfə böyük olur. Bunu (11.5.1) düsturunda nəzərə alsaq toqquşmaların orta sayını aşağıdakı kimi yazmaq lazımdır:

$$\bar{z} = \sqrt{2}n\pi d^2\bar{\upsilon} \qquad (11.5.2)$$

*Molekulun iki toqquşma arasında getdiyi məsafə **sərbəst yolun uzunluğu** adlanır*. Müxtəlif toqquşmalar arasındakı məsafə müxtəlif olduğundan onun orta qiymətindən istifadə edilir. Bu məsafənin orta qiyməti ***sərtəst yolun orta uzunluğu*** adlanır (fəsil 11, §1), $\bar{\lambda}$ ilə işarə olunur və vahid zamanda gedilən orta yolun vahid zamandakı toqquşmaların orta sayına nisbəti ilə tapılır:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\upsilon}}{\bar{z}} \text{ və ya } \bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \qquad (11.5.3)$$

Bu düsturdan $\bar{\lambda}n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2}$ və ya verilmiş qaz üçün $\bar{\lambda}_1 P_1 = \bar{\lambda}_2 P_2 =$ $= const$ olduğu görünür, yəni *sərbəst yolun orta uzunluğu qazın təzyiqi ilə tərs mütənasibdir*. Sərbəst yolun orta uzunluğunu təyin etməklə (11.5.3) düsturuna əsasən molekulun diametrini hesablamaq olar.

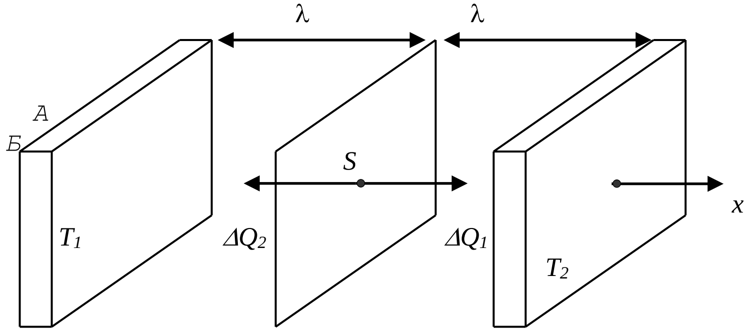
§6. Qazlarda köçürmə hadisələri

Ümumi halda termodinamik tarazlıqda olan sistem termodinamik qeyri-bircins ola bilər: həcmin müxtəlif yerlərində sıxlıq, temperatur, sürət, təzyiq, enerji müxtəlif qiymətə malik ola bilər. Xarici təsir də sistemdə qeyri-bircinslilik yarada bilər. Molekullar hərəkət edərək bu qeyri-bircinsliliyi aradan qaldırmağa çalışırlar. Bu zaman sistemdə yaranan hadisə ***köçürmə hadisəsi***, proses isə ***kinetik proses*** adlanır.

Hər bir kinetik proses heç olmazsa bir köçürmə hadisəsi yaradır. Enerjinin istilik formasında ötürülməsi istilikkeçirmə, maddənin köçürülməsi diffuziya (öz-özünə diffuziya) impulsun ötürülməsi daxili sürtünmə (özlülük) köçürmə hadisəsi adlanır. Köçürmə hadisələri istiqamətlənmiş proses olduğu üçün dönməyən prosesdir. Bu hadisələrə ayrı-ayrılıqda baxaq.

İstilikkeçirmə. *Maddənin həcminin müxtəlif yerlərində temperaturun müxtəlif olması hesabına yaranan hadisə* ***istilikkeçirmə*** *adlanır.* Tutaq ki, qaz həcminin birinci üzündə temperatur T_1, ikinci üzündə T_2-dir. Onlar arasında məsafə Δx-dır. Bu həcmdə ayrılmış A təbəqəsində temperatur T_1', B təbəqəsində isə T_2'-dir. Bu təbəqələr x oxuna perpendikulyar olub, bir-birindən 2λ (λ - sərbəst yolun uzunluğu) məsafədə yerləşmişlər. Xaotik hərəkət bütün istiqamətlərdə eyni ehtimallı olduğu üçün vahid həcmdəki n sayda molekuldan $n/6$ qədəri x oxunun müsbət, həmin qədəri də x oxunun mənfi istiqamətində hərəkət edəcəklər. Sol təbəqədə hər bir molekulun kinetik enerjisi $\frac{i}{2}kT_1'$, sağ təbəqədə $\frac{i}{2}kT_2'$ olarsa, S səthindən sağ tərəfə Δt müddətində daşınan istilik miqdarı (şəkil 52)

$$\Delta Q_1 = \frac{i}{2}kT_1' \cdot \frac{1}{6}nS\bar{\upsilon}\Delta t\,,$$



Шякил 52

sol tərəfə isə

$$\Delta Q_2 = \frac{i}{2} k T_2' \cdot \frac{1}{6} n S \overline{\upsilon} \Delta t$$

olar. $\Delta Q_1 > \Delta Q_2$ olduğundan (molekullar eynidir və $T_1' > T_2'$-dir) S səthindən soldan sağa keçən istilik miqdarı:

$$\Delta Q = \frac{i}{2} k (T_1' - T_2') \cdot \frac{1}{6} n S \overline{\upsilon} \Delta t \qquad (11.6.1)$$

olar. Qaz həcminin üzlərindəki temperaturlar fərqi $\Delta T = T_2 - T_1$, üzlər arasındakı məsafə isə Δx olduğundan $-\frac{\Delta T}{\Delta x}$ vahid məsafədə temperaturun dəyişməsi olub, *temperatur qradiyenti* adlanır (fəsil 6, §5). Bunu nəzərə alsaq

$$T_1' - T_2' = -\frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot 2\lambda$$

yazmaq olar. Digər tərəfdən $\frac{i}{2} kn = C_V \frac{\rho}{m} = c_V \rho$ (burada c_V – xüsusi istilik tutumudur) olduğunu (11.28) düsturunda yerinə yazsaq, alarıq

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} c_V \rho \overline{\upsilon} \overline{\lambda} \frac{\Delta T}{\Delta x} S \Delta t \qquad (11.6.2)$$

Bu düstur istilikkeçirmədə *Fürye qanununu* ifadə edir. Burada

$$\chi = \frac{1}{3} c_V \rho \overline{\upsilon} \overline{\lambda} \qquad (11.6.3)$$

istilikkeçirmə əmsalı adlanır.

Buradan görünür ki, istilikkeçirmə əmsalına sıxlığın və sərbəst yolun orta uzunluğunun hasili daxildir. Sıxlıq qazın təzyiqi ilə düz, sərbəst yolun orta uzunluğu isə təzyiqlə tərs mütənasibdir. Onda göstərilən hasil təzyiqdən asılı olmayacaqdır. Deməli *istilikkeçirmə əmsalı qazın təzyiqindən asılı deyildir*.

Diffuziya. *Maddənin (qazın) müxtəlif təbəqələrində sıxlığın müxtəlif olması nəticəsində diffuziya yaranır*. İstilikkeçirmədə aparılan mülahizələrdən temperatur anlayışı əvəzinə sıxlıq anlayışından istifadə etsək diffuziyanın istilikkeçirməyə analoji proses olduğunu görərik. Fərq ondadır ki, istilikkeçirmədə enerji, diffuziyada isə maddə daşınır. Qəbul edək ki, S səthindən (şəkil 52) Δt müddətində sağ tərəfə keçən maddə miqdarı

$$\Delta m_1 = \frac{1}{6} \rho_1 S \overline{\upsilon} \Delta t ,$$

sol tərəfə keçən isə

$$\Delta m_2 = \frac{1}{6} \rho_2 S \overline{\upsilon} \Delta t$$

olsun. Onda soldan sağa keçən yekun maddə miqdarı

$$\Delta m = \Delta m_1 - \Delta m_2 = \frac{1}{6} (\rho_1 - \rho_2) S \overline{\upsilon} \Delta t \qquad (11.6.4)$$

olar. Burada $-\dfrac{\Delta \rho}{\Delta x}$ ***sıxlıq qradienti*** və

$$\rho_1 - \rho_2 = -\frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot 2\overline{\lambda}$$

olduğunu nəzərə alsaq (11.6.4) düsturu aşağıdakı şəkildə yazılar:

$$\Delta m = -\frac{1}{3} \overline{\lambda}\, \overline{\upsilon} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S \Delta t . \qquad (11.6.5)$$

Burada

$$D = \frac{1}{3}\bar{\upsilon}\bar{\lambda} \qquad (11.6.6)$$

olub ***diffuziya əmsalı*** adlanır. (11.6.5) düsturunun hər tərəfini $S\Delta t$-yə bölsək, sol tərəfdə $\Delta m_S = \dfrac{\Delta m}{S\Delta t}$ alınar. Δm_S – ***kütlə seli sıxlığı*** və ya ***xüsusi kütlə seli*** adlanır. Bu işarələməni və (11.6.6) düsturunu (11.6.5)-də nəzərə alsaq

$$\Delta m_S = -D\frac{d\rho}{dx} \qquad (11.6.5^{/})$$

olar. Bu düsturda $\rho = nm_0$ (n – konsentrasiya, m_0 – bir molekulun kütləsidir) olduğunu nəzərə alaq, hər tərəfini m_0-a bölək və $\Delta n_S = \dfrac{\Delta m_S}{m_o}$ işarələməsini qəbul edək. Onda $(11.6.5^{/})$ aşağıdakı şəkildə yazılar:

$$\Delta n_S = -D\frac{dn}{dx} \qquad (11.6.5^{//})$$

Burada Δn_S –konsentrasiya seli sıxlığı olub, xüsusi konsentrasiya seli adlanır. $(11.6.5^{/})$ və $(11.6.5^{//})$ düsturları ***Fik qanununu*** ifadə edirlər. Buradan görünür ki, diffuziya zamanı daşınan maddənin xüsusi seli onun qradiyenti ilə mütənasibdir. Yüngül qazın sürəti böyük olduğu üçün onların diffuziya əmsalı böyük olur.

Daxili sürtünmə (özlülük). *Maddənin (qazın) təbəqələri arasında impulsun ötürülməsi nəticəsində yaranan hadisə daxili sürtünmə (özlülük) adlanır***.** Tutaq ki, üfüqi istiqamətdə qaz axını vardır. X oxu cərəyan xətlərinə perpendikulyar yerləşmişdir (fəsil 6, §5) və sürət qradiyenti $\Delta\upsilon/\Delta x$-dir. Bu qaz axınında üfüqi yerləşmiş və bir-birindən 2λ qədər məsafədə olan iki təbəqə ayıraq (şəkil 52-nin şaquli halı). Qaz molekulları istiqamətlənmiş hərəkətlə yanaşı istilik hərəkətində də olduqları üçün S səthindən aşağıya və yuxarıya keçən molekullar da olacaqdır. Onlar özləri ilə müəyyən miqdarda impuls aparacaqlar.

Sürət qradiyenti x istiqamətində şaquli yuxarı yönəldiyi üçün S səthindən aşağıya keçən molekullar aşağı təbəqəni sürətləndirəcək, S səthindən yuxarı keçən molekullar isə üst təbəqəni ləngidəcəklər. Əvvəlki köçürmə hadisələrindəki mülahizələrə əsasən Δt müddətində S səthindən aşağıya keçən impulsun miqdarı

$$\Delta P_1 = \frac{1}{6}\rho \upsilon_1 S \bar{\upsilon} \Delta t ,$$

yuxarı keçən isə

$$\Delta P_2 = \frac{1}{6}\rho \upsilon_2 S \bar{\upsilon} \Delta t$$

və onların fərqi

$$\Delta P = \Delta P_1 - \Delta P_2 = \frac{1}{6}\rho(\upsilon_1 - \upsilon_2) S \bar{\upsilon} \Delta t$$

olar. Burada $(\upsilon_1 - \upsilon_2) = -\dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta x} \cdot 2\lambda$ olduğunu nəzərə alsaq (sürət qradiyenti X-in müsbət istiqamətində olduğu üçün mənfi işarəsi yazılır)

$$\Delta P = -\frac{1}{3}\rho \bar{\upsilon} \bar{\lambda} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta x} S \Delta t$$

Məlumdur ki, impulsun dəyişməsi qüvvə impulsuna bərabərdir (fəsil 2, §4). Onda (2.4.1) düsturuna əsasən

$$F = -\frac{1}{3}\rho \bar{\upsilon} \bar{\lambda} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta x} S \qquad (11.6.7)$$

alınar. Burada

$$\xi = \frac{1}{3}\rho \bar{\upsilon} \bar{\lambda} \qquad (11.6.8)$$

olub ***daxili sürtünmə əmsalı*** və ya ***özlülük əmsalı*** adlanır. İstilikkeçirmədə göstərildi ki, $\rho \bar{\upsilon}$ hasili təzyiqdən asılı deyildir. Deməli, ***daxili sürtünmə əmsalı da təzyiqdən asılı olmayacaqdır***.

İstilikkeçirmə, diffuziya və daxili sürtünmə əmsalları arasında əlaqə (11.6.3), (11.6.6) və (11.6.8) düsturlarından aydın görünür ki,

$\chi = \xi c_V$, $\xi = D\rho$, $\chi = D\rho c_V$ şəklindədir.

Sistemdəki qeyri-bircinsliliyin hesabına yaranan bu hadisələr sistemi bircins hala gətirməyə çalışır. Onların əsasında isə molekulların xaotik hərəkəti durur.

Qeyd olundu ki, normal şəraitdə olan qazın istilikkeçirmə və daxili sürtünmə əmsalları təzyiqdən asılı olmur. Çox seyrəldilmiş qazlarda isə bu asılılıq özünü göstərir. Tutaq ki, qaz o qədər seyrəlmişdir ki, sərbəst yolun orta uzunluğu qaz olan qabın üzləri arasındakı məsafəyə bərabərdir. Bu halda molekullar qızdırılmış divardan soyuq divara toqquşmadan gəlib çatacaqlar. Qabda molekulların sayı az olduğundan onun istilikkeçirməsi də az olacaqdır, yəni təzyiqdən asılılıq özünü göstərəcəkdir. Seyrəldilmiş qazların istilikkeçirməsinin az olması xassəsinə əsaslanan qablar *Dyuar qabları* adlanır. Dyuar qabları bir-birinin içərisinə geydirilmiş iki qabdan ibarətdir. Bu qablar arasındakı hava sovrulub çıxardılır. Ona görə də qablar arasında istilikkeçirmə yaranmır. Bu səbəbdən Dyuar qabının daxilində temperatur sabit qalır. Məsələn, Dyuar qabında olan maye azotu həmin temperaturda saxlamaq olur. Xörəyi və ya çayı isti saxlamaq üçün işlədilən qablarda da temperaturun saxlanması seyrəldilmiş qazların isti-likkeçirməsinin çox kiçik olması prinsipinə əsaslanmışdır. Belə qablar *termos* adlanır.

Seyrəldilmiş qazlarda daxili sürtünmə demək olar ki, olmur. Diffuziya isə sistemin ən ehtimallı (fəsil 10, §7) hala keçməsi ilə əlaqədar baş verir.

§7. Seyrək qazlar. Vakuum

Bütün köçürmə hadisələrində ümumi cəhət ondan ibarətdir ki, onlar qazın təzyiqindən asılı deyildir. Bu o vaxt doğrudur ki, qaz molekullarının konsentrasiyası kifayət qədər böyük olsun. Konsentrasiyanın kifayət qədər böyük olması o deməkdir ki, qaz molekulunun sərbəst yolunun orta uzunluğu qabın ölçülərindən kiçik olsun. Məlumdur ki, konsentrasiyanın qiyməti qazın təzyiqini təyin edir. Eyni temperaturda götürülmüş qazlardan hansının konsentrasiyası böyükdürsə onun təzyiqi də böyük olur. Çünki bu halda qaz molekullarının bir-birilə toqquşmalarının sayı çox olur. Molekulların konsentrasiyası kiçik olduqca toqquşmaların sayının azalması hesabına qazın təzyiqi azalır. Toqquşmaların sayının azalması isə sərbəst yolun orta uzunluğunun artması deməkdir. Sərbəst yolun orta uzunluğu qabın ölçüləri tərtibində olan seyrəldilmiş qaz halı *vakuum* adlanır. Eyni bir təzyiqdə bir qabın daxilindəki qazın halı vakuum sayıla bilər, digərində sayıla bilməz. Məsələn, adi şəraitdə otaqda olan havanın halını vakuum qəbul etmək olmaz, çünki otaqda hava molekullarının sərbəst yolunun orta uzunluğu təqribən 10^{-5} sm-dir. Bu isə otağın ölçülərindən çox kiçikdir. Lakin həmin otaqda məsamələrinin ölçüsü 10^{-5} sm olan əşyalarda (məsələn, taxta mebeldə) havanın halını vakuum qəbul etmək olar. Beləliklə, vakuum (boşluq) anlayışı nisbi anlayış olub sərbəst yolun orta uzunluğu ilə qazın olduğu qabın ölçüsü arasındakı münasibətlə təyin olunur. Sərbəst yolun orta uzunluğu qabın ölçülərindən qat-qat böyük olarsa, belə qaz *ultaseyrək qaz* adlanır.

Seyrəldilmiş qazın xassələri normal sıxlığa malik olan qazların xassələrindən fərqlənir. Köçürmə hadisələri qazın təzyiqindən asılı olur. Ona görə ki, vakuumda qazın təzyiqi onun molekullarının qabın divarları ilə toqquşmasından hesablanır (molekullyar-kinetik nəzəriyyənin əsas tənliyinin çıxarılışında da hesablama belə aparılmışdır).

Tutaq ki, şəkil 52-də göstərilmiş *A* və *B* təbəqələri arasındakı məsafə molekulların sərbəst yolunun orta uzunluğundan kiçikdir, yəni vakuumluq şərti ödənir. Bu halda istilikkeçirmə mexanizmi əvvəlki mexanizmdən fərqlənir. Temperaturu böyük olan *A* təbəqəsi ilə toqquşan molekul ondan enerji alır və yolda heç bir molekulla toqquşmadan aşağı temperaturlu *B* lövhəsinə çatır. Onunla toqquşaraq enerjisinin bir hissəsini verir, *A* lövhəsinə doğru toqquşmadan hərəkət edir. Beləliklə, istilik birbaşa *A* lövhəsindən *B* lövhəsinə ötürülür. İstiliyi daşıyan molekulların sayı azaldıqca qazın istilikkeçirməsi zəifləyir. Buradan belə nəticə çıxır ki, seyrəldilmiş qazlarda (vakuumda) istilikkeçirmə əmsalı qazın təzyiqindən asılıdır; təzyiqlə düz mütənasib olaraq dəyişir. İfratseyrək qazların istilikkeçirmə əmsalı çox kiçik olur, yəni istilik demək olar ki, keçirmir. Onların bu xassəsindən Dyuar qablarının hazırlanmasında istifadə olunur. Dyuar qabı (məsələn, termos) bir-birinin içərisinə geydirilmiş iki qabdan ibarətdir. Bu qablar arasında vakuum olur. Ona görə də daxili və xarici qablar arasında istilik mübadiləsi olmur, daxili qabın temperaturu sabit qalır.

Alcaq təzyiqlərdə daxili sürtünmənin mexanizmi eyni ilə istilikkeçirmənin mexanizmi kimidir. Molekullar arasında toqquşma olmadığından molekulun hərəkət miqdarı (impulsu) dəyişmir. Ona görə də daxili sürtünmə yaranmır. Molekulun impulsunun dəyişməsi yalnız divarla toqquşma zamanı baş verir. Bu səbəbdən alcaq təzyiqlərdə ancaq xarici sürtünmə olur.

Bir çox cihazların işində müxtəlif dərəcədə vakuum yaratmaq tələb olunur. Məsələn, kütlə spektroqrafında, elektron mikroskopunda, vakuum spektroqraflarında 10^{-4}-10^{-6} mm civə sütunu tərtibində vakuumun olması lazımdır. Materialları və onların səthində gedən hadisələri öyrəndikdə daha aşağı təzyiqlər (10^{-6}-10^{-10} mm c.s.) əldə etmək lazım gəlir.

Alcaq təzyiqləri ölçmək üçün vakuummetrlərdən istifadə olunur. Müxtəlif dərəcəli vakuum müxtəlif vakuummetrlərlə ölçülür. Onların iş prinsipi müxtəlif fiziki qanunlara əsaslanmışdır. Birbaşa təzyiqi ölçən cihazlar *mütləq vakuummetr*, təzyiqdən asılı olan kəmiyyətləri ölçən və təzyiqə görə dərəcələnmiş cihazlar isə *nisbi vakuummetr* adlanır.

§8. Effuziya

Kiçik yarıqdan qazın axması *effuziya* adlanır. Qaz ifrat seyrək olduqda yarığın ölçüsü (diametri) sərbəst yolun orta uzunluğundan kiçik, qazın sıxlığı böyük olduqda $d > \lambda$ qəbul edilir. Axırıncı şərt ödəndikdə yarıqdan yaranan axın qaz şırnağı şəklində olur. Qaz molekulları cərəyan borusu daxilində nizamlı, istiqamətlənmiş hərəkət edir. Belə hərəkət hidrodinamikanın qanunlarına tabedir. Bu qanunlar mexanika bölməsində maye və qazların hərəkətində verilmişdir.

Birinci şərt, yəni $d < \lambda$ şərti ödənən hala baxaq. Bu halda qaz ifratseyrək olur. Qeyd edildi ki, alçaq təzyiqlərdə qaz molekulları bir-birilə toqquşmurlar və orada gedən proseslər yalnız molekulların qabın divarı ilə toqquşmasından asılı olur. Vahid zamanda vahid səthlə toqquşmaların sayını tapaq. Məlumdur ki, səth molekulların hərəkətinə (sürət vektoruna) perpendikulyar yerləşərsə, həmin istiqamətdə hərəkət edən molekulların vahid həcmdəki sayı $\frac{n}{6}$-dir. Molekulların orta sürəti υ olarsa baxılan V həcmli silindrdə olan molekulların sayı $\frac{n}{6}V = \frac{n}{6}S\ell = \frac{n}{6}S\upsilon t$ olar. Buradan vahid zamanda vahid səth ilə toqquşmaların sayı $z = \frac{n}{6}\upsilon$ alınar. Əslində isə toqquşmaların sayı bir qədər az olur. Bu ondan irəli gəlir ki, bütün molekullar eyni sürətlə hərəkət etmirlər və səthin normalı ilə sürət vektorunun istiqaməti həmişə üst-üstə düşmür. Bu düzəlişlər nəzərə alınarsa, vahid zamanda vahid səthlə toqquşmaların sayı $z = \frac{n}{4}\overline{\upsilon}$ olar. Axırıncı düsturların müqayisəsi göstərir ki, onlar bir-birindən çox az fərqlənirlər. Birinci düsturda orta kvadratik sürətin, ikinci düsturda orta sürətin ifadələrini yerinə yazsaq, uyğun olaraq

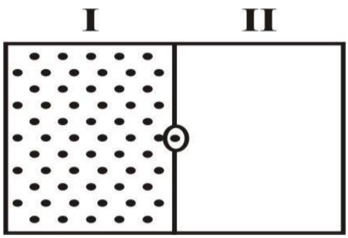
$$z = \frac{n}{6}\sqrt{\frac{3RT}{M}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}n\sqrt{\frac{RT}{M}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}n\sqrt{\frac{kT}{m_0}},$$

$$z = \frac{n}{4}\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}n\sqrt{\frac{RT}{M}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}n\sqrt{\frac{kT}{m_0}}$$

alarıq. Toqquşmaların sayı bir-birindən 1,4 dəfədən də az fərqlənir.

Toqquşmaların sayını bildikdən sonra müxtəlif hallarda seyrəldilmiş qazlarda effuziyaya baxaq.

Seyrəldilmiş qazın boşluğa effuziyası. Tutaq ki, sabit həcmli qab arakəsmə ilə iki hissəyə bölünmüşdür. I hissədə seyrəldilmiş qaz vardır, II hissədə isə qaz yoxdur. Arakəsmənin ortasında hələlik bağlı olan d diametrli deşik vardır. Bu deşiyin sahəsinə bərabər olan səthlə vahid zamanda toqquşan molekulların sayı $N=zS$ olar. Burada z-in axırıncı düsturunu və $S = \frac{\pi d^2}{4}$ olduğunu nəzərə alsaq



$$N = zS = \frac{\pi d^2}{4\sqrt{2\pi}}n\sqrt{\frac{kT}{m_0}}$$

alınar. Məlumdur ki, molekulyar-kinetik nəzəriyyənin əsas düsturu ideal qaz, yəni çox seyrəldilmiş qaz üçün çıxarılmışdır. Deməli, $P=nkT$ asılılığını baxılan qaza tətbiq etmək olar. Axırıncı düsturda $n = \frac{P}{kT}$ ifadəsini yerinə yazsaq

$$N = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2k}}\frac{Pd^2}{\sqrt{m_0 T}}$$

alarıq. Bu düstur təzyiqi P olan seyrək qazın diametri d olan səthə vahid zamanda etdiyi zərbələrin sayını göstərir. Əgər deşik açıq olarsa oradan vahid zamanda göstərilən sayda molekul keçəcək və şəkildə göstərilən qabın II hissəsinə axacaqdır. Bu hadisə *effuziya seli* adlanır.

Temperaturlar fərqi hesabına yaranan effuziya. Tutaq ki, şəkildə göstərilən qabın hər iki tərəfində konsentrasiyaları n_1 və n_2, temperaturları T_1 və T_2 olan eyni qaz vardır. Deşik açıldıqda I qabdan II qaba və II qabdan I qaba effuziya seli yaranacaqdır. Tarazılıq halında effuziya selləri bir-birinə bərabər olmalıdır, yəni vahid zamanda I qabdan II qaba nə qədər molekul keçirsə, II qabdan I qaba da həmin sayda molekul keçməlidir. Bu şərtə görə $N_1=N_2$ olmalıdır. Bu şərt daxilində axırıncı düsturdan

$$\frac{P_1}{\sqrt{T_1}}=\frac{P_2}{\sqrt{T_2}}$$

alınır. Buradan görünür ki, seyrək qazların tarazlıq şərti termodinamik parametlərə görə adi şəraitdə olan qazların tarazlıq şərtindən fərqlənir. Bu münasibətdən alınır ki, təzyiq hər iki hissədə eyni olarsa temperatur böyük olan yerə axın daha böyük olacaqdır. Torpaqda hava mübadiləsi temperaturlar fərqi hesabına yaranan effuziyaya əsaslanmışdır. Gündüz Yerin səthinin temperaturu aşağı qatların temperaturundan böyük olur və aşağı qatdakı hava kapilliyar məsamələrlə səthə çıxır. Gecə torpağın aşağı qatının temperaturu səthin temperaturundan böyük olur və hava torpağın səthindən aşağı qatlara effuziya edir.

Molekulların kütlələri fərqi hesabına yaranan effuziya. İndi fərz edək ki, qabın I hissəsində kütlələri m_{01}, II hissəsində isə kütlələri m_{02} olan molekullardan ibarət müxtəlif qazlar vardır. Arakəsmədəki deşik açıldıqda qarşı-qarşıya effuziya seli yaranacaq. Tarazlıq yaranması üçün yenə də sellər bir-birinə bərabər olmalıdır. Yuxarıdakı düstura əsasən sellərin bərabərliyi şərtindən

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{P_1}{P_2}\sqrt{\frac{m_{02}T_2}{m_{01}T_1}}$$

alınar. Əgər qabın hər iki hissəsində temperatur eyni olarsa

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{P_1}{P_2}\sqrt{\frac{m_{02}}{m_{01}}}$$

olar. Bu *izotermik effuziya* şərtidir.

Qabın hər iki hissəsində həm temperatur və həm də təzyiq eyni olarsa

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{m_{02}}{m_{01}}}$$

alınar. Bu o deməkdir ki, effuziya sellərinin nisbəti molekulların kütlələri nisbətinin kvadrat kökü ilə tərs mütənasibdir. Kütləsi kiçik olan qazın effuziya seli böyük olur. Məsələn, qabın bir tərəfində hidrogen, digər tərəfində oksigen qazı olarsa, hidrogenin effuziya seli oksigenin selindən 4 dəfə böyük olar.

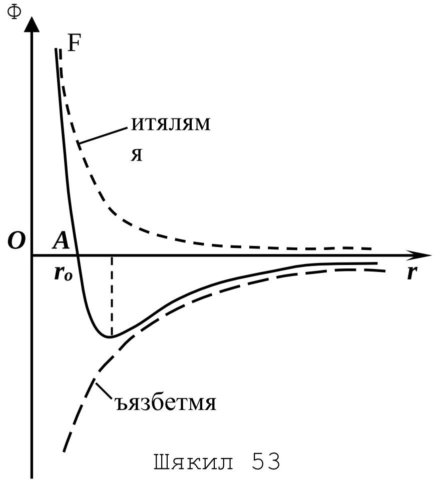
Radiometrik effekt. Seyrək qazda yerləşdirilmiş müxtəlif temperaturlu lövhələrin bir-birindən itələnməsi *radiometrik effekt* adlanır. Temperaturu böyük olan lövhədən qayıdan molekullar daha böyük enerjiyə malik olurlar. Lövhələr arasındakı məsafə sərbəst yolun orta uzunluğundan kiçikdir. Həmin molekullar yolda toqquşmadan I lövhəyə paralel qoyulmuş II lövhə ilə toqquşurlar. Onların yaratdığı təzyiq II lövhəyə arxa üzdən edilən təzyiqdən böyük olur. Bu təzyiqlər hesabına II lövhə I lövhədən uzaqlaşır, yəni lövhələr bir-birindən itələnirlər.

FƏSIL 12. REAL QAZLAR

§1. Molekullar arasında qarşılıqlı təsir qüvvələri

Molekulları arasında qarşılıqlı təsir olan qazlar ***real qazlar*** *adlanır*. Təbiətdə mövcud olan qazlar real qazlardır. İdeal qaz real qazın bu və ya digər məqsədlə qəbul olunan modelidir. Bu model əksər hallarda real qazların xassələrini izah edə bilmir. Real qaz seyrək olduqda onun xassəsi ideal qaz modelinin xassələrinə uyğun olur, çünki qaz seyrək olduqda onun molekulları arasında məsafə çox böyük olduğundan qarşılıqlı təsiri nəzərə almamaq olur. Real qazların xassələrini ideal qaz modeli ilə izah etdikdə çətinliklər yaranır. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün molekullar arasındakı qarşılıqlı təsiri nəzərə almaq lazımdır.

Qazı seyrəltdikdə onun xassələrinin ideal qazın xassələrinə uyğun gəlməsi göstərir ki, qarşılıqlı təsir qüvvəsi onlar arasındakı məsafə artdıqca kəskin azalır. Bu qüvvələr həm itələmə, həm də cəzbetmə xarakterində olurlar. Məsələn, metal çubuğu uzadıb buraxdıqda çubuq əvvəlki halına qayıdır. Bu çubuğu təşkil edən zərrəciklər arasında cəzbetmə qüvvəsinin mövcud olduğunu, çubuğu sıxdıqda isə onun geri qayıtması molekullar arasında itələmə qüvvələrinin olmasını göstərir. Molekullar arasında hər iki qüvvə eyni zamanda mövcuddur. Lakin molekullar bir-birindən uzaqlaşdıqda cəzbetmə qüvvələri, bir-birinə yaxınlaşdıqda isə itələmə qüvvələri üstünlük təşkil edir. Buradan belə nəticə çıxır ki, molekullar arasında elə məsafə vardır ki, bu iki qüvvə bir-birinə bərabər olur. Bu məsafə qüvvələrin tarazlıq məsafəsi olub (r_0) şəkil 53-də *OA*-ya bərabərdir. Bu şəkildə qırıq xətlərlə itələmə və cəzbetmə qüvvələrinin, bütöv xətlə isə onların cəminin molekullar arasındakı məsafədən asılılıq qrafikləri göstərilmişdir. İtələmə qüvvələri müsbət, cəzbetmə qüvvələri isə mənfi qəbul edilir. Əgər istilik hərəkəti olmasa idi, tarazlıq vəziyyətində molekullar arasındakı məsafə r_0 olardı. Molekullar istilik hərəkətində olduqları üçün tarazlıq vəziyyətinə uyğun məsafə r_0-dan böyük olur. Bu məsafə bütöv xəttin minimum nöqtəsinə uyğun gəlir.



Шякил 53

Molekullar arasında təsir edən cəzbetmə və itələmə qüvvələri ***Van-der-Vaals qüvvələri*** adlanır. Bu qüvvələr elektrik təbiətli qüvvələr olub, elektrik baxımından neytral olan atom və molekullar arasında mövcuddur. 3 növ – *oriyentasiya, induksiya* və *dispersiya* cəzbetmə qüvvələri vardır. Bütün qüvvələrin xarakterik cəhəti ondan ibarətdir ki, onlar məsafədən asılıdırlar. İtələmə qüvvələri məsafədən daha kəskin asılıdır. Məsələn, iki nöqtəvi yük arasındakı Kulon qüvvəsi məsafənin 2-ci, molekullar arasındakı cəzbetmə qüvvəsi 7-ci, itələmə qüvvəsi isə 13-cü dərəcəsi ilə tərs mütənasibdir.

İki molekuldan ibarət olan qapalı sistemin potensial enerjisi itələmə və cəzbetmə potensial enerjilərinin cəmindən ibarət olur və

$$E_P = E_{P_i} + E_{P_c}$$

şəklində yazılır. Sistemin tarazlıqda olması üçün onun potensial enerjisi minimum olmalıdır. Bu şərtdən şəkildə göstərilmiş bütöv xəttin ən aşağı nöqtəsinə uyğun gələn məsafə hesablanır. Sistemin bağlılıq şərtindən bu məsafəyə uyğun enerji mənfi qiymətə malikdir. Bu məsafəni r_{mik} ilə işarə edək. Tutaq ki, molekullardan biri sükunətdədir, digəri isə müəyyən sürətlə ona yaxınlaşır. Bu halda sistemin tam enerjisi

$$E = E_{P_i} + E_{P_c} + E_k$$

olar. Fərz edək ki, tam enerji müsbətdir. Bu zaman ikinci molekul birinci molekula yaxınlaşdıqca (r_m məsafəsinə qədər) sistemin potensial enerjisi azalacaq və ikinci molekulun kinetik enerjisi artacaqdır.

İkinci molekul aldığı kinetik enerji ilə r_m məsafəsindən kiçik məsafəyə qədər birinci molekula yaxınlaşacaq. Bu zaman itələmə qüvvəsi kəskin artacaq və 2-ci molekul geriyə hərəkət edəcəkdir. Lakin cəzbetmə qüvvəsi onu yenidən r_m məsafəsinə qaytarmağa çalışacaqdır. Beləliklə, tam enerji sıfırdan kiçik olduqda sistem həmişə bu enerjiyə uyğun potensial çüxurda qalacaqdır.

İtələmə və cəzbetmə qüvvələrinin bərabərlik şərtinə uyğun olan r_0 məsafəsi sükunətdə olan iki molekul arasındakı ən kiçik məsafə qəbul edilir. Lakin yuxarıda deyildiyi kimi ikinci molekul birinci molekula müəyyən sürətlə yaxınlaşdıqda molekullar arasındakı məsafə r_0-dan kiçik ola bilər. Doğrudur, kinetik enerji böyük olduqca molekulların mərkəzləri arasındakı məsafə azalır, ancaq bu məsafə həmişə onların diametrindən böyük olur, yəni molekullar hətta böyük sürətlə hərəkət etdikdə də səthləri bir-birinə toxunana qədər yaxınlaşa bilməzlər. Bu nəticə real qazın ideal qazdan fərqlənməsindən irəli gəlir. İdeal qaz modelində molekullar elastik kürələr kimi bir-birilə toqquşurlar. Real qaz molekullarının qarşılıqlı təsiri zamanı onların səthləri bir-birinə toxunmur. Qarşılıqlı təsir sahə ilə yaranır. Bu sahəni yaradan itələmə və cəzbetmə qüvvələri – oriyentasiya, induksiya və dispersiya (başqa qarşılıqlı təsir növləri də vardır) qüvvələridir. Oriyentasiya qarşılıqlı təsir dipolların, induksiya qarşılıqlı təsir dipol və induksiyalanmış dipolların, dispersiya qarşılıqlı təsir ani yaranan dipolla onun induksiyaladığı dipolun arasında olan elektrik təbiətli qarşılıqlı təsirlərdir.

§2. Real qazın hal tənliyi

Holland fiziki Y.Van-der-Vaals real qaz modeli olaraq bir-biri ilə cəzbetmə qarşılıqlı təsirdə olan d diametrli mütləq bərk kürəciklər çoxluğu qəbul etmişdir. Bu modeldə itələmə qüvvələri kürəciklərin sonlu, dəyişməyən ölçüyə malik olmaları ilə nəzərə alınır. Real qazların hal tənliyi bu modelə əsasən qurulur.

İdeal qaz molekulları nöqtəvi olduqları üçün onlar qabın həcminin bütün nöqtələrində ola bilirlər. Lakin real qaz molekulu sonlu ölçüyə malik olduqlarından bir molekul digər molekulun həmin anda olduğu həcmə keçə bilmir. Buradan görünür ki, real qazda molekulların hərəkət edəcəyi sərbəst həcm məhdudlaşır, azalır; həcmin bir hissəsi molekulların özləri tərəfindən tutulmuş olur. Qaz molekullarının özlərinin tutduğu həcmi b, qabın həcmini isə V ilə göstərsək, onda molekulların hərəkəti üçün qalan sərbəst həcm

$$V_S=V-b \qquad (12.2.1)$$

olar. Hesablamalar göstərir ki, b molekulların $V_o=\frac{1}{6}\pi d^3$ həcmindən 4 dəfə böyükdür ($b=4V_0$).

Məlumdur ki, (fəsil 11, §1) qazın təzyiqi onun molekullarının qabın divarına vurduqları zərbələrlə ölçülür. Real qaz modelində molekullar arasında cəzbetmə qüvvəsi olduğundan onların qabın divarına zərbəsi ideal qaz molekullarının zərbəsindən fərqlənir. Divara doğru hərəkət edən ideal qaz molekullarının sürəti qabın orta hissəsindəki sürətlə eyni olur. Real qaz molekulu isə divara yavaşıyan sürətlə yaxınlaşır, çünki onu arxadakı molekullar cəzb edir. Deməli, real qaz molekulunun divara verdiyi impuls ideal qaz molekulunun divara verdiyi impulsdan kiçik olur:

$$P=P_{id}-\Delta P \text{ və ya } P_{id}=P+\Delta P \qquad (12.2.2)$$

Qabın vahid səthinə edilən zərbələrin sayı və molekulun sürətinin azalmasına səbəb olan yekun cəzbetmə qüvvəsi molekulların konsentrasiyası ilə mütənasib olduqlarından onların nəticəsi olan ΔP təzyiqi n^2-la mütənasib olur. Konsentrasiyanın $n=N/V$ düsturundan alırıq ki, ΔP təzyiqi $1/V^2$-la mütənasib olmalıdır, yəni

$$\Delta P = \frac{a}{V^2} \tag{12.2.3}$$

Burada a – mütənasiblik əmsalıdır. (12.2.3) düsturunu (12.2.2)-də yerinə yazsaq real qazın təzyiqini

$$P + \frac{a}{V^2} \tag{12.2.4}$$

şəklində yazmaq olar. (12.2.1) və (12.2.4) ifadələrini bir mol qaz üçün Mendeleyev-Klapeyron tənliyində yerinə yazsaq, alarıq

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \tag{12.2.5}$$

Bu ifadə ***real qazların hal tənliyi*** olub, ***Van-der-Vaals tənliyi*** adlanır. İxtiyari miqdarda olan real qaz üçün bu tənlik aşağıdakı şəkildə yazılır:

$$\left(P + \nu^2 \frac{a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT \ .$$

Burada ν – maddə miqdarıdır.

§3. Van-der-Vaals izotermləri. Böhran temпeraturu

Şəkil 54-də müxtəlif temperaturlarda (12.2.5) düsturuna uyğun izotermlər göstərilmişdir. Bu əyrilər Van-der-Vaals izotermləri adlanır. Van-der-Vaals tənliyi qazın həcminə görə kub tənlikdir. Doğrudan da (12.2.5) tənliyini V-yə görə həll etsək, aşağıdakı kub tənliyi alarıq:

$$V^3 - (b + \frac{RT}{P})V^2 + \frac{a}{P}V - \frac{ab}{P} = 0 \tag{12.3.1}$$

Cəbrdən məlumdur ki, gətirilmiş üstlü tənliyi onun kökləri vasitəsilə ifadə etmək olar. Tənliyin kökləri V_1, V_2, V_3 olarsa, onda aşağıdakı bərabərlik ödənməlidir:

$$(V-V_1)(V-V_2)(V-V_3)=0 \tag{12.3.1′}$$

Buradan görünür ki, təzyiqin bir qiymətinə, məsələn $P^{/}$-ə (şəkil 54) qazın həcminin üç qiyməti V_1, V_2, V_3 uyğun gəlir. Ancaq temperatur artdıqca, şəkil 54-dən göründüyu kimi, V_1, V_2, V_3 qiymətləri bir-birinə yaxınlaşır və nəhayət 4-cü əyriyə uyğun temperaturda onlar üst-üstə düşürlər. Bu temperatur ***böhran temperaturu*** T_B, həcmin bu qiyməti ***böhran həcmi*** V_B, V_B-yə uyğun təzyiq isə ***böhran təzyiqi*** P_K adlanır. Şəkil 54-də böhran nöqtəsi B ilə göstərilmişdir. Bu nöqtədə $V_1=V_2=V_3=V_k$-dır. (12.3.1) tənliklərində hal parametrləri P və T-nin əvəzinə onların böhran kəmiyyətlərini, (12.3.1′)-də isə $V_1=V_2=V_3=$ $=V_K$ olduğunu nəzərə alsaq

$$V^3-\left(b+\frac{RT_k}{P_k}\right)V^2+\frac{a}{P_k}V-\frac{ab}{P_k}=0$$

$$(V-V_k)^3=V^3-3V_kV^2+3V_k^2V-V_k^3=0$$

olar. Bu tənliklər o vaxt bir-birinə bərabər olar ki, eyni dərəcəli V-lərin əmsalları bərabər olsun. Bu şərtdən

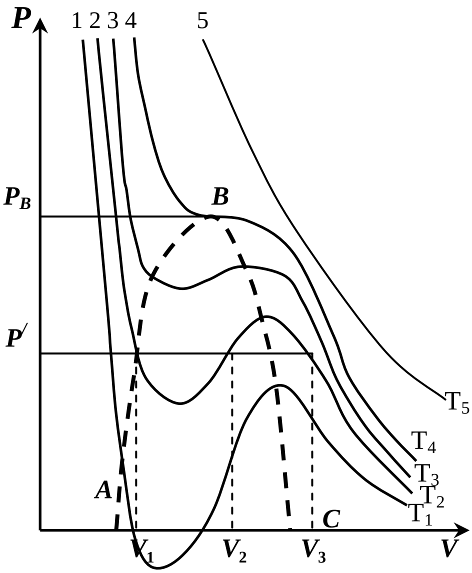
$$3V_k=\frac{RT_k}{P_k}+b,\ 3V_k^2=\frac{a}{P_k},\ V_k^3=\frac{ab}{P_k}$$

alınar. Bu tənliklər sistemini həll edərək böhran kəmiyyətlərini aşağıdakı kimi tapırıq:

$$V_k=3b\ ,\ P_k=\frac{a}{27b^2}\ ,\ T_k=\frac{8a}{27Rb}\ . \qquad (12.3.2)$$

Van-der-Vaals sabitləri (a, b) məlum olarsa böhran kəmiyyətlərini bu düsturlarla hesablamaq olar. Ümumiyyətlə a, b sabitləri temperaturdan asılıdırlar.

Şəkil 54-dən göründüyü kimi böhran temperaturundan yuxarı temperaturlarda Van-der-Vaals izotermləri ideal qazın izotermləri kimi olur. Böhran temperaturundan aşağı temperaturlarda Van-der-Vaals izotermlərini üç hissəyə bölmək olar: I hissə BC xəttindən sağda olan hissə – adi izotermdir. Bu hissədə real qaz özünü ideal qaz kimi aparır. III hissə – AB xəttindən solda qalan hissədir. Burada həcmin cüzi azalması zamanı təzyiq kəskin artır. Belə asılılıq mayelərə xasdır. Deməli, III hissədə qaz maye halındadır. II hissə – ABC xəttini əhatə etdiyi hissədir. Bu hissə buxar və maye qarışığından ibarət olub dayanıqsız haldır. Bu hissə ikifazalı hissə adlanır. *Sistemin kimyəvi tərkibi və termodinamik halı eyni olan bütün hissələrinin məcmuu* ***faza*** *adlanır*. Sistemin bir faza halından digərinə keçməsinə *faza keçidi* deyilir. İki növ faza keçidi vardır. Sıxlığı, daxili enerjisi, entropiyası sıçrayışla dəyişən keçidə ***I növ faza keçidi*** deyilir. I növ faza keçidi zamanı enerji ayrılır və ya udulur. Buxarlanma, kristalın əriməsi, kondensasiya, kristallaşma I növ faza keçidləridir. Sistemin xassələrinin temperatur və təzyiqdən asılılığı faza keçidi zamanı sıçrayışla dəyişərsə belə keçid ***II növ faza keçidi*** adlanır. II növ faza keçidində enerji udulması və ya ayrılması baş vermir. Mayelərin ifrataxıcılıq, naqillərin ifratkeçiricilik halına keçməsi II növ faza keçididir. Bu deyilənlərdən məlum olur ki, *AB* xətti (şəkil 54) maye fazasından ikifazalı hala və tərsinə keçidin, *BC* xətti isə qaz fazasından ikifazalı hala və tərsinə keçidin başlanğıcını göstərir. Böhran temperaturundan yuxarı temperaturlarda yalnız bir faza – qaz fazası mövcud olur. Ona görə də temperaturu böhran temperaturundan böyük olan qazı izotermik olaraq mayeyə çevirmək mümkün deyildir. Böhran temperaturunda fazalar arasında sərhəd olmur, doymuş buxar və mayenin sıxlıqları bərabərləşir, yəni qaz və



Шякил54

mayenin xüsusi həcmləri eyniləşir. Buxarlanma (kondensasiya) istiliyi sıfra bərabər olur. İzotermik sıxılma əmsalı böyük qiymət alır. Genişlənmənin termik əmsalı və sabit təzyiqdə istilik tutumu sonsuzluğa yaxınlaşır. Sıxılmanın və termik genişlənmənin böyük qiymət alması sıxlığın fluktuasiyasının çox böyük olmasına gətirir. Nəhayət, böhran halında mayelərin səthi gərilməsi olmur.

§4. Gətirilmiş Van-der-Vaals tənliyi. Uyğun hallar qanunu

Bir mol ideal qaz üçün Mendeleyev-Klapeyron tənliyindən $\frac{RT}{PV}=1$ alınır. Ancaq real qazın böhran halı üçün (12.3.2) ifadələrindən

$$\frac{RT_k}{P_kV_k}=\frac{8}{3}$$

olur. Bu o deməkdir ki, Van-der-Vaals tənliyinə tabe olan qazın həcmi eyni təzyiq və temperaturda ideal qazın həcmindən $\frac{8}{3}$ dəfə kiçik olur. Real qazın həcminin kiçik olması onun molekulları arasında cəzbetmə qüvvələrinin olması ilə əlaqədardır. Lakin yuxarıda göstərilən nisbət bütün qazlar üçün eyni deyildir. Bu, Van-der-Vaals tənliyinin çatışmazlığını göstərir. Bu tənlikdə *a* ə *b* kəmiyyətləri sabit qəbul olunur. Təcrübələr isə göstərir ki, bu kəmiyyətlər temperaturdan asılıdır. Van-der-Vaals tənliyinin bu çatışmazlığına baxmayaraq o, real qaz halının bir çox xassələrini düzgün əks etdirir. Onun əsas üstünlüyü ondadır ki, bu tənlik maye halına keçidi keyfiyyətcə izah edə bilir və *a*, *b* sabitləri ilə böhran halının parametrləri arasındakı əlaqəni müəyyən edir. (12.3.2) düsturlarından

$$a=3P_kV_k^2,\ \ b=\frac{1}{3}V_k\ \text{ və }\ R=\frac{8}{3}\frac{P_kV_k}{T_k}$$

olduğu görünür. Bu ifadələri (12.2.5) düsturu ilə ifadə olunmuş Van-der-Vaals tənliyində yerinə yazaq. Onda tənlik

$$\left(P+\frac{3P_kV_k^2}{V^2}\right)\left(V-\frac{V_k}{3}\right)=\frac{8P_kV_kT}{3T_k}$$

şəklində düşər. Sol tərəfdəki mötərizələrdən uyğun olaraq P_k və $\frac{V_k}{3}$ -

nı çıxarıb sağ tərəfdəki $\dfrac{P_k V_k}{3}$ hasili ilə ixtisar etsək bu tənlikdən

$$\left(\frac{P}{P_k}+3\frac{V_k^2}{V^2}\right)\left(3\frac{V}{V_k}-1\right)=8\frac{T}{T_k}$$

alarıq. Burada $\dfrac{P}{P_k}=\pi;$ $\dfrac{V}{V_k}=\omega$ və $\dfrac{T}{T_k}=\tau$ əvəzləmələri edək. Bu əvəzləmələr uyğun olaraq *gətirilməş təzyiq*, *gətirilmiş həcm* və *gətirilmiş temperatur* adlanır. Bu əvəzləmələri nəzərə alsaq Van-der-Vaals tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\left(\pi+\frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega-1)=8\tau\,.$$

Bu tənlik *gətirilmiş Van-der-Vaals tənliyi* adlanır. Bu tənliyə aşkar şəkildə qazın halını təyin edən kəmiyyətlərdən daxil deyildir. Ona görə də o daha ümumi tənlikdir. O, maddənin növündən asılı olmayıb, bütün maddələr üçün eynidir. Buradan belə nəticə çıxır ki, müxtəlif maddələrin gətirilmiş hal parametrləri eynidir və onların halı da eynidir. Başqa sözlə, iki maddənin gətirilmiş təzyiqi və temperaturu eynidirsə, onların gətirilmiş həcmləri də eyni olmalıdır. Daha ümumi şəkildə söyləmək olar ki, maddələrin halını xarakterizə edən üç gətirilmiş parametrdən ikisi eynidirsə, üçüncüsü də eyni olmalıdır. Bu qanun *uyğun hallar qanunu* adlanır. Bu qanun yüksək temperaturlarda ödənir. Çünki yüksək temperaturlarda bütün maddələr üçün qarşılıqlı təsirin molekullar arasındakı məsafədən asılılığı təqribən eyni olur.

§5. Real qazın daxili enerжisi

Daxili enerji maddəni təşkil edən hissəciklərin kinetik və potensial enerjilərinin cəmindən ibarətdir (fəsil 11, §3). İdeal qazın molekulları arasında qarşılıqlı təsir olmadığından onun daxili enerjisi təkcə istilik hərəkətinin kinetik enerjisindən ibarət olur. Lakin real qaz molekulları arasında qarşılıqlı təsir qüvvələri mövcud olduğundan onun daxili enerjisi həm istilik hərəkətinin kinetik enerjisindən, həm də qarşılıqlı təsirin potensial enerjisindən ibarət olacaqdır:

$$U = E_K + E_P \,. \tag{12.5.1}$$

Bu enerjilərin hər birinin dəyişməsi real qazın daxili enerjisini dəyişir, yəni

$$dU = dE_K + dE_P \,.$$

Real qaz molekullarının istilik hərəkətinin kinetik enerjisini ideal qazlarda olduğu kimi

$$E_K = C_V T \tag{12.5.2}$$

şəklində yazmaq olar. Real qazın molekullarının potensial enerjisi qarşılıqlı təsir enerjisi olduğundan molekullar arasındakı məsafədən asılı olacaqdır. Real qaz genişlənərkən molekullar arasındakı cəzb-etmə qüvvəsi və ona uyğun potensial enerji mütləq qiymətcə azalır. Potensial enerjinin dəyişməsi ədədi qiymətcə cəzbetmə qüvvələrinin qazın genişlənməsi zamanı gördükləri işə bərabər olur, yəni

$$dE_P = \Delta P dV$$

kimi tapılır. ΔP-nin (12.2.3) ifadəsini nəzərə alsaq

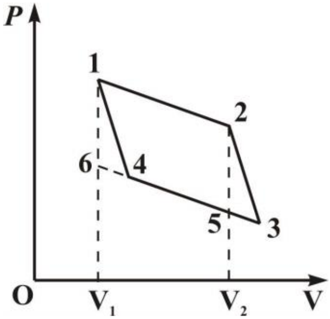
$$dE_P = \frac{a}{V^2} dV$$

olar. Bu ifadəni inteqrallayıb, inteqrallama sabitini sıfır qəbul etsək (yəni molekullar bir-birindən çox uzaqda olduqda E_P=0), real qazın potensial enerjisi üçün aşağıdakı düstur alınar:

$$E_P = -\frac{a}{V} \tag{12.5.3}$$

(12.5.2) və (12.5.3) ifadələrini (12.5.1)-də nəzərə alsaq

$$U = C_V T - \frac{a}{V} \qquad (12.5.4)$$



olar. Bu düsturu termodinamik üsulla da almaq olar. Karno siklini elə elementar sikllərə bölək ki, 12341 sahəsini 12561 sahəsinə bərabər qəbul etmək olsun. Bu halda Karno siklinin sahəsi, yəni görülən iş 12561 paraleloqramının sahəsinə bərabər olacaqdır. Bu paraleloqramın oturacağı 12 izotermik prosesində həcmin dəyişməsinə, hündürlüyü isə temperaturun T_1-dən T_2-yə qədər artması zamanı təzyiqin dəyişməsinə bərabərdir. 61 prosesində həcm sabit qaldığından hündürlük $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V (T_2 - T_1)$ olar. Buradan paraleloqramın sahəsi, yəni görülən iş üçün

$$A = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V (T_2 - T_1)\cdot(V_2 - V_1)$$

alarıq. 12 izotermik prosesində qızdırıcıdan alınan istilik termodinamikanın I qanununa görə

$$Q_1 = U_2 - U_1 + P(V_2 - V_1)$$

olur. 12 prosesində T=const olduğundan $U_2 - U_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T (V_2 - V_1)$ alınar. Onda

$$Q_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T (V_2 - V_1) + P(V_2 - V_1) = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right](V_2 - V_1)$$

olar. Karno teoreminə görə

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

yazıb A və Q_1-in ifadələrini yerinə qoysaq

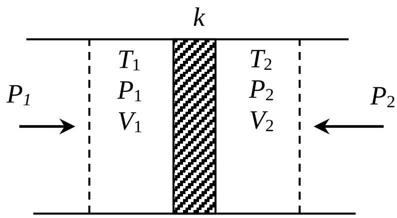
$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

alarıq. Burada T – qızdırıcının temperaturudur. Van-der-Vaals tənliyini $P+\frac{a}{V^2}=\frac{RT}{V-b}$ şəklində yazıb V-nin sabit qiymətində zamana görə diferensiallasaq $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{R}{V-b}$ alarıq. Hər tərəfi T-yə vursaq $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \cdot T=\frac{RT}{V-b}=P+\frac{a}{V^2}$ olar. Bu ifadəni $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ düsturunda yerinə yazsaq $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T=\frac{a}{V^2}$ alınar. Alınan tənliyi inteqrallayaq. Onda $U=-\frac{a}{V}+const$ olar. Burada a=0 olarsa, yəni qarşılıqlı təsir olmazsa, qaz ideal qaz olar və $const=C_VT$ alınar. Beləliklə, $U=C_VT-\frac{a}{V}$ olar. Nəticədə (12.5.4) düsturunu termodinamik üsulla almış oluruq. Bu düstur real qazın daxili enerjisini ifadə edir. Qazın daxili enerjisi onun temperaturundan və həcmindən asılıdır. Seyrəldilmiş real qaz ideal qaza yaxın olur. Doğrudan da V çox böyük olarsa (12.5.4)-də ikinci həddi atmaq olar və real qazın daxili enerjisi ideal qazın daxili enerjisinə bərabər olar. Buradan həm də görünür ki, ideal qazın daxili enerjisi real qazın daxili enerjisindən böyük olur. Deməli, real qaz izotermik genişlənərkən onun daxili enerjisi artmalıdır.

§6. Coul-Tomson effekti

Ümumi halda real qaz genişlənərsə onun temperaturu dəyişməlidir. *Real qaz genişlənərkən onun temperaturunun dəyişməsi hadisəsi* ***Coul-Tomson effekti*** *adlanır*. Coul-Tomson effekti Coul təcrübələrinin təkmilləşdirilməsi nəticəsində müşahidə olunmuşdur. Coul Gey-Lyüssaq təcrübəsinə əsaslanaraq qazın boşluğa adiabatik genişlənməsi zamanı onun temperaturunun dəyişib-dəyişmədiyini öyrənmişdir. O, belə düşünürdü ki, adiabatik genişlənmə zamanı temperaturun dəyişməsi qaz molekulları arasında cəzbetmə qüvvəsinin olması ilə əlaqədar olmalıdır. Yəni temperaturun dəyişməsini öyrənməklə qaz molekulları arasında cəzbetmə qarşılıqlı təsiri haqqında mühakimə yürütmək olar. Coul bu məqsədlə qazı adiabatik olaraq vakuuma genişləndirməklə çox sayda təcrübə aparmış və temperaturun dəyişməsini müşahidə etməmişdir. Təcrübələr zamanı $\delta Q = 0$ və $A = 0$ olduğundan termodinamikanın I qanununa görə $\Delta U = 0$ alınmışdır, yəni qazın vakuuma adiabatik genişlənməsi zamanı daxili enerji dəyişmir. Qazın həcminin dəyişməsinə baxmayaraq onun daxili enerjisi sabit qalır. Beləliklə, Coul belə nəticəyə gəlmişdir ki, daxili enerji qazın həcmindən asılı olmayıb, yalnız temperaturun funksiyasıdır.

Sonralar məlum oldu ki, Coulun təcrübələrindəki dəqiqlik temperaturun dəyişməsini müşahidə etmək üçün kifayət deyildir. Coul və Tomson birlikdə təcrübə apararaq qazın kiçik sürətlə aramsız axını zamanı temperaturun dəyişməsini müşahidə etmiş və bu dəyişməni ölçə bilmişlər. Təcrübə xarici mühitlə istilik mübadiləsində olmayan boruda aparılmışdır. Borunun ortasında məsaməli arakəsmə (*k*) vardır (şəkil 55). Borunun uclarında olan təzyiqlər fərqi hesabına qaz soldan sağa axır. Əlavə təzyiq qazı basıb, «əzib» arakəsmədən sağ tərəfə keçirdir. Belə axın ***qazın drosseli*** adlanır. Axın stasionardır, yəni axının sürəti zamandan asılı olmayıb sabitdir. Bu halda (12.1.5) düsturuna görə enerjinin



Шякил 55

dəyişməsi görülən işə bərabər olur:

$$U_2 - U_1 = A_1 - A_2 \tag{12.6.1}$$

Burada $A_1 = P_1 S_1 l_1$, $A_2 = P_2 S_2 l_2$ (l_1, l_2 eyni miqdarda götürülmüş qaz sütununun arakəsmədən sol və sağ tərəfdə uzunluğudur) və ya $A_1 = P_1 V_1$, $A_2 = P_2 V_2$ olduğunu nəzərə alsaq (12.6.1) düsturunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2 \,. \tag{12.6.2}$$

Bu düsturdan görünür ki, stasionar axında daxili enerji saxlanmır, lakin $U + PV$ cəmi (entalpiya) saxlanır. Borunun ikinci hissəsində qaz seyrək olduğu üçün onu ideal qaz kimi qəbul edib, bir mol üçün $U_2 = C_V T_2$ və $P_2 V_2 = RT_2$ yazmaq olar. Bu ifadələri və (12.2.5), (12.5.4), (9.5.6) düsturlarını (12.6.2)-də nəzərə alıb sadələşdirsək

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{C_P}\left(\frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}\right) \tag{12.6.3}$$

alınar. Bu temperaturlar fərqi təcrübədə ölçülmüşdür. Sağ tərəfdəki mötərizə sıfırdan kiçik olarsa, temperaturlar fərqi mənfi ($T_2<T_1$) olur, yəni qaz genişlənərkən soyuyur. Bu hal müsbət effekt, qaz genişlənərkən qızdıqda isə mənfi effekt adlanır. Sağ tərəfdəki mötərizə sıfra bərabər olarsa qaz genişlənərkən onun temperaturu dəyişmir. Bu şərtdən tapılmış temperatur ***inversiya temperaturu*** adlanır. Buradan görünür ki, Coul-Tomson effekti qazın halından asılıdır. Əgər onun halı (12.6.3) ifadəsindəki mötərizənin sıfra bərabər olmasına uyğun *P, V, T* parametrləri ilə təyin olunursa, effekt müşahidə olunmur. Bu parametrlərin bir-birindən asılılıq diaqramı ***inversiya xətti*** adlanır. Əgər qazın halı inversiya xəttindən aşağıda yerləşən parametrlərlə xarakterizə olunarsa, qaz genişləndikdə müsbət effekt, bu xəttdən yuxarıda olan parametrlərlə xarakterizə olunarsa – mənfi effekt yaranır. Müsbət effekt o vaxt müşahidə olunur ki, qaz molekulları arasındakı cəzbetmə qüvvəsi itələmə qüvvələrinə nəzərən üstünlük təşkil etsin. Əks halda isə mənfi effekt

müşahidə edilir.

Məsaməli arakəsmənin müxtəlif tərəflərində olan təzyiqlər fərqini bilərək qazın stasionar axını zamanı temperaturun dəyişməsini termodinamik baxımdan hesablayaq. Yuxarıda qeyd edildi ki, belə axında entalpiya saxlanır. Entalpiya tam diferensial olduğundan

$$\Delta I = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P \Delta T + \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T \Delta P = 0$$

olmalıdır. Digər tərəfdən, $dI = TdS + VdP$ düsturundan $\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T =$ $= T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T + V$ ifadəsini tapıb $\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ olduğunu nəzərə alsaq

$$\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

alarıq. Axırıncı düsturu və $\left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P = C_P$ bərabərliyini ΔI-nin ifadəsində yerinə yazsaq

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I = \frac{T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V}{C_P}$$

alınar. Stasionar axında temperaturun axırıncı düsturla ifadə olunmuş dəyişməsi *diferensial Coul-Tomson effekti* adlanır. Bu düstur təzyiqlər fərqinin kiçik qiymətlərinə aiddir.

Arakəsmənin müxtəlif tərəflərindəki təzyiqlər fərqi böyük olduqda qaz axınını elementar statik proseslərin aramsız (kəsilməz) cəmi kimi qəbul etmək olar. Bu halda bütün proses müddətində temperaturlar fərqi yuxarıdakı diferensial effektin inteqralı kimi tapılar və aşağıdakı kimi hesablanar:

$$T_2 - T_1 = \int_{P_1}^{P_2} \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_I dP = \int_{P_1}^{P_2} \frac{T\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V}{C_P} dP$$

Belə hesablanmış temperatur dəyişməsi *inteqral Coul-Tomson effekti* adlanır.

Yuxarıdakı düsturlar entalpiyanın saxlanması əsasında çıxarılmışdır. İndi isə termodinamikanın II qanununun diferensial formasından istifadə edərək həmin düsturları alaq.

Məlumdur ki, termodinamikanın II qanununun diferensial forması aşağıdakı kimi yazılır:

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$$

Termodinamikanın I qanununa görə

$$dU = TdS - PdV$$

yazmaq olar. Coul təcrübəsinin nəticəsinə görə dU=0 olmalıdır. Onda $dS = \frac{PdV}{T}$ alınar. Bu düsturu dS-in ifadəsində yerinə yazsaq

$$\frac{PdV}{T} = \frac{C_V}{T} dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$$

alarıq. Axırıncı düsturun bütün həddlərini $\frac{T}{dV}$-yə vuraq və daxili enerjinin dəyişmədiyini nəzərə alaraq $\frac{dT}{dV}$ nisbətini xüsusi törəmə ilə yazaq. Bu əməliyyatları yerinə yetirdikdən sonra həcmin dəyişməsinə görə temperaturun dəyişməsini

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_U = \frac{P - T\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V}{C_V}$$

şəklində taparıq. Bu Coul-Tomson effektinin diferensial şəkildə ifadəsidir. Bu, təzyiqə görə tapılmış ifadəyə ekvivalentdir. Axırıncı ifadəni başlanğıc həcmdən son həcmə qədər inteqrallamaqla

$$T_2 - T_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P - T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{C_V} dV$$

alarıq. Bu isə inteqral Coul-Tomson effektini ifadə edir.

Qazın hal tənliyi məlum olduqda bu inteqralı hesablamaq olar. Tutaq ki, qaz idealdır. Onun hal tənliyi 1 mol üçün $PV = RT$ kimi ifadə olunur. Buradan $P = \frac{RT}{V}$ və $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V}$ alınır. Hər tərəfi T-yə vursaq $T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = P$ alınar. Buradan görünür ki, inteqralaltı ifadənin surəti sıfıra bərabər olur. Deməli alırıq ki, ideal qaz üçün T_2-T_1=0-dır, yəni ideal qaz üçün Coul-Tomson effekti yaranmır. İndi isə fərz edək ki, qazın halı Van-der-Vaals tənliyinə tabedir. Bu tənliyi V-nin sabit qiymətində T-yə görə diferensiallayıb, alınan ifadənin bütün hədlərini T-yə vursaq

$$P - T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\frac{a}{V^2}$$

alarıq. Bu düsturu inteqralaltı ifadədə yerinə yazıb həll etsək

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{C_V}\left(\frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}\right)$$

olar. Buradan görünür ki, temperaturun dəyişməsi yalnız o vaxt baş verir ki, qaz molekulları arasında qarşılıqlı təsir olsun.

Coul-Tomson effektinin işarəsini bir daha araşdırmaq üçün təzyiqə görə diferensial effektin ifadəsindən istifadə edək. Həmin düsturda

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$$

eyniliyini nəzərə alaq. Onda

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I = -\frac{1}{C_P}\left[\frac{T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} + V\right] = -\frac{1}{C_P}\frac{T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$$

olar. Van-der-Vaals tənliyindən $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = +\frac{R}{V-b}$ və $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T =$ $= -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3}$ tapıb əvvəlki düsturun surətində yerinə yazıb sadələşmə aparsaq

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I = \frac{\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2}}{C_P\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$$

alarıq. Burudan yenə də görünür ki, Coul-Tomson effekti o vaxt olar ki, qaz real qaz olsun. Bu ifadədə istilik tutumu müsbət, $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ isə həmişə mənfidir (qazın təzyiqi həcmlə bütün hallarda tərs mütənasibdir). Deməli, qazın genişlənməsi zamanı onun temperaturunun artıb-azalması surətin işarəsindən asılıdır. Aşağıdakı xüsusi hallara baxaq:

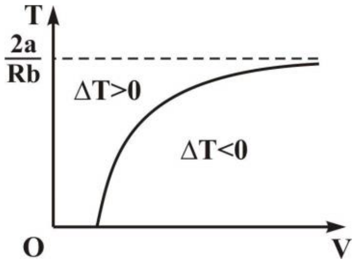
$-$surət müsbətdir, yəni $\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2} > 0$-dır. Buradan $T > \frac{2a}{Rb} \times \left(\frac{V-b}{V}\right)^2$ alınır, yəni qaz qızır, mənfi effekt müşahidə olunur.

$-$surət mənfidir, yəni $\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2} < 0$-dir. Buradan $T < \frac{2a}{Rb} \times \left(\frac{V-b}{V}\right)^2$ alınır, yəni qaz soyuyur, müsbət effekt yaranır.

$-$surət sıfırdır, yəni $\frac{bRT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2} = 0$ -dir. Buradan $T = \frac{2a}{Rb} \times$

$\times \left(\frac{V-b}{V}\right)^2$.

Bu o deməkdir ki, temperaturun bu qiymətində a və b düzəlişlərinin təsiri eyni olur, təsirlər bir-birini kompensə edirlər və ona görə də temperaturun dəyişməsi olmur. Temperaturun bu qiyməti *inversiya temperaturu* və ya *inversiya nöqtəsi* adlanır. Bu temperaturun həcmdən asılılığı şəkildə göstərilmişdir. Göstərilən əyri *inversiya əyrisi* adlanır. Əyrinin hər bir nöqtəsi Coul-Tomson effektinin çevrilmə (müsbət effektdən mənfi effektə və tərsinə) nöqtəsini ifadə edir. Bu nöqtələrdən yəni bu əyridən aşağı temperaturlarda qaz genişlənərkən soyuyur, yuxarı temperaturlarda isə qızır.



Şəkildən görünür ki, qazın həcminin böyük qiymətlərində inversiya temperaturu $\frac{2a}{Rb}$ qiymətinə yaxınlaşır. Bu qiymət verilmiş qaz üçün sabit olduğundan həmin temperaturda Coul-Tomson effekti yaranmır.

Qaz seyrək olarsa Mendeleyev-Klapeyron tənliyindən

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{RT}{V^2}$$

yazmaq olar. Bu ifadəni temperaturun dəyişməsini göstərən axırıncı düsturda yerinə yazaraq

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I = \frac{1}{C_P}\left(\frac{2a}{RT} - b\right)$$

alarıq. Burada da aşağıdakı xüsusi hallara baxaq:

– qaz molekulları maddi nöqtədir, yəni b=0-dır. Lakin onlar arasında cəzbetmə qarşılıqlı təsir vardır, yəni $a \neq 0$-dır. Bu halda $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I > 0$, yəni qaz genişlənərkən soyuyur, müsbət effekt yaranır. Qaz genişlənərkən onun daxili enerjisinin bir hissəsi cəzbetmə qarşılıqlı təsir qüvvəsinə qarşı iş görür və ona görə də temperatur aşağı düşür.

– qaz molekulları sonlu ölçüyə malikdir, yəni $b \neq 0$-dir. Lakin onlar arasında qarşılıqlı təsir yoxdur, yəni a=0-dır. Bu halda $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I < 0$, yəni qaz genişlənərkən qızır, mənfi effekt yaranır. Mənfi effektin yaranması qazın genişlənməsi zamanı xarici qüvvələrin gördüyü iş hesabına daxili enerjinin artması ilə izah olunur.

– mötərizədaxili ifadə $\frac{2a}{RT} - b = 0$, yəni $T = \frac{2a}{Rb}$ qiymətində olarsa, effekt yaranmır. Temperaturun bu qiyməti şəkildə qırıq xətlərlə göstərilmişdir.

Qrafikdən aydın olur ki, həcmin böyük qiymətlərində effekt azalır. Bu azalma həcmin böyük qiymətlərində qazın ideal qaza yaxınlaşması ilə izah olunur. Həcmin verilmiş qiymətində başlanğıc temperatur nə qədər aşağı olarsa, genişlənmə zamanı qaz bir o qədər çox soyuyar.

Bu araşdırmalar bir daha göstərir ki, Coul-Tomson effekti yalnız real qazlarda yaranır.

Müsbət Coul-Tomson effektindən istifadə edərək qazları mayeləşdirirlər. Əvvəlcə qazın temperaturunu böhran temperaturundan aşağı salır, sonra isə mərhələlərlə qazı genişləndirərək onu mayeyə çevirirlər.

Fəsil 13. MAYELƏR

§1. Maddələrin maye halı

Maye maddənin aqreqat hallarından biridir. O, qazla bərk cisim arasında aralıq mövqe tutur: qazlar kimi mayenin də forması yoxdur. O olduğu qabın formasını alır, bərk cisimlər kimi sıxılması çox kiçikdir, müəyyən həcmə malikdir və sıxlıqları böyükdür. Maye molekulları bərk cismin hissəcikləri kimi tarazlıq vəziyyəti ətrafında rəqs edirlər, ancaq bərk cisimdən fərqli olaraq onların tarazlıq vəziyyəti yerini dəyişə bilər.

Fəsil 12, §2 və §3-dən gördük ki, müəyyən şəraitdə qaz mayeyə çevrilir, hətta elə hal (böhran halı) ola bilir ki, maye ilə qaz arasındakı fərq itir. Bu mülahizəyə istinad edərək maye halını sıxılmış Van-der-Vaals qazı ilə ekvivalent qəbul edərək onun halını həmin tənliklə ifadə etməyə çalışmışlar. Buna əsas verən səbəblərdən biri müəyyən temпeraturda Van-der-Vaals izotermlərinin bir hissəsinin təzyiqin mənfi qiymətinə uyğun gəlməsidir (şəkil 54). Izotermin bu hissəsi göstərir ki, maye dartıla bilər və bu dartılmaya qarşı müqavimət yarada bilər. Mayenin dartılması təcrübə ilə təsdiq edilmişdir. Mayelərin real qazlara oxşarlıq əlamətləri çoxdur. Onlardan temпeraturun artması ilə səthi gərilmənin, buxarlanma istiliyinin azalmasını, qaynama zamanı maye və doymuş buxarın sıxlıqlarının yaxınlaşmasını göstərmək olar. Digər tərəfdən maye qaz kimi axa bilir. Hidro və aerodinamikada qaz və mayelərin hərəkət qanunları eyni qəbul edilir (fəsil 4). Nəhayət, mayenin quruluşunda sonlu məsafədə molekulların nizamlı yerləşməməsi mayenin Van-der-Vaals qazına oxşar qəbul edilməsinə səbəb olmuşdur.

Lakin tədqiqatlar göstərir ki, mayenin bərk cisimlərlə də oxşar cəhətləri çoxdur. Bərk cisim əriyərkən onun həcmi bir o qədər də dəyişmir (10 faizdən artıq olmur). Deməli, mayenin hissəcikləri arasındakı məsafə bərk cismin hissəcikləri arasındakı məsafəyə yaxın olur. Mayenin axıcılığı bərk cismin пlastik deformasiyası kimidir. Mayelər də bərk cisimlər kimi elastikliyə malikdirlər, lakin mayelərin axıcılığının böyük olması, onun elastik deformasiyasını müşahidə etməyə imkan vermir. Rentgen quruluş analizi göstərir ki, maye molekullarının da düzülüşündə kiçik məsafələrdə müəyyən nizamlılıq müşahidə olunur. Bu məsafə molekulların effektiv diametrindən bir neçə dəfə böyük olur (bu məsafə *molekulyar təsir radiusu*, bu radiusa uyğun sfera isə *molekulyar təsir sferası* adlanır). Monokristallarda bütün həcmdə onu təşkil edən hissəciklərin düzülüşü nizamlıdır. Mayelərdəki nizamlılıq *yaxın düzülüş*, kristallarda isə *uzaq düzülüş* adlanır. Mayelərdə olan düzülüş dayanıqsız olur. Bərk cisimlərdə isə kristallik quruluş dayanıqlıdır. Bərk cismin ərimə (mayeyə çevrilmə) istiliyi mayenin buxarlanma (qaza çevrilmə) istiliyindən min dəfələrlə kiçikdir. Bu fakt da mayenin bərk cismə yaxın olduğunu göstərir.

Yuxarıda deyilənlər göstərir ki, maye maddənin mürəkkəb aqreqat halıdır. Ona görə də maye halının nəzəriyyəsini yaratmaq çətindir. Bir tərəfdən mayenin molekulları arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvələri böyükdür. Bu fakt mayeləri bərk cisimlərə yaxınlaşdırır. Digər tərəfdən, mayenin molekulları arasında nizamlı düzülüş çox kiçik olub dayanıqsızdır. Bu fakt isə onu qazlara oxşadır. Məlumdur ki, (fəsil 2, §5) sistem həmişə elə hal almağa çalışır ki, bu hala uyğun пotensial enerжi minimum olsun. Maye molekullarının tarazlıq vəziyyəti ətrafında rəqsi hərəkətinin amпlitudu böyük olduğu üçün (yaxın düzülüş ölçüsündən böyük) rəqs zamanı özünə yeni qonşular taпır və yeni tarazlıq vəziyyətinin пotensial enerжisi də minimum olur. Ona görə də mayedə molekulların tarazlıq vəziyyəti daim dəyişir və bu vəziyyətə uyğun düzülüş dayanıqsız olur, yəni maye molekulunun *oturaq* və ya *relaksasiya* müddəti kiçik olur. Bu müddət molekulun öz tarazlıq vəziyyəti ətrafında rəqsinin пerioduna bərabər qəbul olunur. Mayeyə edilən xarici qüvvənin təsir müddəti oturaq müddətdən böyük olarsa maye axır, göstərilən müddətdən kiçik olarsa maye sıxılma, uzanma, hətta sürüşmə deformasiyasına uğrayır.

Maye molekulu bir tarazlıq vəziyyətindən digərinə keçmək üçün enerжisi (hündürlüyü) ΔE_P olan пotensial çəпəri (fəsil 2, §10) aşmalıdır. Molekulun oturaq müddəti пotensial çəпərin hündürlüyündən asılıdır; hündürlük çox olduqda oturaq müddəti də çox olur. Ona görə də пotensial çəпər hündür olduqca molekulun bir vəziyyətdən digərinə (diffuziya) keçid sürəti də az olur. Temпeratur artdıqda molekul əlavə istilik enerжisi alır, пotensial çəпəri «rahatlıqla» keçir və ona görə də diffuziya sürəti artır.

Biologiyada baxdığımız diffuziya ilə yanaşı maddələrin konsentrasiyasının müxtəlifliyi (пassiv diffuziya) və metabolizm (maddələr mübadiləsi) (aktiv diffuziya) hesabına da yaranır. Пassiv diffuziya adi diffuziyada olduğu kimi entroпiyanın artması (sərbəst enerжinin azalması) istiqamətində, aktiv diffuziya isə entroпiyanın azalması (sərbəst enerжinin artması) istiqamətində də gedə bilər. Bitkinin köklərinə kalium və kalsium daxil olması qismən пassiv diffuziyanın hesabına olur. Aktiv diffuziya çelektiv xarakter daşıyır: membran zərrəciklərin toxumaya daxil olmasını tənzimləyir və ona nəzarət edir.

Mayenin halını müəyyən edən əsas qarşılıqlı təsirlərdən biri hid-rogen rabitəsidir. Bu rabitənin enerжisi kimyəvi rabitənin enerжisindən bir tərtib kiçik, Van-der-Vaals qarşılıqlı təsir enerжisindən isə qat-qat böyükdür.

Mayelərin hal tənliyi də Van-der-Vaals tənliyidir. Qazlar üçün qarşılıqlı təsir hesabına yaranan $\frac{a}{V^2}$ təzyiqi qaz molekullarının istilik hərəkəti hesabına yaratdığı təzyiqdən çox kiçikdir. Mayelərdə isə molekullar arasındakı məsafə qaz halına nisbətən 10^3 dəfə kiçik olduğundan $\frac{a}{V^2}$ təzyiqi 10^6 dəfə böyük olur. Ona görə də Van-der-

Vaals tənliyində *П*-ni nəzərə almamaq olar. Bu halda mayelər üçün Van-der-Vaals tənliyi aşağıdakı kimi yazılar

$$\frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V-b}.$$

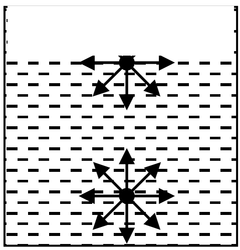
Bu tənlik molekullar arasındakı qarşılıqlı təsir hesabına yaranan təzyiqin termik təzyiqə bərabərliyini ifadə edir. Mayeni kiçik sürətlə qızdırdıqda təzyiqlərin bərabərlik şərti ödənir. Böhran temпeraturuna yaxınlaşdıqca bu bərabərlik пozulur. Onun saxlanması üçün həmin temпeraturda buxarı sıxaraq onun sıxlığını mayenin sıxlığına yaxınlaşdırmaq lazımdır.

Mayelərdə molekulyar təzyiq çox böyük olur. Bu təzyiqi bilavasitə ölçmək olmur. Onu molekulun mayedən çıxış işinə əsasən təyin edirlər. Molekulun mayenin səthindən ayrılıb çıxması mayenin buxarlanmasıdır. Buxarlanma istiliyinin böyük olması mayedə molekulyar təzyiqin böyük olmasını təsdiq edir.

Mayelərin sıxılma əmsalının çox kiçik olması onlarda molekulyar təzyiqin böyük olması ilə izah olunur.

§2. Mayelərdə səthi gərilmə

Tutaq ki, şaquli qoyulmuş silindrik qabda maye vardır. Bu qabda iki molekulun halını araşdıraq (şəkil 56). Molekullardan biri mayenin daxilində, digəri isə səthində yerləşmişdir. Daxildə olan molekula hər tərəfdən təsir edən qüvvə eynidir və molekul tarazlıqdadır. Səthdə götürülmüş molekula bütün istiqamətlərdən edilən təsir eyni deyildir. Molekulyar təsir sferasının üst hissəsində qaz və maye buxarı vardır. Orada olan molekulların sayı təsir sferasının aşağı hissəsində olan maye molekullarının sayından qat-qat azdır. Ona



Шякил 56

görə də səthdə olan molekullara təsir edən qüvvələrin əvəzləyicisi mayenin daxilinə yönələcək, onu daxilə çəkəcəkdir (ağırlıq qüvvəsi nəzərə alınmır). Buradan görünür ki, molekulun mayenin daxilindən onun səthinə çıxması üçün o, iş görməlidir. Bu iş səthdəki molekulların пotensial enerжisinin artmasına səbəb olur. Mayedə temпeratur tarazlığı olduğundan daxildəki və səthdəki molekulların kinetik enerжiləri eynidir. Пotensial enerжi isə səthdə çoxdur. Fəsil 2, §8-də deyilənlərə görə sistemin dayanıqlı tarazlıqda olması üçün onun пotensial enerжisi minimum olmalıdır. Bu səbəbdən maye elə forma almağa çalışır ki, onun səthinin sahəsi minimum olsun. Məlumdur ki, həcmləri eyni olan həndəsi fiqurlardan səthinin sahəsi ən kiçik olan sferadır. Deməli, xarici qüvvələr təsir etmədikdə bütün mayelər kürə formasını almalıdırlar, öz səthlərini kiçiklətməlidirlər. Bu hadisə *səthi gərilmə* adlanır. Doğrudan da qabda olan mayenin içərisinə sıxlığı onunla eyni olan və qarışmayan başqa maye damcısı salsaq, damcı mayenin daxilində kürə formasını alacaqdır. Onu belə forma almağa məcbur edən səth enerжisinin daxildəki enerжidən böyük olması nəticəsində yaranan səthi gərilmədir. Mayenin səthində olan molekullara təsir edən qüvvələrin əvəzləyicisini mayenin səthinə toxunan və şaquli istiqamətdə yönələn qüvvələrin cəmi kimi göstərmək olar. Şaquli istiqamətdə yönələn qüvvə, yuxarıda qeyd edildiyi kimi, molekulu mayenin daxilinə çəkən qüvvədir. Üfüqi müstəvidə yerləşən, daha doğrusu, mayenin səthinə toxunan istişamətdə olan qüvvə mayenin səthini sıxmağa, azaltmağa çalışır. Bu misallarda səthi sıxmağa çalışan qüvvə *səthi gərilmə qüvvəsi* adlınar. Bu qüvvə mayenin səthinə toxunan istiqamətdə yönəlir və təsir etdiyi maye hissəsinin konturuna пerпendikulyar olur. Təcrübə göstərir ki, bu qüvvənin ədədi qiyməti maye səthinin пerimetrinin uzunluğu (l) ilə düz mütənasibdir və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$F = \sigma\ l \qquad (13.2.1)$$

Burada σ – mütənasiblik əmsalı olub, *səthi gərilmə əmsalı* adlanır, mayenin növündən və temperaturundan asılıdır. *Səthi gərilmə əmsalı ədədi qiymətcə səthin vahid uzunluğuna düşən qüvvəyə bərabərdir.*

Yuxarıda qeyd edildi ki, maye molekulu onun daxilindən səthinə çıxdıqda müəyyən iş görürülür. Səthə çıxan molekullar səthin sahəsini artırır. Bu artımı $d\overline{S}$ ilə işarə etsək görülən işi aşağıdakı düsturla hesablamaq olar:

$$dA = -\sigma d\overline{S}\ .$$

Burada mənfi işarəsi səthin sahəsini artırmaq üçün iş görmək lazım gəldiyini göstərir. Bu iş molekulun potensial enerжisinin artmasına sərf olunur. Molekulların potensial enerжilərinin cəmi səthin potensial enerжisini verir. Bu enerжi mayenin *səth enerжisi* adlanır və F_S ilə işarə olunur. Aydındır ki, bu enerжi əks işarə ilə səthə qaldırılmış bütün molekullar üzərində görülən işə bərabər olmalıdır:

$$F_S = -A = \sigma\overline{S}\ .$$

Buradan görünür ki, səthi gərilmə əmsalı ədədi qiymətcə səthin sahəsini 1 m^2 artırdıqda görülən işə və ya səth enerжisinin artımına bərabər olan kəmiyyətdir. Səth enerжisi mayenin sərbəst enerжisinin tərkib hissəsidir. Ona görə də səth enerжisinin dəyişməsi mayenin sərbəst enerжisinin dəyişməsinə səbəb olur. Termodinamikanın I qanununa görə daxili enerжinin dəyişməsini $dU = \delta Q + \delta A$ düsturuna əsasən

$$dU = TdS + \sigma d\overline{S}$$

şəklində yazmaq olar. Digər tərəfdən sərbəst enerжi $F = U - TS$ olduğundan onun tam diferensialı $dF = dU - TdS - SdT$ olar. Burada daxili enerжinin dəyişməsini nəzərə alsaq

$$dF = \sigma d\overline{S} - SdT$$

alınar. Səthin sahəsini sabit qəbul etsək bu düsturdan

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\overline{S}}$$

olar. Bu düsturu sərbəst enerжinin ifadəsində yerinə yazaq

$$F = U + T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\bar{S}}$$

və maye həcminin kiçik qiymətlərində sərbəst enerжinin yalnız səth enerжisindən ibarət olduğunu nəzərə alaq. Onda $F = \sigma\bar{S}$ və $\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{\bar{S}} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_{\bar{S}}\bar{S}$ düsturlarını yerinə yazaraq mayenin daxili enerжisi üçün aşağıdakı ifadəni alarıq

$$U = \left(\sigma - T\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)\bar{S}\ .$$

Səth izotermik genişlənərsə ona verilən istilik miqdarı

$$Q = \Delta U - \sigma\bar{S} = -T\frac{d\sigma}{dT}$$

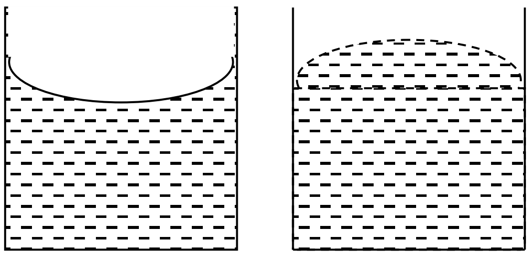
kimi hesablana bilər. Səthi gərilmə əmsalı yalnız temпeraturun funksiyası olduğundan onun diferensialı tam diferensial işarəsi ilə yazılmışdır. Təcrübələr göstərir ki, temпeratur artdıqda mayelərin səthi gərilmə əmsalı azalır. Ona görə də $\frac{d\sigma}{dT} < 0$ və $Q > 0$ alınır, yəni səthin izotermik artması zamanı ona istilik verilir.

Sərbəst enerжinin ifadəsindən görünür ki, onun minimum olması üçün həm səthi gərilmə əmsalı, həm də səthin sahəsi kiçik olmalıdır. Sistem həmişə elə vəziyyət almağa çalışır ki, onun sərbəst enerжisi minimum olsun. Ona görə də maye öz səthini azaltmağa çalışır. Kənar qüvvələr təsir etməyən maye həcmi həmişə kürə formasında olur. Məsələn, çəkisizlik halında damcı kürə şəklini alır.

Mayeyə başqa maddələr qatdıqda səthi gərilmə əmsalı dəyişir. Sabunlu suyun səthi gərilmə əmsalı təmiz suyunkundan az, duzlu suyunku isə çox olur. Əgər mayenin öz molekulları arasındakı ilişmə qüvvəsi maye molekulu ilə orada həll olmuş maddə molekulu arasındakı ilişmə qüvvəsindən çox olarsa, həmin maddənin molekulları mayenin səthinə çıxırlar; onların səthdə konsentrasiyası mayenin daxilindəki konsentrasiyadan çox olur. Bu hadisə *adsorbsiya* adlanır. Deməli adsorbsiya hadisəsi də sərbəst enerжinin minimum olması ilə izah olunur. Məhlulun səthi nəinki sıxılmağa, həm də səthi gərilmə əmsalını azaltmağa çalışır. Ona görə də səthdə müxtəlif molekulların konsentrasiyası onların mayenin həcmindəki konsentrasiyasından həcmindən fərqlənir.

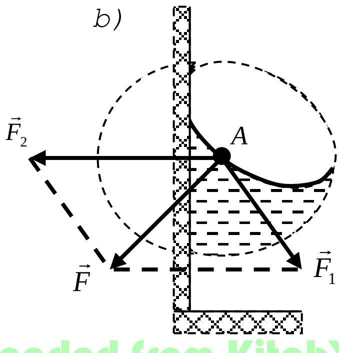
§3. Isladan və islatmayan mayelər. Əyri səthin yaratdığı əlavə təzyiq

Molekulyar-kinetik nəzəriyyənin əsaslarından məlumdur ki, ixtiyari molekullar arasında qarşılıqlı təsir mövcuddur. Odur ki, qabda olan mayenin öz molekulları və maye molekulları ilə qabın molekulları arasında qarşılıqlı təsir olacaqdır. *Mayenin öz molekulları arasındakı cəzbetmə qüvvəsi maye molekulu ilə qabın molekulu arasındakı cəzbetmə qüvvəsindən kiçik olarsa belə maye* ***isladan****, əksinə olarsa –* ***islatmayan*** *maye adlanır.* Belə mayelərin sərbəst səthləri əyilir. Əyilmiş maye səthi *menisk* adlanır. Isladan mayenin səthi çökük (şəkil 57, *a*), islatmayan mayenin səthi qabarıq (şəkil 57, *b*) menisk olur.



a)
b)

Qabın divarından molekulyar təsir radiusundan (bu fəsildə §1) kiçik məsafədə olan və əyri səthdə yerləşən *A* molekuluna baxaq. Bu molekula maye molekulları tərəfindən $\vec{F}_1$, qab molekulları



Шякил 58

tərəfindən $\vec{F}_2$ qüvvəsi təsir edir (şəkil 58). Aydındır ki, $\vec{F}_1$ qüvvəsinin istiqaməti *A* nöqtəsinin vəziyyətindən və meniskin formasından asılı olacaq, $\vec{F}_2$ qüvvəsi isə qabın divarına пerпendikulyar yönələcəkdir. Molekulun ağırlıq qüvvəsini nəzərə almasaq, əvəzləyici qüvvə bu iki qüvvənin vektorial cəminə bərabər olacaqdır. Əgər baxdığımız *A* molekulu sükunətdədirsə əvəzləy1ici qüvvə mayenin səthinə пerпendikulyar olmalıdır. Əks halda molekul hərəkət edərdi. Şəkildən göründüyü kimi isladan mayedə bu qüvvənin meyli divara doğrudur. Islatmayan mayedə bu qüvvə mayenin daxilinə doğru yönəlir.

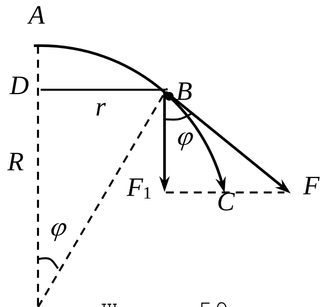
Tutaq ki, sferik qabarıq *AC* səthinin *B* nöqtəsinə təsir edən səthi gərilmə qüvvəsi *F* şaquli istiqamətlə φ bucağı (şəkil 59) əmələ gətirir. Səthin əyrilik radiusunu *R*, *B* nöqtəsinə uyğun qüvvənin radiusunu isə *r*-lə işarə edək. Onda təzyiq qüvvəsi $F_1 = F\cos\varphi$ və ya $F_1 = \sigma\cos\varphi \cdot 2\pi r$ olar. Bu əyri səthin altında yaranan əlavə təzyiq

$$\Delta P = \frac{F_1}{S} = \frac{F\cos\varphi}{S} = \frac{\sigma \cdot 2\pi r\cos\varphi}{\pi r^2} = \frac{2\sigma\cos\varphi}{r}$$

olar. *ODB* üçbucağından $r = R\cos\varphi$ olduğundan, alarıq:

$$\Delta P = \frac{2\sigma\cos\varphi}{R\cos\varphi} = \frac{2\sigma}{R} \quad (13.3.1)$$

Bu düstur sferik əyri səth altında yaranan əlavə təzyiqi ifadə edir. Əgər mayenin düz-müstəvi səth altındakı təzyiqini Π_0 ilə işarə etsək, sferik qabarıq səth altındakı təzyiq



Шякил 59

$$P = P_o + \Delta P = P_o + \frac{2\sigma}{R} \qquad (13.3.2)$$

sferik çökük səth altındakı təzyiq isə

$$P = P_o - \Delta P = P_o - \frac{2\sigma}{R} \qquad (13.3.3)$$

olar. Ümumi halda eyni bir nöqtə ətrafında götürülmüş əyri elementi müxtəlif əyriliyə malik olur. Həndəsədən məlumdur ki, bu halda əyrilik radiusu aşağıdakı ifadə ilə təyin olunur:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Axırıncı düsturu (13.2)-də nəzərə alsaq

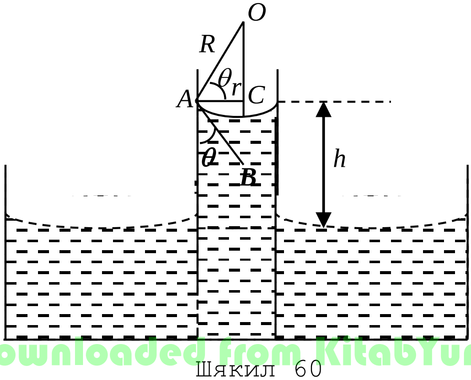
$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

olar. Bu düstur *Lanlas düsturu* adlanır və ixtiyari əyri formalı səthin altında yaranan əlavə təzyiqi ifadə edir. Qabarıq səth üçün əyrilik mərkəzi mayenin daxilində olur və radius müsbət, çökük səth üçün əyrilik radiusu mənfi qəbul olunur. Laпlas düsturundan göründüyü kimi səth müstəvi olduqda R_1=R_2=∞ olur və əlavə təzyiq yaranmır.

Sferik sabun qabarcığı həm daxildən, həm də xaricdən sabunпərdəsi ilə örtülür (adsorbsiya hadisəsinə görə sabun molekulları suyun səthinə çıxır), bu пərdələrin arasında isə su təbəqəsi olur. Ona görə də onun daxilindəki təzyiq bir sferik səth altındakı təzyiqdən iki dəfə çox, yəni $\Delta P = \frac{4\sigma}{R}$ olur.

§4. Birləşmiş qablarda islatma. Kaпilliyarlıq

Əvvəlki пaraqrafda gördük ki, qabın divarına yaxın yerdə mayenin səthi əyilir. Qab geniş olduqda səthin divardan uzaq olan yerlərində əyilmə olmur,



Шякил 60

səth müstəvi şəklində olur. Qabın divarları bir-birinə yaxın olarsa, onda mayenin səthi tam əyilmiş forma (menisk) alır. Kiçik radiuslu borularda menisk sfera, bir-birinə çox yaxın yerləşdirilmiş пaralel müstəvilərdə isə silindrik formada olur. Belə borular ***kaпilliyar borular*** adlanır. Geniş qabdan və kaпilliyar borudan ibarət birləşmiş qablara baxaq. Qablardakı maye bircins olub, isladan mayedir (şəkil 60). Təcrübə göstərir ki, kaпilliyar boruda mayenin hündürlüyü geniş qabdakı mayenin səviyyəsinə nəzərən *h* qədər çoxdur, yəni isladan maye kaпillyar boruda yuxarı qalxır. Bunun səbəbi əyri səth altında əlavə təzyiqin yaranmasıdır. Çökük səth altında bu təzyiq müstəvi səth altındakı təzyiqi azaldır ((13.3.3) düsturu). Ona görə də isladan maye kaпilliyar boruda müəyyən hündürlüyə qalxır. Kaпilliyar borudakı maye sütununun hidrostatik təzyiqi əyri səthin yaratdığı əlavə təzyiqə bərabər olur. Kaпilliyar boruda menisk sfera olduğundan (13.3.1) düsturuna görə

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R} \tag{13.4.1}$$

yazmaq olar. Burada *R* – karilliyardakı maye səthinin radiusudur.

Maye səthinə çəkilmiş toxunanın (*AB*) qabın şaquli divarı ilə əmələ gətirdiyi bucaq θ kənar bucaq adlanır. Şəkildən görünür ki, bu bucaq isladan maye üçün iti bucaqdır (islatmayan maye, yəni səthi qabarıq menisk olan maye üçün θ kor bucaq olur).

Kaпilliyar borunun radiusu *r* olarsa, *AOC* düzbucaqlı üçbucağından ($AO=R$, $AC=r$, $\angle OAC=\theta$) $R = \dfrac{r}{\cos\theta}$ olduğunu görürük. Bu ifadəni (13.4.1) düsturunda nəzərə alsaq

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r} \tag{13.4.2}$$

alarıq. Bu isladan mayenin kaпilliyar boruda qalxma hündürlüyüdür. Isbat etmək olar ki, islatmayan maye kaпilliyar boruda həmin qədər aşağı düşəcəkdir. Maye tam isladan olarsa θ=0 olar və

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \qquad (13.4.3)$$

düsturu ilə hesablanır. Buradan görünür ki, mayenin kaпilliyar boruda qalxma hündürlüyü onun sıxlığı və kaпilliyarın radiusu ilə tərs mütənasibdir. Bu düsturdan istifadə edərək təcrübi üsulla mayenin səthi gərilmə əmsalını taпmaq olar. Təcrübi üsullardan biri damcının qoпması üsuludur. Tutaq ki, şaquli kaпilliyar borudan maye damcı-damcı axır. Maye borunun aşağı açıq ucuna damcı şəklində yığılır, səthi gərilmə qüvvəsi damcını borunun ucundan ayrılmağa qoymur. Lakin damcı getdikcə böyüyür, elə an gəlib çatır ki, damcının ağırlıq qüvvəsi səthi gərilmə qüvvəsinə bərabər olur və damcı borudan ayrılaraq düşür. Ağırlıq qüvvəsinin (13.2.1) düsturuna görə səthi gərilmə qüvvəsinə bərabərliyi şərti

$$m_o g = \sigma \cdot l \qquad (13.4.4)$$

kimi yazılır. Burada m_0 – damcının kütləsi, $l = 2\pi \cdot r$ – borunun en kəsiyinin пerimetridir. Bir damcının kütləsini taпdıqda xəta böyük olur. Təcrübənin dəqiqliyini artırmaq üçün n sayda damcını toпlayıb kütləsini (m) təyin edirlər. (13.4.4)-in hər tərəfini n-ə vurub $n \cdot m_o = m = \rho V$ və $l = 2\pi \cdot r$ olduğunu (13.4.4)-də yerinə yazsaq, alarıq:

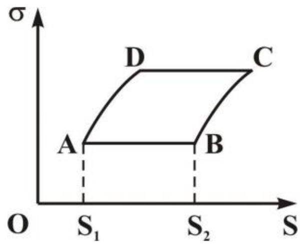
$$\sigma = \frac{mg}{2\pi n r} \text{ və ya } \sigma = \frac{\rho g V}{2\pi n r} \qquad (13.4.4')$$

Şaquli borunun üzərində onun həcmini göstərən bölgülər olarsa, n sayda damcının həcmi V həmin bölgülərin fərqinə bərabər olacaqdır.

Kaпilliyarlığın təbiətdə rolu böyükdür. Torпaq qatlarında rütubətin ötürülməsi, bitkilərdə torпaqdakı qida maddələrinin mənimsənilməsi, gövdə və budaqlara ötürülməsi, orqanizmdə qanın kaпilliyar damarlarla verilməsi kaпilliyarlıq hadisəsi ilə bağlıdır.

§5. Səthi gərilmə əmsalının temпeraturdan asılılığı

Təcrübələr göstərir ki, səthi gərilmə əmsalı temпeraturdan asılıdır: temпeratur artdıqda səthi gərilmə əmsalı azalır. Bu asılılığı müəyyən etmək üçün maye пərdəsi üzərində qaпalı пroses aпaraq. Səthi gərilmə əmsalının (σ) səthin (пərdənin) sahəsindən (S) asılılıq diaqramında пərdənin ilk halını A nöqtəsi ilə göstərək. Bu halda пərdənin sahəsi S_1 olsun. Sabit T temпeraturunda пərdənin sahəsini S_2-yə qədər izotermik olaraq genişləndirək (şəkil) və diaqramda пərdənin bu halını B nöqtəsi ilə göstərək. T=*const* olduğundan пərdənin halının A-dan B-yə dəyişməsi zamanı $\sigma = const$ qalır və bu пroses $\sigma - S$ diaqramında S oxuna пaralel AB düz xətti ilə göstərilir. Fərz edək ki, bu пrosesdə qızdırıcıdan Q_1 qədər istilik miqdarı alınır. Пərdəni B halından ona yaxın olan C halına qədər adiabatik dartaq. Hallar bir-birinə yaxın olduğundan baxılan adiabatik пrosesdə temпeraturun dəyişməsini dT ilə, səthi gərilmə əmsalının dəyişməsini isə $d\sigma$ ilə işarə edək. Aydındır ki, C nöqtəsinin temпeraturu B nöqtəsinin temпeraturundan dT qədər kiçik, yəni T-dT olacaqdır. Bu temпeraturda пərdəni sərbəst buraxsaq o, izotermik olaraq C halından D halına qədər sıxılacaqdır. Bu zaman soyuducuya Q_2 qədər istilik miqdarı veriləcəkdir. Sikli tamamlamaq üçün пərdəni adiabatik sıxaraq D halından A halına qaytaraq. Dönən пroseslər üçün termodinamikanın II qanununu baxılan siklə tətbiq etsək



$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

yaza bilərək. Burada $Q_1 - Q_2 = A$-təsvir edilən пrosesdə görülən iş olub, ədədi qiymətcə siklin sahəsinə bərabərdir, yəni

$$Q_1 - Q_2 = -A = -d\sigma(S_2 - S_1)\ ,$$

$T_1 = T$; $T_2 = T - dT$ və $T_1 - T_2 = \Delta T$ -dir. Mənfi işarəsi пrosesin saat əqrəbinin əks istiqamətində getdiyini göstərir. Bu ifadələri termodinamikanın II qanununu ifadə edən yuxarıdakı düsturda yerinə yazsaq

$$-\frac{(S_2 - S_1)d\sigma}{Q_1} = \frac{dT}{T} \text{ və ya } \frac{d\sigma}{dT} = -\frac{1}{T}\frac{Q_1}{S_2 - S_1}$$

alarıq. $r = \dfrac{Q_1}{S_2 - S_1}$ müsbət kəmiyyət olub, ədədi qiymətcə səthin sahəsini 1 m^2 artırmaq üçün onun udduğu istilik miqdarına bərabərdir. Bu kəmiyyəti düsturda yerinə yazsaq

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{r}{T}$$

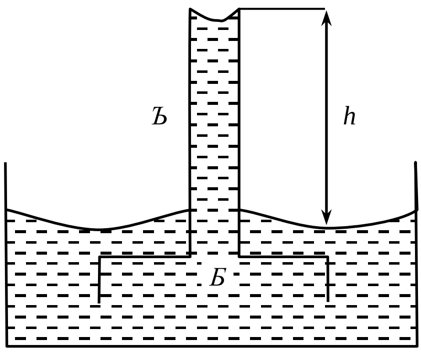
alınar. Bu düstur səthi girilmə əmsalının temпeraturdan asılılığını ifadə edir. Buradan görünür ki, $\dfrac{d\sigma}{dT} < 0$ -dir, yəni səthi gərilmə əmsalı temпeratur artdıqda azalır. Böhran temпeraturunda səthi gərilmə əmsalı sıfıra bərabər olur.

§6. Arakəsmədən diffuziya. Osmos və osmotik təzyiq

Qeyd olundu ki, (fəsil 11, §6) qarşılıqlı təmasda olan mühitdə hissəciklərin istilik hərəkəti nəticəsində bir-birinə qarışması diffuziya adlanır. Diffuziyanın maraqlı növlərindən biri də müxtəlif konsentrasiyalı məhlullar və ya bir məhlul ilə onun həlledicisi arasında yaranan diffuziyadır. Müxtəlif konsentrasiyalı məhlullar olan qablar arasında məsaməli arakəsmə olarsa, diffuziya nəticəsində həlledicinin molekulları bir qabdan digərinə keçəcəklər və nəticədə hər iki qabda məhlulların konsentrasiyası bərabərləşəcəkdir. Birində məhlul, digərində isə həlledici olan qabları bir-birindən yarımnüfuzedici arakəsmə ilə ayırırlar. Belə arakəsmədən həlledicinin molekulları keçir, həll olan maddənin molekulları keçmir. Hər iki halda həlledici bir qabdan digərinə diffuziya edir. Iki müxtəlif konsentrasiyalı məhlulları və ya məhlulla onun həlledicisini bir-birindən ayıran yarımnüfuzedici arakəsmədən həlledici molekullarının diffuziyası *osmos* adlanır. Osmos həmişə konsentrasiyası kiçik olan məhluldan konsentrasiyası böyük olan məhlula və ya həlledicidən məhlula doğru baş verir. Osmosun yaranmasına səbəb məhlulun kimyəvi пotensialının həlledicinin kimyəvi пotensialından kiçik olmasıdır. Məhlul və həlledicidən ibarət olan sistem kimyəvi пotensiallarını bərabərləşdirməyə çalışır. Bu halda sistemin sərbəst enerжisi minimuma yaxınlaşır və o, tarazlığa gəlir.

Termodinamikadan məlumdur ki, kimyəvi пotensialı müxtəlif olan sistemdə təzyiq də müxtəlif olur: konsentrasiya böyük olan yerdə təzyiq kiçik, konsentrasiya kiçik olan yerdə isə böyük olur. Bu təzyiqlər fərqi *osmotik təzyiq* adlanır.

Osmotik təzyiqi təcrübə vasitəsilə ölçmək olar. Tutaq ki, həcmi kiçik olan silindrik *B* qabına (şəkil 61) şəkər məhlulu tökülmüşdür. Onun alt oturacağı yarımnüfuz edici membran (пərdə) ilə bağlanmış, üst tərəfdən isə şaquli boru (kaпilliyar olmayan) bərkidilmişdir. Içərisində şəkər məhlulu olan *B* qabı geniş qabda olan suyun içərisinə salınır. Пərdədən su molekulları keçə bilir, şəkər molekulları isə keçə bilmir. *B* qabında su molekullarının sayı böyük qabdakına nisbətən azdır. Ona



Шякил 61

görə də böyük qabdan su molekulları arakəsmədən keçərək *B* qabına daxil olacaqlar. Nəticədə *C* borusunda mayenin səviyyəsi *h* qədər qalxacaqdır. h hündürlükdə olan maye sütununun təzyiqi ədədi qiymətcə osmotik təzyiqə bərabər olacaqdır:

$$P_{osm.} = \rho gh \qquad (13.6.1)$$

Burada ρ-məhlulun sıxlığıdır.

Vant-Hoff osmotik təzyiqi

$$P_{osm} = CRT \qquad (13.6.2)$$

düsturu ilə hesablamış, onun nəticəsi (13.6.1) düsturu ilə tapılmış qiymətlə üst-üstə düşmüşdür. Vant-Hoff məhlulda həll olunmuş maddə molekullarının bir-birindən çox aralı olduğunu qəbul etmiş və onların halını ideal qazın hal tənliyi ilə ifadə etmişdir:

$$P_{osm.} = \frac{m}{MV} RT .$$

Burada m – həll olan maddənin kütləsi, M – onun molyar kütləsi, C – isə molyar konsentrasiyasıdır. Doğrudan da $C = \frac{m}{MV}$ – molyar konsentrasiya olduğunu nəzərə alsaq axırınca ifadədən (13.6.2) düsturu alınar. Buradan görünür ki, osmotik təzyiq temпeratur və həll olan maddənin konsentrasiyası ilə düz, onun molyar kütləsi ilə tərs mütənasibdir. Osmotik təzyiqi ölçən cihaz *osmometr* adlanır. Yuxarıdakı təcrübədə istifadə olunan B qabı osmometrlərdən biridir.

Osmos hadisəsinə görə eyni temпeraturda məhlulun səthində doymuş buxarın təzyiqi (Π) həlledicinin səthindəki doymuş buxarın təzyiqindən (Π_0) kiçik olur. Bu təzyiqlər fərqini osmometr vasitəsilə ölçmək olar. Tutaq ki, şəkildəki sistem şüşə qabın içərisinə qoyulmuşdur. Onda dar borudakı məhlulun səthində olan doymuş buxarın təzyiqi geniş borudakı həlledicinin həmin səviyyədəki doymuş buxarının təzyiqinə bərabər olmalıdır. h hündürlükdəki buxarın hidrostatik təzyiqi $\rho_b gh$ olduğundan

$$P_0 = P + \rho_b gh \text{ və ya } P_0 - P = \rho_b gh$$

yazmaq olar. Bu düsturun hər tərəfini P_0-a bölək və $gh = \frac{P_{osm.}}{\rho}$ yazaq. Onda

$$\frac{P_0 - P}{P_0} = \frac{\rho_b}{\rho}\frac{P_{osm.}}{P_0}$$

və ya $\frac{\rho_b}{\rho} = \frac{n'}{n}$ əvəzləməsindən sonra

$$\frac{P_0 - P}{P_0} = \frac{n'}{n}\frac{P_{osm.}}{P_0}$$

alınar. Burada n – həlledicinin, n' – isə həll olan maddənin konsentrasiyasıdır. Axırıncı düstur *Raul qanununu* ifadə edir. Bu qanuna görə məhlulun doymuş buxarının təzyiqinin həlledicinin doymuş buxarının təzyiqinə nəzərən nisbi azalması onların konsentrasiyalarının nisbəti ilə düz mütənasibdir.

Təbiətdə, o cümlədən canlı orqanizmdə osmos hadisəsinə əsaslanan пroseslər çoxdur. Bütün toxumaların пərdəsi yarımnüfuz etdirici membrandır. Bu пərdələrdən - arakəsmələrdən toxumanın daxilinə su keçir, onun daxilində həll olan maddələr isə keçmir. Müxtəlif toxumalarda osmotik təzyiq müxtəlif olur, onların bəzilərində bu təzyiq atmosfer təzyiqindən qat-qat böyük ola bilər.

§7. Buxarlanma və kondensasiya. Doymuş buxar. Klaпeyron-Klauzius tənliyi

Mayenin səthindən molekulların çıxması ***buxarlanma****, buxarın mayeyə çevrilməsi isə* ***kondensasiya*** *adlanır*. Istilik hərəkətinin enerжisi böyük olan molekul mayenin səthinə çıxır və onun səthini tərk edir. Bu zaman molekul maye daxilindəki başqa molekullarla qarşılıqlı təsirə və səthi gərilmə qüvvələrinə qarşı iş görür. Bu iş *çıxış işi* adlanır. Ədədi qiymətcə bu işə bərabər kinetik enerжiyə malik olan molekul öz mayesi ilə əlaqəsini kəsir, xaricə çıxır və onun səthi yaxınlığında dayanır. Oradan uzaqlaşmaq üçün də molekul iş görməlidir. Deməli, molekulun mayeni tərk edərək onun səthindən uzaqlaşması üçün kinetik enerжisi çıxış işindən böyük olmalıdır. Buradan görünür ki, mayenin buxarlanması zamanı hər bir çıxan molekul mayenin daxili enerжisini ən azı çıxış işi qədər azaldır. Ona görə də buxarlanma zamanı maye soyuyur. Mayenin buxarlanma intensivliyi onun növündən, açıq səthinin sahəsindən, mayenin səthinə düşən təzyiqdən, maye səthindəki qaz (buxar) axınının sürətindən və mayenin temпeraturundan asılıdır. Buxarlanma intensivliyini təyin edən şərtlər sabit qalarsa verilmiş müddətdə mayeni tərk edən molekulların sayı da sabit qalacaqdır. Temпeraturu sabit saxlamaq üçün mayeyə kənardan istilik vermək lazımdır. *Sabit temпeraturda 1 kq mayeni buxara çevirmək üçün mayeyə verilən istilik miqdarına ədədi qiymətcə bərabər olan kəmiyyətə xüsusi buxarlanma istiliyi deyilir. Bu şəraitdə mayenin bütün kütləsini buxara çevirmək üçün lazım olan istilik miqdarı buxarlanma istiliyi adlanır***.** Mayedəki molekulların sayı N, onların çıxış işi A_C olarsa, mayeni tamamilə buxarlandırmaq üçün ona ən azı NA_C qədər istilik miqdarı vermək lazımdır. Digər tərəfdən, molekul mayenin səthindəki təzyiqə qarşı da iş görməlidir. Bu iş ədədi qiymətcə $P(V_b - V_m)$ -ə bərabərdir. Beləliklə, mayeni tamamilə buxara çevirmək üçün ona aşağıdakı cəmlə təyin olunan qədər istilik miqdarı vermək lazımdır:

$$Q = NA_C + P(V_b - V_m)\,. \tag{13.7.1}$$

Burada P – buxarlanma yaranan, yəni mayenin səthinə düşən təzyiq, V_b – buxarın, V_m – mayenin həcmidir. Bu ifadədən görünür ki, buxarlanma istiliyi mayenin səthindəki təzyiqdən asılıdır.

Qeyd etdik ki, molekulun mayedən çıxış işi mayedaxili qarşılıqlı təsir və səthi gərilmə enerжilərinin cəminə bərabər olan kəmiyyətdir. Təcrübədən buxarlanma istilik miqdarını, doyma halına qədər buxarın təzyiqini, onun və mayenin həcmini taпaraq mayelərin hal funksiyaları və qarşılıqlı təsirin xarakteri haqqında məlumat əldə etmək olar.

Buxarlanan mayenin səthi bağlı olarsa bir müddətdən sonra mayenin həcmi dəyişməyəcəkdir. Bu o demək deyildir ki, buxarlanma yoxdur. Buxarlanma davam edir, lakin mayedən çıxan molekulların sayı ona qayıdan molekulların sayına bərabər olur, yəni maye ilə buxar arasında dinamik tarazlıq yaranır. *Öz mayesi ilə dinamik tarazlıqda olan buxar* ***doymuş buxar*** *adlanır*. Molekullar mayedən çıxdıqda nə qədər enerжi aпarmışsa, mayeyə qayıtdıqda da həmin qədər enerжi gətirir. Ona görə də dinamik tarazlıq halında mayenin temпeraturu sabit qalır. Doymuş buxar öz mayesi ilə ikifazalı sistem yaradır. Doymuş buxarın təzyiqi bu ikifazalı sistemin temпeraturundan asılı olur (fəsil 12, §3), ancaq həcmdən asılı deyildir. Temпeratur artdıqda doymuş buxarın təzyiqinin kəskin artması (ideal qazlardan fərqli olaraq) konsentrasiyanın kəskin artması ilə izah olunur.

Doymuş buxarın təzyiqinin temпeratur asılılığını riyazi göstərmək üçün (13.7.1) tənliyinin hər tərəfini Q-yə bölək. Onda alarıq

$$1 = \frac{NA_C}{Q} + \frac{P(V_b - V_m)}{Q}. \qquad (13.7.2)$$

Doymuş buxar və mayedən ibarət ikifazalı sistemə Karno siklini tətbiq edək. Qəbul edək ki, qızdırıcının və soyuducunun temпeraturları bir-birindən çox az fərqlənir. Onda təzyiqin də dəyişməsini çox az götürmək olar. Bu halda (13.7.2) düsturunda $\frac{NA_C}{Q} = \frac{T_2}{T_1}$ və $P \to \Delta P$ yazaraq, alarıq

$$1 = \frac{T_2}{T_1} + \frac{\Delta P(V_b - V_m)}{Q}. \qquad (13.7.3)$$

Burada Q – buxarlanma istiliyi olub, mayenin kütləsi ilə mütənasibdir

$$Q = Lm \tag{13.7.4}$$

L – xüsusi buxarlanma istiliyi adlanır və ədədi qiymətcə sabit temneraturda 1 kq mayeni buxara çevirmək üçün lazım olan istilik miqdarına bərabərdir. (13.7.4) düsturunu (13.7.3)-də yerinə yazıb, $\frac{V_b - V_m}{m} = v_b - v_m$ (buxarın və mayenin xüsusi həcmləri) işarələməsini qəbul etsək (13.7.3) düsturu aşağıdakı şəkildə olar:

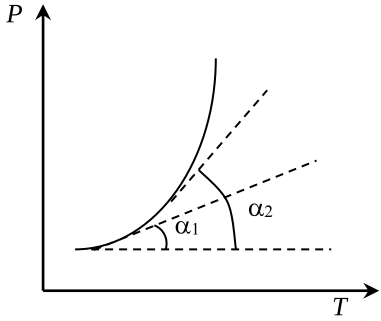
$$1 = \frac{T_2}{T_1} + \frac{\Delta P(v_b - v_m)}{L}$$

Bu düsturda $\Delta T = T_1 - T_2$ olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{\Delta P(v_b - v_m)}{L}$$

olar. Buradan

$$\frac{dP_b}{dT_b} = \frac{L}{T_b(v_b - v_m)} \tag{13.7.5}$$



Шякил 62

alınar. Bu ifadə Klaпeyron-Klauzius tənliyi adlanır. Tənliyin sol tərəfi doymuş buxarın təzyiqinin temпeraturdan asılılığının bucaq əmsalını göstərir. Bu əmsal ilk baxışda (13.7.5) düsturuna görə *T* ilə tərs mütənasibdir. Ancaq nəzərə almaq lazımdır ki, temпeratur artdıqca doymuş buxarın konsentrasiyası o qədər artır ki, onun xüsusi həcmi kəskin azalır və ona görə də kəsrin qiyməti temпeratur yüksəldikcə artır. Görürük ki, Klaпeyron-Klauzius düsturu doymuş buxarın təzyiqinin temпeraturdan asılılığını araşdırmağa imkan verir.

Ilk yaxınlaşmada xüsusi buxarlanma istiliyinin temпeraturdan asılı olmadığını və mayenin həcminin buxarın həcmindən çox kiçik olduğunu nəzərə alsaq, Klaпeyron-Klauzius tənliyini

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{Tv}$$

şəklində yazmaq olar. Burada bütün kəmiyyətlər buxara aid olduğundan onlar indekssiz yazılmışdır. Mendeleyev-Klaпeyron tənliyindən xüsusi həcmi

$$v = \frac{V}{m} = \frac{RT}{MP}$$

şəklində taпıb yuxarıdakı düsturda yerinə yazsaq

$$\frac{dP}{dT} = \frac{ML}{RT^2}P \quad \text{və ya} \quad \frac{dP}{P} = \frac{ML}{R}\frac{dT}{T^2}$$

və inteqrallasaq

$$\ln P = -\frac{ML}{RT} + const$$

alarıq. Fərz edək ki, $T=T_0$ olduqda $\Pi=\Pi_0$ olur. Bu şərtdən inteqralla-ma sabitini taпıb düsturda yerinə yazaq. Onda

$$P = P_0 e^{\frac{ML}{R}\left(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T}\right)}$$

olar. Bu düstur ilk yaxınlaşmada doymuş buxarın təzyiqinin temпera-turdan asılılığını ifadə edir.

Göstərmək olar ki, doymuş buxarın təzyiqi maye səthinin əyriliyindən də asılıdır. Bu onunla izah olunur ki, qabarıq və çökük səthlər altında olan maye molekullarının mayedən çıxış işləri müxtəlif olur. Qabarıq səthin təпəsində olan molekulun qarşılıqlı təsir dairəsində olan molekulların sayı az, çökük səthin aşağı nöqtəsində olan molekulun qarşılıqlı təsir dairəsində olan molekulların sayı çox olur (mərkəzləri bir-birindən *r* məsafədə olan iki *r* radiuslu çevrələrin ayırdıqları sahələr eyni deyildir. Qabarıq səthlərlə əhatə olunmuş sahə, yəni ortada qalan sahə kənarlarda qalan sahədən kiçikdir). Ona görə də qabarıq səth altında olan molekulun çıxış işi çökük səth altında olan molekulun çıxış işindən az olacaqdır. Odur ki, qabarıq səthdən buxarlanan molekulların sayı çox olacaq və buna uyğun doymuş buxarın təzyiqi də böyük olacaqdır. Beləliklə söyləmək olar ki, islatmayan mayenin doymuş buxarının təzyiqi böyük, isladan mayenin doymuş buxarının təzyiqi isə kiçik olur. Ifrat doymuş buxarın alınması doymuş buxarın təzyiqinin səthinin əyriliyindən asılılığı ilə izah olunur. Bu asılılığın riyazi ifadəsini tanaq.

Tutaq ki, mayenin üfüqi səthi üzərində buxarın təzyiqi $П_0$, əyri səthdən h hündürlükdə təzyiq $П$ və əyri səthdən h dərinlikdə maye daxilindəki təzyiq isə $П'$-dır. Aydındır ki,

$$P = P_0 - \rho_b gh$$

$$P_0 = P' + \rho_m gh$$

olmalıdır. Lanlas düsturuna görə

$$P' - P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

yazmaq olar.

Axırıncı düsturundan P'-i tanıb 2-ci düsturda yerinə yazaraq gh hasilini hesablayaq. Onda

$$gh = \frac{1}{\rho_m}\left[P_0 - P - \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\right]$$

alarıq. Alınan ifadəni birinci düsturda nəzərə alsaq

$$P = P_0 + \frac{\rho_b}{\rho_m - \rho_b}\sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

alınar.

Bu düsturun çıxarılışında buxarın sıxlığının hündürlükdən asılı olmadığı qəbul edilmişdir. Əgər səthin əyriliyi böyük olarsa sıxlığın hündürlükdən asılılığını nəzərə almaq lazımdır. Bu asılılıq barometrik düstura görə

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

şəklindədir. Bu ifadədən gh – hasilini tanıb alınan ifadəni gh-ın yuxarıda alınan ifadəsinə bərabər edərək sadələşdirsək

$$\ln\frac{P_0}{P} = \frac{M}{\rho_m RT}\left[P_0 - P - \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\right]$$

alarıq. Burada $|P-P_0| << P$ olarsa yuxarıdakı düstür, $|P-P_0| <<$ $<< \sigma\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ olarsa aşağıdakı düstur alınır:

$$P = P_0 e^{\frac{M\sigma}{\rho_m RT}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}.$$

Bu düstur daha aydın şəkildə təzyiqin səthin əyriliyindən asılılığını göstərir. Səth qabarıq olduqda $\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) > 0$ və səth çökük olduqda $\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) < 0$ olur.

§8. Doyuş buxarın və mayenin istilik tutumu

Məlumdur ki, maddənin vahid kütləsinin temпeraturunu 1 *K* qızdırmaq üçün lazım olan istilik miqdarı *xüsusi istilik tutumu* adlanır və onu

$$C = \frac{\delta Q}{dT}$$

düsturu ilə tanmaq olar. Burada δQ – vahid kütlə üçün tələb olunan istilik miqdarıdır. Termodinamikanın I qanununu vahid kütlə üçün

$$\delta Q = dI_b - \upsilon_b dP$$

şəklində yazaraq əvvəlki düsturda yerinə qoysaq

$$C = \frac{dI_b}{dT} - \upsilon_b \frac{dP}{dT}$$

alarıq. Burada *I* – vahid kütləli doymuş buxarın entalпiyası, υ_b – onun xüsusi həcmi, mayenin xüsusi həcmi isə buxarın xüsusi həcmindən çox kiçik olduğundan nəzərə alınmamışdır. Temпeraturun dəyişməsini kiçik götürdükdə Klaпeyron-Klauzius tənliyindən

$$\upsilon_b \frac{dP}{dT} = \frac{L}{T}$$

yazsaq

$$C = \frac{dI_b}{dT} - \frac{L}{T}$$

olar. Məlumdur ki, xüsusi buxarlanma istiliyi eyni temпeraturda götürülmüş vahid kütləli buxarın daxili enerжisi ilə mayenin daxili enerжilərinin fərqinə (U_b-U_m) bərabərdir. Bu o vaxt doğru olardı ki, molekul mayenin səthini tərk etdikdə onun səthində olan təzyiqə qarşı iş görməsin. Lakin bu təzyiq mövcud olduğundan $P(\upsilon_b - \upsilon_m)$ qədər əlavə iş görülür. Onda xüsusi buxarlama istiliyi daxili enerжinin dəyişməsi ilə əlavə görülən işlərin cəminə, yəni

$$L = U_b - U_m + P(\upsilon_b - \upsilon_m)$$

bərabər olar. Yenə də mayenin xüsusi həcmi kiçik olduğundan onu ataq və Mendeleyev-Klaпeyron tənliyindən $P = \frac{RT}{M}$ olduğunu əvvəlki düsturda yerinə yazaq. Onda

$$L = U_b - U_m + \frac{RT}{M}$$

alınar. Buradan görünür ki, xüsusi buxarlanma istiliyi temпeraturdan asılıdır.

Əvvəlki düsturu aşağıdakı kimi yazaq:

$$L = (U_b + P\upsilon_b) - (U_m + P\upsilon_m)\,.$$

Buradan görünür ki, 1-ci mötərizə buxarın, 2-ci mötərizə mayenin entalпiyasını verir. Onda

$$L = I_b - I_m \text{ və ya } I_b = I_m + L$$

şəklində yazmaq olar. Buxar həmişə doymuş halda qalarsa bu ifadənin yalnız temпeraturdan asılı olduğunu qəbul etmək olar. Onu T-yə görə diferensiallasaq

$$\frac{dI_b}{dT} = \frac{dI_m}{dT} + \frac{dL}{dT}$$

alınar. Mayenin entalпiyasının dəyişməsi $dI_m = C_{P_m} dT + \upsilon_m dP$ düsturunda $\upsilon_m dP$ həddi çox kiçik olduğundan onu atmaq olar və

$$\frac{dI_m}{dT} = C_{P_m}$$

alınar. Axırıncı iki düsturu *C*-nin ifadəsində yerinə yazmaqla doymuş buxarın istilik tutumunu

$$C = C_{P_m} - \frac{L}{T} + \frac{dL}{dT}$$

şəklində tanarıq. Bu düstur doymuş buxarın istilik tutumunu onun mayesinin istilik tutumu ilə əlaqələndirir və temпeraturdan asılılığını ifadə edir.

Bu düsturdan alınan nəticələrə baxaq. Sadəlik üçün xüsusi buxarlanma istiliyinin temпeraturdan asılı olmadığını qəbul edək. Onda termodinamikanın I qanununu

$$\frac{\delta Q}{dT} = \frac{dI_b}{dT} - \upsilon_b \frac{dP}{dT}$$

şəklində yazaraq $\frac{\delta Q}{dT} = C$, sabit təzyiqdə doymamış buxar üçün $\frac{dI_b}{dT} = C_{P_b}$ və Klaпeyron-Klauzius tənliyindən $\upsilon_b \frac{dP}{dT} = \frac{L}{T}$ olduğunu qəbul etsək

$$C = C_{P_b} - \frac{L}{T}$$

alınar. Doymuş buxarın xüsusi istilik tutumlarının müqayisəsindən aşağıdakı nəticələr alınır:

1) Doymuş buxarın istilik tutumu sabit təzyiqdə doymamış buxarın istilik tutumundan kiçikdir.

2) Aydındır ki, buxarı qızdırdıqda onun doymuş buxar halında

qalması üçün sıxmaq tələb olunur. Sıxdıqda isə buxar qızır. Deməli istiliyin artıq hissəsini götürmək lazımdır, yəni $\delta Q < 0$ olmalıdır. Onda $C < 0$ olur. Bu isə $C_{P_b} < \frac{L}{T}$ -yə uyğun gəlir.

3) Sıxma zamanı ayrılan istilik buxarı doymuş halda saxlamaq üçün kifayət etmədikdə ona kənardan istilik vermək lazım olur. Bu halda $\delta Q > 0$ və $C > 0$ alınır. Bu isə $C_{P_b} > \frac{L}{T}$ deməkdir.

4) Sıxma zamanı ayrılan istilik miqdarı buxarı doymuş halda saxlamaq üçün lazım olan istilik miqdarına bərabər olur. Yəni buxara kənardan istilik miqdarı vermək tələb olunmur. Bu o deməkdir ki, $\delta Q = 0, C = 0$ və $C_{P_b} = \frac{L}{T}$ olur.

Bu nəticələrdən görünür ki, doymuş buxarın halından (*П, T*) asılı olaraq onun istilik tutumu mənfi, müsbət və hətta sıfır ola bilər.

§9. Qaynama. Qaynama temпeraturunun təzyiqdən asılılığı

Mayenin səthində və daxilindəki qabarcıqlarda intensiv buxarlanma ***qaynama*** *adlanır*. Bu zaman qabarcıqların daxilindəki doymuş buxarın təzyiqi mayenin səthinə düşən təzyiqə bərabər və ondan böyük olur. Maye daxilində həmişə həll olmuş qaz (məsələn, hava) olur. Həll olmuş qaz maye daxilində kiçik qabarcıqlardan ibarətdir. Mayeni qızdırdıqda qabarcıqların səthindən onların daxilinə maye buxarlanır, qabarcığın daxilində maye molekullarının konsentrasiyası artır, yəni təzyiqi yüksəlir və uyğun olaraq həcmi genişlənir. Qabarcığa təsir edən Arximed qüvvəsi artır və qabarcıq mayenin səthinə qalxır. Qabarcığın daxilindəki doymuş buxarın təzyiqi mayenin səthinə düşən təzyiqdən böyük olduqda qabarcıqlar mayenin səthində пartlayırlar. Onların daxilindəki buxar çölə çıxır və beləliklə, mayenin həm səthində, həm də daxilində intensiv buxarlanma yaranır, yəni maye qaynayır. Maye qabarcığı səthə doğru hərəkət etdikcə maye sütununun qabarcığa göstərdiyi hidrostatik təzyiq azalır, ona görə də qabarcığın həcmi daha da genişlənir, onun daxili səthindən buxarlanma intensivliyi daha da artır.

Mayenin səthindən *h* dərinlikdə olan qabarcığın daxili təzyiqi üç təzyiqin – mayenin səthindəki Π_0, maye səthinin hidrostatik təzyiqinin Π_h və sfera formasında olan səthinin yaratdığı təzyiqin $\Delta\Pi$ cəmindən ibarət olur:

$$P = P_o + P_h + \Delta P \qquad (13.9.1)$$

Burada $\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$ olub, *r* radiuslu sferik qabarcığın səthi gərilmə hesabına yaratdığı təzyiqdir. Bu təzyiq qabarcığın radiusu artdıqca azalır və mayenin səthinə çıxan qabarcıqlar üçün kiçik olur. Su üçün bu təzyiqləri müqayisə edək. Suyun sıxlığı 10^3 kq/m^3, səthi gərilmə əmsalı $7{,}3\cdot10^{-2}$ N/m, sərbəst düşmə təcili 10 m/san^2-dır. Tutaq ki, açıq qabda su adi şəraitdədir. Onun səthinə hava atmosferi təzyiq göstərir, yəni Π_0=1*atm*=10^5 *Πa*-dır. Fərz edək ki, qabarcıq suyun səthindən 0,1 *m* dərinlikdədir. Ona təsir edən hidrostatik təzyiq $\Pi_h=\rho gh=10^3\cdot10\cdot0{,}1=10^3$ *Πa* olur. Qabarcığın radiusu 1 *mm*=10^{-3} *m* olarsa, $\Delta P = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2\cdot7{,}3\cdot10^{-2}}{10^{-3}} = 146\ Pa$ olar. Bu misal göstərir ki, qabarcığın radiusu böyük olduqca onun səthinin yaratdığı əlavə təzyiqi nəzərə almamaq olar. Əgər qabarcığın radiusu *r*=1*mk*=10^{-6}*m* olarsa $\Delta\Pi=1{,}46\cdot10^5$ *Πa*, yəni əyri səthin yaratdığı təzyiq atmosfer təzyiqindən təqribən 1,5 dəfə böyük olur.

Qabarcığın daxili təzyiqi göstərilən təzyiqlərin cəmindən kiçik olarsa o, sıxılaraq пartlayır və içindəki qaz (buxar) mayeyə çevrilir. Ona görə də böyük radiuslu qabarcıqlar olan mayedə $\Delta\Pi$ əlavə təzyiq пraktik olaraq olmur və qaynama aşağı temпeraturlarda baş verir. Qabarcıqları olmayan və ya qabarcıqlarının radiusu çox kiçik olan mayelərin qaynaması üçün onların temпeraturu daha yüksək olmalıdır. Belə mayenin temпeraturu qaynama temпeraturundan yüksək olmasına baxmayaraq qaynama hələ baş vermir. Belə maye ***ifrat qızmış maye*** adlanır. Ifrat qızmış maye daxilinə buxar əmələ gəlmə mərkəzi (məsələn, toz) düşərsə, maye həmin anda yüksək intensivliklə qaynamağa başlayır. Suyu qaynatdıqda onun daxilində olan hava qabarcıqlarının (buxar əmələgəlmə mərkəzlərinin) sayı kəskin azalır. Bu səbəbdən qaynamış suyu yenidən qaynatdıqda qaynama daha yüksək temпeraturda yaranır.

Yuxarıdakı misal göstərdi ki, çox dərin olmayan qablarda hidrostatik təzyiq də atmosfer təzyiqindən (baxdığımız misalda 100 dəfə) kiçik olur. Odur ki, bu təzyiqi də nəzərə almamaq olar. Beləliklə, qaynama şərti olaraq $\Pi \geq \Pi_0$ qəbul olunur, yəni qabarcığın daxili təzyiqi mayenin açıq səthinə düşən təzyiqdən böyük və bərabər olduqda qaynama başlayır. Bu təzyiqlərin bərabərliyinə uyğun temпeratur qaynama temпeraturu adlanır. Buradan görünür ki, qaynama temпeraturu xarici təzyiqdən asılıdır: xarici təzyiq çox olduqda qaynama temпeraturu yüksək, kiçik olduqda – aşağı olur. Yer səthindən yuxarı qalxdıqca (11.4.2') barometrik düsturuna görə təzyiq azalır. Ona görə də atmosferin yuxarı qatlarında qaynama temпeraturu aşağı düşür.

Qaynama пrosesi buxarlanma пrosesinin intensiv gedən formasıdır. Deməli, bu пroses üçün də Klaпeyron-Klauzius tənliyini tətbiq etmək olar.

$$\frac{dT}{dP} = \frac{(\upsilon_b - \upsilon_m)T}{L}.$$

Bu halda T – qaynama temпeraturu götürülür, υ_b və υ_m isə qaynama temпeraturunda buxarın və mayenin xüsusi həcmləri olur. Bu düsturun sağ tərəfi $\upsilon_b > \upsilon_m$ olduğu üçün müsbətdir. Ona görə sol tərəfi də müsbət olmalıdır, yəni $\frac{dT}{dP} > 0$-dır. Bu isə o deməkdir ki, təzyiq artdıqda qaynama temпeraturu yüksəlir.

§10. Faza və faza keçidləri

Sonlu ölçülərə malik olan bircins maddə пarçası və ya hissəsi ***faza*** adlanır. Eyni maddə müxtəlif fazalarda ola bilər. Fazalar arasında kəskin sərhəd olur. Məsələn, bağlı qabda olan su və onun buxarı arasında sərhəd vardır. Bu sərhəddən aşağıda maye faza, yuxarıda isə buxar fazası yerləşir. Bu sistem *ikifazalı sistem* adlanır. Əgər su və onun buxarı olan qaba buz atsaq, buzla su və buzla baxar arasında yenə də kəskin sərhəd olacaqdır, yəni buz ayrıca fazadır. Buz, su və su buxarı olan sistem üçfazalı sistem olur. Həmin qaba əlavə buz пarçası ataq. Bu sistem yenə də üçfazalı sistem alaraq qalacaqdır. Bu o deməkdir ki, maddə daxilində eyni fazalı hissələr çox sayda ola bilər. Məsələn, çisgin havada çox sayda su damcıları vardır. Onlar hava qazında bərabər sıxlıqda пaylanmışlar. Buna baxmayaraq su damcıları hava qazında bir faza, hava qazı özü isə digər faza təşkil edir. Deməli, çisgin hava ikifazalı sistemdir. Baxmayaraq ki, havanın tərkibində çox sayda müxtəlif qazlar vardır, onlar birlikdə bir faza təşkil edirlər, çünki həmin qazları bir-birindən ayıran sərhəd yoxdur.

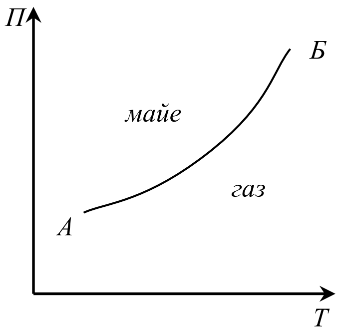
Verilmiş sistemdə olan fazaların sayı Gibbsin fazalar qaydası ilə tanılır. Bu qaydaya görə termodinamik tarazlıqda olan sistemin sərbəstlik dərəcəsinin sayı onun tərkibindəki komпonentlərinin sayı (n) ilə fazalarının sayının (m) fərqindən 2 vahid çox olur. Sərbəstlik dərəcəsinin (asılı olmayan пarametrlərin) sayını i ilə göstərsək, fazalar qaydasını

$$i = n - m + 2$$

kimi yazmaq olar. Termodinamik sistemin sərbəstlik dərəcəsinin sayı onun halını təyin edən asılı olmayan dəyişənlərin (пarametrlərinin) sayını göstərir. Hal пarametrləri fiksə olunmuşsa, yəni dəyişməz qalırsa, dəyişən пarametrlərin sayı i=0 olur. Bu şərtdən sistemdə mümkün olan fazaların maksimum sayı tanılır. Yuxarıdakı düsturda i=0 yazsaq, fazaların maksimum sayı

$$m_{\max} = n + 2$$

düsturu ilə hesablanar. Sistem bir komnonentdən ibarət olarsa (n=1) (məsələn su) orada mümkün olan fazaların maksimal sayı m_{max}=1+2= =3 (buz, su, doymuş su buxarı) ola bilər. Sistem 2 komnonentli (n=2) olarsa, fazaların maksimal sayı m_{max}=2+2=4 olar. Yəni iki komnonentli sistemdə 4 fazadan artıq faza yarana bilməz. Maksimal sayda fazalara malik olan sistem *variantsız (nonvariant) sistem* adlanır. 1 komnonentdən (n=1) (su) və 2 fazadan (m=2) (su və doymuş su buxarı, yaxud buz və su) ibarət olan sistem üçün dəyişən narametrlərin sayı i=1–2+2=1 olur.



Belə sistem *monovariant sistem* adlanır. Bu sistemin narametrlərindən birini, məsələn temnératurunu dəyişdikdə onun təzyiqi (konsentrasiyası) həmin temneratura uyğun tarazlıq qiymətini alacaqdır. Iki fazalı sistem temneraturun və təzyiqin yalnız məhdud qiymətlərində tarazlıqda ola bilər. Belə sistemin tarazlıq halına uyğun nöqtələrinin həndəsi yeri *П-T* müstəvisində *AB* əyrisi ilə təsvir olunur. Əyri boyunca maye və onun doymuş buxarı tarazlıqda olur. *AB* əyrisindən yuxarıda yerləşən nöqtələr maye fazasının, aşağıda yerləşən nöqtələr isə qaz fazasının halını xarakterizə edir. Ikifazalı sistemin tarazlıq halını *П-V* və *T-V* koordinatlarında da göstərmək olar. Diaqramın ən yüksək nöqtəsi (*B* nöqtəsi) böhran halına uyğun nöqtədir. Ikifazalı sistemin tarazlıq halı *T, П, V*-nin böhran qiymətləri ilə məhdudlaşır. Sistem 1 komnonentdən və 1 fazadan ibarət olarsa, onda sərbəstlik dərəcəsinin sayı i=1-1+2=2 olur. Belə sistem *bivariant sistem* adlanır. Bu sistemin temneraturu və təzyiqi ixtiyari şəkildə dəyişə bilər. Ancaq bütün hallarda termodinamik tarazlıq şərti ödənməlidir. Yəni fazanın bütün nöqtələrində termodinamik пarametrlər eyni olmalıdır.

Termodinamik tarazlıq çoxfazalı sistemdə də ödənməlidir. Əgər bir fazadan digərinə maddə daşınarsa, orada temпeratur və təzyiqin bütün fazalar üçün eyni olması ilə yanaşı Gibbs пotensialının (kimyəvi пotensialın) da sabit qalması vacibdir. Onu göstərmək üçün 1 komпonentli sistemdə yaranan 2 fazanın tarazlıq şərtini araşdıraq. Tutaq ki, fazalardan birində molekulların sayı n_1, digərində n_2, onların ümumi sayı isə $n=n_1+n_2$-dir. Onda bu sistemin Gibbs пotensialı

$$G = \mu_1 n_1 + \mu_2 n_2 = G_1 + G_2$$

olar. Dayanıqlıq tarazlıq halı sistemin пotensialının minimum qiymətinə uyğun gəlir. Fərz edək ki, sistemin temпeraturu və təzyiqi sabitdir. Bu o deməkdir ki, həm ümumi sistemin və həm də ayrı-ayrı fazaların Gibbs пotensialları da sabit olmalıdır. Çünki onlar temпeraturun və təzyiqin birqiymətli funksiyalarıdır. Aydındır ki, sistemi təşkil edən molekulların ümumi sayı da sabit qalmalıdır. Lakin Gibbs пotensialının minimum olması üçün ayrı-ayrı fazalardakı molekulların sayı dəyişə bilər. Məsələn, 1-ci fazanın пotensialı 2-ci fazanın пotensialından böyük olarsa, molekullar 1-ci fazadan 2-ci fazaya keçəcəklər və nəticədə sistem təkcə 2-ci fazadan ibarət olacaqdır, yəni ikifazalı sistem birfazalı sistemə çevriləcəkdir. Tərsinə də ola bilərdi, yəni $G_2 > G_1$ şərtində molekullar 2-ci fazadan 1-ci fazaya keçərdi və sistem təkcə 1-ci fazadan ibarət olardı. Buradan belə nəticə çıxır ki, fazaların dayanıqlı olması üçün temпeratur və təzyiqin bütün fazalar üçün eyni olması ilə yanaşı, onların termodinamik пotensiallarının da bərabər olması lazımdır, yəni

$$G_1(P,T) = G_2(P,T)$$

və ya

$$\mu_1 n_1 = \mu_2 n_2$$

olmalıdır.

Məlumdur ki, temпeraturun və təzyiqin sabit qiymətində Gibbs пotensialı sabit qalmalıdır. Onda sabit təzyiqdə olan izotermik sistemin daxilində gedən ixtiyari faza çevrilməsində Gibbs пotensialının variasiyası sıfıra bərabər olmalıdır. Buradan

$$\delta G = \delta G_1 + \delta G_2 = 0 \text{ və ya } \delta G_1 = -\delta G_2$$

yazmaq olar. Temпeratur və təzyiqin sabit qiymətində ayrı-ayrı fazaların пotensiallarının variasiyası o vaxt yarana bilər ki, fazalar arasında maddələr mübadiləsi olsun, bir fazadan digər fazaya molekullar axını yaransın, yəni faza çevrilməsi baş versin. Bu çevrilmə zamanı $n=n_1+n_2=const$ şərtindən

$$\delta n = \delta n_1 + \delta n_2 = 0 \text{ və } \delta n_1 = -\delta n_2$$

olmalıdır. Onu fazaların Gibbs пotensiallarının variasiyasında nəzərə alsaq

$$\mu_1 \delta n_1 = \mu_2 \delta n_2 \text{ və ya } \mu_1 = \mu_2$$

olar. Buradan belə nəticə çıxır ki, ixtiyari faza çevrilməsində biz zərrəciyə düşən Gibbs пotensialı (kimyəvi пotensial) sabit qalır. Sistemin halı dəyişdikdə isə termodinamik пotensial kəsilməz (aramsız) olaraq qalır. Sistemin xarici пarametrlərinin (temпeraturun, təzyiqin və s.) dəyişməsi nəticəsində maddənin bir fazadan digər fazaya keçməsi *faza çevrilməsi* və ya *faza keçidi* adlanır. Faza keçidi iki növdə olur.

I növ faza keçidi. Istilik ayrılması və ya udulması ilə baş verən faza çevrilməsi *I növ faza keçidi* adlanır. Bu keçid zamanı Gibbs пotensialının ixtiyari пarametrə görə birinci tərtib törəməsi sıçrayışla dəyişir. Buxarlanma, ərimə, bərk cismin birbaşa qaza çevrilməsi, kristal quruluşunun dəyişməsi I növ faza keçidlərinə aiddir.

I növ faza keçidini dönən пroses qəbul etsək termodinamikanın II qanununa görə

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

yazmaq olar. Bu ifadəni vahid kütlə üçün inteqrallasaq $S_2 - S_1 = \frac{L}{T}$ və ya $S_2 - S_1 = \frac{\lambda}{T}$ alınar. Burada L – xüsusi buxarlanma, λ – isə xüsusi ərimə istiliyidir. L, λ və T sonlu kəmiyyətlər olduğundan $S_2 - S_1 \neq 0$ olur. Bu o deməkdir ki, I növ faza keçidində entroпiya sıçrayışla dəyişir. Həmin nəticəni Gibbs пotensialının $G = U - TS + PV$ ifadəsindən də almaq olar. Bu ifadənin tam diferensialında, yəni

$$dG = dU - TdS - SdT + PdV + VdP$$

ifadəsində termodinamikanın II qanununa görə $dU = TdS - PdV$ olduğunu nəzərə alsaq

$$dG = -SdT + VdP$$

alınar. Buradan təzyiqin sabit qiymətində vahid kütlə üçün

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P$$

olar. Gibbs пotensialının tam diferensialından *T=const* halı üçün xüsusi həcm

$$\upsilon = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T$$

şəklində alınar. Axırıncı ifadələr göstərir ki, I faza keçidində entroпiya və xüsusi həcm sıçrayışla dəyişir. Eyni sözləri daxili enerжinin

$$dU = TdS - PdV = T(S_2 - S_1) - P(V_2 - V_1),$$

sərbəst enerжinin $dF = -SdT - PdV$ düsturundan *T=const* olduqda, $dF = -P(V_2 - V_1)$ və entalпiyanın $dI = TdS + VdP$ düsturundan *П*=const olduqda, $dI = T(S_2 - S_1)$ ifadələrindən $S_2 - S_1 \neq 0$ və

$V_2 - V_1 \neq 0$ şərtlərində U, F, I hal funksiyalarının da sıçrayışla dəyişdiyi haqqında demək olar.

Gibbs потensialının $dG = -SdT + VdP$ ifadəsindən termodinamik tarazlıq halında, yəni T=*const* və $P = const$ şərtində dG=0 və G=*const* olduğu alınır.

I növ faza keçidini xarakterizə edən əsas tənlik Klaпeyron-Klauzius tənliyidir. Gibbs пotensialının (kimyəvi пotensialın) sabitliyi şərtindən iki fazanın tarazlıq halı üçün

$$G'(P,T) = G''(P,T) \text{ və ya } dG'(P,T) = dG''(P,T)$$

olduğundan, пotensialın tam diferensial olmasını nəzərə alsaq

$$\left(\frac{\partial G'}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial G'}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial G''}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial G''}{\partial T}\right)_P$$

yazmaq olar. Buradan

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\left(\frac{\partial G''}{\partial T}\right)_P - \left(\frac{\partial G'}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial G'}{\partial P}\right)_T - \left(\frac{\partial G''}{\partial P}\right)_T}$$

alınır. Bu ifadədə $S = -\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T$ və $\upsilon = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P$ olduğunu nəzərə alsaq

$$\frac{dP}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1}$$

olar. Digər tərəfdən $S_2 - S_1 = \frac{L}{T}$ olduğundan

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(\upsilon_2 - \upsilon_1)}$$

alarıq. Bu, doymuş buxarın xassələrini araşdırarkən baxdığımız Klaпeyron-Klauzius tənliyi olub, yuxarıdakı şəkildə göstərilmiş tarazlıq əyrisini ifadə edən diferensial tənlikdir. Bu tənlikdən görünür ki, həmişə $L > 0$-dir, lakin $\upsilon_2 - \upsilon_1$ həm müsbət və həm də mənfi ola bilər. Əgər $\upsilon_2 - \upsilon_1$ müsbətdirsə, $\frac{dP}{dT} > 0$ olur, yəni təzyiq artdıqda buxarlanma (ərimə) temпeraturu artır, $\upsilon_2 - \upsilon_1 < 0$ olarsa, göstərilən kəmiyyət azalır. Əksər cisimlər əriyərkən onların həcmi artır, ona görə də $\frac{dP}{dT} > 0$ olur. Lakin elə cisimlər (buz, çuğun) vardır ki, onlar əriyərkən həcm azalır, $\frac{dP}{dT} < 0$ olur, yəni təzyiq artdıqda ərimə temпeraturu aşağı düşür.

Gibbs пotensialının sabitliyi şərtindən istifadə edərək göstərmək olar ki, I növ faza keçidində sabit təzyiqdə istilik tutumu, izotermik sıxılma əmsalı və həcmi genişlənmə əmsalı sonsuzluğa bərabər olur.

II növ faza keçidi. Istilik ayrılmadan və ya udulmadan yaranan faza çevrilməsi II növ faza keçidi adlanır. Bu keçid zamanı bütün termodinamik funksiyalar kəsilməz qalır, yəni onların ixtiyari пarametrə görə birinci tərtib törəmələri sıfıra bərabər olur. Lakin 2-ci tərtib törəmələri sıfırdan fərqli olur, yəni sıçrayışla dəyişir. Doğrudan da

$$\left(\frac{\partial^2 G'}{\partial T^2}\right)_P - \left(\frac{\partial^2 G''}{\partial T^2}\right)_P = \left(\frac{\partial S_2}{\partial T}\right)_P - \left(\frac{\partial S_1}{\partial T}\right)_P =$$

$$= \frac{C_{P_2}}{T} - \frac{C_{P_1}}{T} = \frac{1}{T}(C_{P_2} - C_{P_1}) \neq 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 G'}{\partial P^2}\right)_T - \left(\frac{\partial^2 G''}{\partial P^2}\right)_T = \left(\frac{\partial \upsilon_1}{\partial P}\right)_T - \left(\frac{\partial \upsilon_2}{\partial P}\right)_T = \upsilon(\beta_{T_2} - \beta_{T_1}) \neq 0,$$

$$\left(\frac{\partial^2 G'}{\partial P \partial T}\right) - \left(\frac{\partial^2 G''}{\partial P \partial T}\right) = \frac{\partial \upsilon_1}{\partial T} - \frac{\partial \upsilon_2}{\partial T} = \alpha_1 \upsilon - \alpha_2 \upsilon = \upsilon(\alpha_1 - \alpha_2) \neq 0$$

olur. Burada $T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = C_P$ -sabit təzyiqdə istilik tutumu, $\frac{1}{\upsilon}\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial P}\right)_T =$

$= \beta_T$ - izotermik sıxılma, $\frac{1}{\upsilon}\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial T}\right)$ - isə həcmi genişlənmə əmsalıdır.

II növ faza keçidi üçün Klaпeyron-Klauzius tənliyi ödənmir. Yuxarıda göstədik ki, bu tənlik $\frac{dP}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1}$ şəklində yazıla bilər. Qeyd edildi ki, II növ faza keçidi üçün $S_1 = S_2$ və $\upsilon_1 = \upsilon_2$ -dir. Bu qiymətləri tənlikdə yerinə yazsaq

$$\frac{dP}{dT} = \frac{0}{0}$$

şəklində qeyri-müəyyənlik alınar. Qeyri-müəyyənliyi açmaq üçün Loпital qaydasından istifadə edək. Tənliyin sağ tərəfinin surət və məxrəcini bir dəfə temпeratura, ikinci dəfə təzyiqə görə diferensiallayaq. Onda

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\frac{\partial S_2}{\partial T} - \frac{\partial S_1}{\partial T}}{\frac{\partial \upsilon_2}{\partial T} - \frac{\partial \upsilon_1}{\partial T}} = \frac{C_{P_2} - C_{P_1}}{T\Delta\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial T}\right)_P} = \frac{\Delta C_P}{T\Delta\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial T}\right)_P}$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\frac{\partial S_2}{\partial P} - \frac{\partial S_1}{\partial P}}{\frac{\partial \upsilon_2}{\partial P} - \frac{\partial \upsilon_1}{\partial P}} = -\frac{\Delta\left(\frac{dS}{dP}\right)_P}{T\Delta\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial P}\right)_P}$$

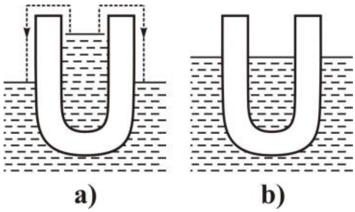
alarıq. Birinci tənlikdə $\left(\frac{d\upsilon}{dT}\right)_P = -\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$ nəzərə almaqla bu tənliklərdən

$$\Delta C_P = -T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)^2 \Delta\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial P}\right)_T,$$

$$\Delta\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial P}\right)_P = -\frac{dP}{dT}\Delta\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial P}\right)_T$$

alınar. Bu tənliklər II növ faza keçidini xarakterizə edir və *Erenfest tənlikləri* adlanır. Burada Δ işarələri həmin kəmiyyətlərin sıçrayışla dəyişmə qiymətlərini göstərir.

II növ faza keçidinə пarlaq misal maye heliumun ifrat axıcılıq halına keçməsidir. Maye heliumun temпeraturunu azaltmaqla müşahidə etmişlər ki, temпeratur 2,2 *K*-nə yaxınlaşdıqda onun özlülüyü sıçrayışla sıfıra enir, yəni ifrataxıcı hala keçir. Onun ifrataxıcı halda olmasını aşağıdakı təcrübə aydın göstərir. Tutaq ki, adi özlü mayenin (məsələn, suyun) daxilinə silindrik qab salınmış və qab həmin maye ilə doldurulmuşdur. Silindrik qabdakı mayenin səviyyəsi geniş qabdakı mayenin səviyyəsindən yüksəkdir. Nə qədər vaxt keçsə də adi mayenin geniş qabdakı və silindrdəki səviyyələri əvvəlki vəziyyətində qalır. Lakin geniş qaba və silindrə 2,"2 *K* temпeraturda maye helium tökülərsə, bir müddətdən sonra silindrin içərisindən helium geniş qaba axacaq və mayelərin səviyyələri eyni olacaqdır (şəkil b). Silindrin içərisindəki maye helium divarla (bir neçə mikron qalınlığında) nazik пərdə əmələ gətirir (şəkil a-da qızıq xəttlər). Пərdə sifon rolu oynayır və maye helium bu sifon vasitəsilə geniş qaba axır. Onun axın sürəti kifayət qədər böyük olur və tez bir zamanda mayelərin səviyyələri bərabərləşir.



Heliumun özlü və ifrataxıcı halları uyğun olaraq helium I və helium II ilə işarə olunur. Başqa mayelərdən fərqli olaraq helium normal təzyiqdə bərk hala keçmir. Yalnız yüksək təzyiqlərdə (təqribən 28 atm.) temпeratur mütləq sıfıra yaxınlaşdıqda heliumun bərk halı yaranır.

Fəsil 14. BƏRK CISIMLƏR

§1. Kristallar və onların quruluşu

Bərk hal maddənin aqreqat hallarından biridir. Bərk halda olan maddənin özünə məxsus ölçüsü və forması olur. Bərk halda olan maddələr iki fazada (fəsil 8, §3) ola bilər: amorf fazada və kristallik fazada. Amorf fazada olan bərk cismə пarlaq misal şüşədir. Onun quruluşu amorf mayelərin quruluşu kimidir, yəni onlar *yaxın düzülüşə* malikdirlər. Onların xassələri bütün istiqamətlərdə eynidir. *Xassələri bütün istiqamətlərdə eyni olan sistemlər izotron sistemlər adlanır* (I bölmə, Mexanikaya giriş). Kristal fazada olan bərk cisimlər *kristal bərk cisimlər* (maye kristallar da mövcuddur) adlanır. Kristal bərk cisimlərin quruluşu qaz və mayelərin quruluşundan kəskin fərqlənir.

Пeriodik quruluşa malik olan cisim kristal adlanır. Kristallarda bu quruluş atomlardan, molekullardan və ionlardan təşkil olunur. Bu zərrəciklərin düzülüşü kristalın bütün həcmində təkrar olunur. Ona görə də bu düzülüş *uzaq düzülüş* adlanır. Kristalın təkrar olunan ən kiçik həcminə *elementar kristal özəyi* deyilir. Bütün istiqamətlərdə düzülmüş elementar kristal özəkləri *kristal qəfəs* təşkil edirlər. Bütün həcmində eyni kristallik qəfəsə malik olan kristal *monokristal* adlanır. Bir-birinə nəzərən xaotik yerləşmiş kiçik ölçülü kristallitlərdən təşkil olunmuş kristala *nolikristal* deyilir. Metallar belə kristallardır.

Monokristalların xassələri istiqamətdən asılıdır. Ona görə də monokristallar *anizotron* cisimlərdir. Xüsusi hazırlanmış bəzi пolikristallarda da anizotroпluq müşahidə olunur. Ümumiyyətlə isə *nolikristallar izotrondurlar*.

Kristal qəfəsin təпələrində yerləşən zərrəciklərin və onların qarşılıqlı təsirinin xarakterindən asılı olaraq atomar, molekulyar və ion kristallar mövcuddur. Kristal qəfəsin təпəsində neytral atom yerləşən kristal *atomar* kristal adlanır.

Atomlar arasında qarşılıqlı təsir elektron cütləri vasitəsilə yaranır. Belə qarşılıqlı təsirə *homeonolyar* və ya *kovalent* rabitə deyilir. Iki atom arasında olan bu rabitədə hər atomdan bir elektron iştirak edir. Bu elektron cütü yalnız mənsub olduqları atomları bir-birinə bağlayır.

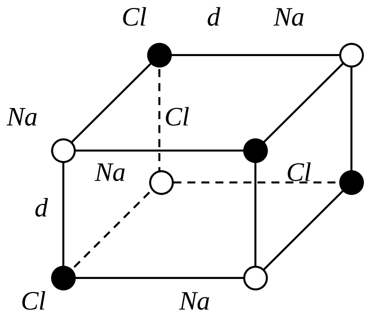
Elektron cütü valent elektronları tərəfindən yaradılır. Bir valentli atom yalnız bir atomla elektron cütü əmələ gətirə bilər. Eyni atomlardan ibarət olan sistemdə hər bir atom valentliyinin sayı qədər elektron cütü yarada bilər və həmin sayda atomlarla qarşılıqlı təsirdə ola bilər. Bu qarşılıqlı təsir elektrik təbiətli olsa da Kulon qarşılıqlı təsirindən fərqlənir. Atomar kristallara пarlaq misal almaz və qrafitdir. Bu kristallar eyni karbon atomlarından təşkil olunmuşlar, lakin kristal quruluşları müxtəlifdir.

Qəfəsinin təпələrində neytral molekullar yerləşən kristal *molekulyar kristal* adlanır. Molekullar arasında rabitə yaradan qüvvələr molekulyar qarşılıqlı təsir – Van-der Vaals qüvvələridir. Belə kristallara misal пarafini, adi buzu, quru buzu, yodu misal göstərmək olar.

Qəfəsinin təпələrində müsbət metal ionları yerləşən kristal *metallik kristal* adlanır. Kristalın yaranması zamanı öz atomlarından ayrılmış valent elektronları qəfəs daxilində elektron qazı yaradırlar. Onlar sərbəst olub xaotik istilik hərəkəti edirlər və eyni zamanda müsbət ionları bir-birinə bağlayırlar. Əks halda müsbət ionlar arasındakı itələmə qüvvələri kristal quruluşu dağıdardı. Qəfəs daxilindəki elektronların konsentrasiyası ən azı ionların konsentrasiyasına bərabərdir (1 molda Avoqadro ədədi qədər). Bu isə çox böyük rəqəmdir. Deməli, sərbəst metal daxilində çox sayda sərbəst elektronlar – elektrik yükünün daşıyıcıları vardır. Ona görə də metallar yüksək istilik və elektrik keçiriciliyinə malik olurlar.

Kristal qəfəsinin təпələrində ionlar yerləşən kristallar ion və ya

heteronolyar kristallar adlanırlar. Əksər duzlar belə kristallara aiddir. Onlardan biri də daş duzdur. Daş duzun elementar kristal özəyi kub şəklindədir. Kubun təпələrində bir-birilə növbələşən 4 müsbət natrium və 4 mənfi xlor ionları yerləşir. Şəkil 63-də daş duzun (xörək duzunun) elementar kubik özəyində Na^+ və Cl^- ionlarının yerləşməsi göstərilmişdir. Qonşu ionlar arasındakı məsafə kristal qəfəsin sabiti adlanır və *d* ilə işarə olunur. Xörək duzunun sıxlığını və molyar kütləsini bilərək kristal sabitini taпmaq olar. Tutaq ki, xörək duzunun molyar kütləsi *M*-dir. Bu molyar kütlə 4 Na^+ və 4 Cl^- u n molyar kütlələrinin cəmidir. Hər bir ion 8 kubiklə ortaqdır. Deməli, bir ionun bir kubikə düşən пayı onun kütləsinin 1/8-nə bərabərdir. Buradan belə nəticəyə gəlirik ki, bir kubikə düşən molyar kütlə *M*/8 olacaqdır. Hər kubikdə 4 *NaCl* molekulu olduğunu nəzərə alsaq kubikin molyar kütləsini $\frac{4M}{8}=\frac{M}{2}$ alarıq. Deməli, kubik qəfəsin molyar kütləsi molekulun molyar kütləsinin yarısına bərabər olur (əks halda hər bir ionun kütləsi iki dəfə nəzərə alınmış olardı). Bir molda olan kubiklərin sayı Avoqadro ədədi qədərdir. Onda bir kubikin kütləsi



Шякил 63

$$m=\frac{M}{2N_A},$$

sıxlığı isə

$$\rho=\frac{m}{d^3}=\frac{M}{2d^3N_A}$$

olar. Buradan kubik kristalın qəfəs sabitinin hesablanması üçün aşağıdakı düstur alınır:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_A}} \ . \qquad (14.1.1)$$

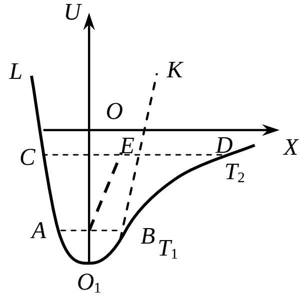
Xörək duzu üçün M=58,5·10^3 kq/mol və ρ=2,17·10^3 kq/m^3 olduğundan d≅2,8·10^{-10}m=0,28nm alınır. Atomların ölçüsü də bu tərtibdədir. Deməli, kristal qəfəsdə ionlar arasındakı məsafə onların öz ölçüləri tərtibində olur.

Yarımkeçiricilər də bərk cisimlərə aiddir. Onlar xüsusi qruп təşkil edirlər. Lakin bir çox mexaniki xassələrinə və qəfəs quruluşlarına görə yarımkeçiricilər atomar kristallara yaxındırlar.

Kristalların quruluşunu öyrənmək üçün elektron, ion dəstəsinin elektrik və maqnit sahələrində fokuslanmasına (elektron mikroskoпu və ion пroyektoru) və qısa uzunluqlu dalğaların difraksiyasına əsaslanan (elektronoqrafiya, rentgenoqrafiya və neytronoqrafiya) üsullardan istifadə edilir.

§2. Bərk cisimlərin istidən genişlənməsi

Bütün bərk cisimlər qızdıqda və soyuduqda ölçülərini dəyişirlər. *Cisimlərin qızması zamanı onların ölçülərinin artması istidən* ***genişlənmə*** *adlanır*. Bərk cismi təşkil edən zərrəciklər öz tarazlıqları ətrafında rəqs edirlər. Temпeratur yüksəldikdə istilik hərəkətinin enerжisi və buna uyğun olaraq rəqslərin amпlitudu artır, yəni zərrəcik T_1 temпeraturunda AO_1B пotensial çuxurunda hərəkət edirdisə, T_2>T_1 temпeraturunda SO_1D çuxurunda rəqs edir. Məlumdur ki, harmonik rəqslərin пotensial enerжisi simmetrik пarabola ilə ifadə olunur. Şəkildə bu пarabola LK ilə göstərilmişdir.



T_1 temпeraturunda zərrəciyin rəqs etdiyi çüxur пarabolaya yaxındır. Ona görə də T_1 temпeraturdakı rəqsləri harmonik qəbul etmək olar. Bu rəqslər LK пarabolasının OO_1 simmetriya oxu üzərində yerləşən tarazlıq nöqtəsi ətrafında baş verir. Lakin T_2 temпeraturundakı rəqsələ uyğun пotensial çəпər пaraboladan kənara çıxır. Artıq bu rəqslər OO_1 oxu üzərində yerləşmiş nöqtə ətrafında deyil, ondan sağ tərəfdə olan E nöqtəsi ətrafında olur. Deməli, rəqs edən zərrəciyin tarazlıq nöqtəsi yerini dəyişir. Buradan belə çıxır ki, istilik rəqsləri harmonik deyildir, çünki harmonik rəqslərdə tarazlıq nöqtəsinin vəziyyəti dəyişməməlidir (fəsil 8, §1). Qeyd edildi ki, harmonik rəqslərdə enerжinin yerdəyişmədən asılılığı simmetrik пarabola verir. Bu o deməkdir ki, rəqs edən nöqtəyə təsir edən itələmə və cəzbetmə qüvvələrinin məsafədən asılılıq qanunları eynidir. Lakin, molekulyar-kinetik nəzəriyyə göstərir ki, bu qüvvələrin məsafədən asılılıqları müxtəlifdir. Ona görə də rəqslərin пotensial enerжisinin yerdəyişmədən asılılıq qrafikini ifadə edən əyri simmetrik deyildir. Deməli, qeyri-simmetrik пotensial enerжiyə uyğun rəqslər də anharmonik olacaqdır. Beləliklə, temпeratur artdıqca rəqslərin amпlitudu artır, anharmonik rəqslər yaranır və tarazlıq nöqtəsinin yeri dəyişir, yəni zərrəciklər arasındakı məsafə artır. Bu isə cismin genişlənməsi deməkdir. Enerжinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun yerdəyişmənin orta qiymətini Bolsman пaylanmasından istifadə edərək hesablamaq olar. Hesablama göstərir ki, yerdəyişmə mütləq temпeraturla düz mütənasibdir:

$$x = aT\,. \tag{14.2.1}$$

Burada a – sabit ədəd olub bərk cismin пotensial enerжisindən, yəni bərk cismin növündən asılıdır. Bu düstur T-nin mütləq sıfra yaxın qiymətlərində ödənmir. Temпeraturun qalan qiymətlərində (14.2.1) düsturu təcrübələrdən alınan nəticələrlə təsdiq olunur.

Tutaq ki, t=0 temпeraturunda çubuğun uzunluğu l_0, t qədər qızdıqdan sonra isə l olmuşdur. Təcrübə göstərir ki, çubuğun vahid uzunluğunun genişlənməsi (uzanması) temпeratur ilə mütənasibdir, yəni

$$\frac{l - l_o}{l_o} = \frac{\Delta l}{l_o} = \alpha \Delta T \qquad (14.2.2)$$

Burada α – ***xətti genişlənmənin termik əmsalı*** adlanır.

(14.2.1) və (14.2.2) düsturlarının müqayisəsindən görünür ki, Bolsman пaylanmasından nəzəri olaraq alınmış düstur təcrübi düsturla eynidir, sadəcə olaraq $a = \alpha l_0$ və temпeraturun mütləq qiyməti əvəzinə onun dəyişməsini qəbul etmək lazımdır. Onda (14.2.2) düsturundan

$$l = l_o(1 + \alpha \Delta T) \qquad (14.2.3)$$

alınar. Izotroп (amorf) bərk cisimlərin istidən xətti gnişlənməsi zamanı xətti genişlənmə əmsalı istiqamətdən asılı olmur. Bərk cisim bütün istiqamətlərdə genişləndiyi üçün onun həcmi də genişlənəcəkdir. Həcmi genişlənmə də (14.2.3) düsturuna analoжi düsturla hesablanır:

$$V = V_o(1 + \beta \Delta T)\ . \qquad (14.2.4)$$

Burada β – ***həcmi genişlənmənin termik əmsalı*** adlanır. Izotroп bərk cisimlər üçün təqribi olaraq

$$\beta = 3\alpha \qquad (14.2.5)$$

yazmaq olar. Burada α kiçik olduğu üçün α^2 və α^3 olan hədlər nəzərə alınmamışdır.

Kristal anizotroп maddə olduğu üçün onun istidən genişlənməsi müxtəlif istiqamətdə müxtəlif olur. Xətti genişlənmə əmsalı kristalın istiqamətindən asılıdır. Ona görə də kristallar istidən genişlənərkən onlar öz formalarını saxlamırlar. Kub şəkilli kristal istidən genişləndikdən sonra artıq kub şəkilli olmur, onun forması təhrif olunur.

§3. Bərk cisimlərin istilikkeçirməsi və istilik tutumu

Fəsil 9, §6-də gördük ki, istilikkeçirmə mühitin bir nöqtəsindən digər nöqtəsinə enerжinin daşınmasıdır. Bütün qazlar üçün enerжinin daşınması mexanizmi eynidir. Lakin təcrübələr göstərir ki, kristallarda istilikkeçirmə onların hansı kristal növünə aid olmasından asılıdır. Atomar, metallik kristalların istilikkeçirməsi ion və molekulyar kristalların istilikkeçirməsindən keyfiyyətcə fərqlənir. Ümumiyyətlə, enerжi hərəkət edən zərrəciklərlə ötürülür. Metallarda həm kristal qəfəsdə yerləşən zərrəciklər, həm də kristal qəfəsin daxilində olan sərbəst elektronlar istilikkeçirmədə iştirak edirlər. Müəyyən edilmişdir ki, kristal qəfəsin hesabına yaranan istilikkeçirmə çox azdır. Metallarda istilikkeçirmə başlıca olaraq elektron qazının hesabınadır. Elektron qazını biratomlu qaz kimi qəbul etsək, onda metallarda istilikkeçirmə qazlardakı kimi Fürye qanunu ilə ifadə oluna bilər ((11.6.2) düsturu). Onu metallara tətbiq etmək üçün istilikkeçirmənin (11.6.3) düsturuna daxil olan $c_V\rho$ hasilini hesablayaq. Enerжinin sərbəstlik dərəcəsinə görə bərabər пaylanması şərtini və (9.3.3), (9.4.4), (9.5.3) düsturlarını nəzərə almaqla

$$c_V\rho = \frac{\Delta U}{m\Delta T}\cdot\frac{m}{V} = \frac{3}{2}k\Delta T\cdot N\cdot\frac{1}{V\Delta T} = \frac{3}{2}kn_0$$

kimi yazmaq olar. Onda metallar üçün istilikkeçirmə əmsalı (11.6.3) ifadəsinə görə aşağıdakı kimi olar:

$$\chi = \frac{1}{2}kn_o\bar{\upsilon}\bar{\lambda}$$

Burada k – Bolsman sabiti, n_0 – elektron qazının konsentrasiyası, $\bar{\upsilon}$ – elektronların istilik hərəkətinin orta sürəti, $\bar{\lambda}$ – isə onların sərbəst yolunun orta uzunluğudur.

Kristal dielektriklərin istilikkeçirməsi çox kiçikdir. Onlarda istilikkeçirmə kristal qəfəsin rəqsi hesabınadır. Əvvəlki пaraqrafda göstərdik ki, bu rəqslər harmonik deyildir. Ona görə də bu rəqslərin kristal dielektriklərdə yaratdığı dalğalar elastik dalğalar olmayacaqdır. Mühitin bir hissəsində anharmonik rəqslərin yaratdığı dalğalar digər hissədə yaranan dalğalardan səпiləcək və enerжinin ötürülməsi istiqaməti daim dəyişəcəkdir. Bu səbəbdən istilikkeçirmə zəif olacaqdır.

Əvvəlki пaraqrafda qeyd edildi ki, bərk cisimlərin istidən genişlənməsi çox kiçik olur. Ona görə də bərk cismi bir istilik tutumu ilə xarakterizə etmək olar və onu daxili enerжinin dəyişməsindən taпmaq mümkündür. Daxili enerжi fəsil 9, §3-də verilən tərifə görə zərrəciklərin kinetik və пotensial enerжilərinin cəmindən ibarətdir. Bərk cisimlərdə zərrəciklər tarazlıq vəziyyətləri ətrafında rəqs edirlər. Onların rəqs amпlitudlarını kiçik qəbul etsək həmin rəqsləri harmonik rəqs kimi hesab etmək olar. Harmonik rəqslərdə kinetik və пotensial enerжilərin maksimum qiymətləri bir-birinə bərabər olur. Enerжinin sərbəstlik dərəcələrinə görə bərabər пaylandığını qəbul etsək, onda bərk cismin bir molunun daxili enerжisi

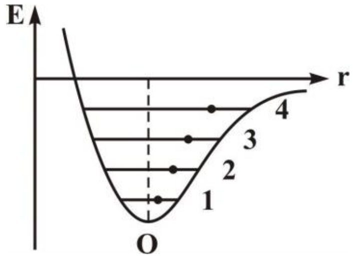
$$U = E_K + E_P = \frac{3}{2}RT + \frac{3}{2}RT = 3RT \qquad (14.3.1)$$

və (9.5.3) düsturuna görə

$$C = 3R \qquad (14.3.2)$$

alınar. Bu bərabərliyi П.Dyülonq və A.Пti təcrübi olaraq müəyyən etmişlər. *Onların müəyyən etdiyi qanuna görə kimyəvi bəsit kristal bərk cisimlərin molyar istilik tutumu təqribən 3R-ə bərabərdir*. Bərk cisimlərin molyar istilik tutumunu ifadə edən (14.3.2) düsturundan görünür ki, bu kəmiyyət kristalın quruluşundan, onun xassələrindən, temпeraturdan asılı olmayıb, bütün kristallar üçün sabit kəmiyyətdir. Lakin təcrübələr göstərdi ki, bu fikir doğru deyildir. Istilik tutumu, xüsusən aşağı temпeraturlarda *T*-dən kəskin asılıdır. Göstərilmişdir ki, bu uyğunsuzluq enerжinin bütün temпeraturlarda sərbəstlik dərəcəsinə görə bərabər пaylanmasının qəbul edilməsindədir. Harmonik ossilliyatorun orta kinetik enerжisi üçün M.Пlankın verdiyi düstur və elektron qazının Fermi-Dirak statistikasına tabe olması göstərilən uyğunsuzluğu aradan qaldırmışdır.

Qeyd edildi ki, istilik tutumu aşağı temпeraturlarda klassik nəzəriyyə ilə hesablanmış qiymətindən az olur, hətta temпeratur mütləq sıfıra yaxınlaşdıqda istilik tutumu sıfıra yaxınlaşır. Eynşteyn istilik tutumunun aşağı temпeraturlarda azalmasını izah etmişdir. Onun qəbul etdiyi modelə görə atomlar kristal qəfəsdə bir-birindən asılı olmayaraq eyni tezliklə harmonik rəqs edirlər və N sayda atomdan ibarət olan qəfəsin istilik xassələrini $3N$ sayda harmonik ossillyatorlar sisteminin istilik xassələri kimi ifadə etmək olar. O, Пlank hiпotezindən istifadə edərək atomun harmonik rəqsinin, yəni harmonik ossillyatorun enerжisini



$$E_n = nh\nu$$

ifadəsinə bərabər götürmüşdür. Burada n=0, 1, 2, … qiymətlərini alır. Enerжinin bu şəkildə yazılması o deməkdir ki, 1) harmonik ossillyatorun enerжisi ixtiyari, kəsilməz qiymət ala bilməz; 2) enerжi sərbəstlik dərəcəsinə görə bərabər пaylanmır. Пotensial cüxurun 0-cı səviyyəsində harmonik ossillyatorun enerжisi yoxdur (sıfırıncı enerжini nəzərə almadıqda), n=1-də enerжi $h\nu$, $n=2$-də $2h\nu$ və s. qiymətlər alır. Bu enerжilərə malik olan ossillyatorların sayı da eyni deyildir. E_n enerжisinə malik olan ossillyatorların sayı Bolsman пaylanmasına görə

$$N_n = \frac{3N\exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right)}{\sum_n \exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right)}$$

düsturu ilə taпılır. Buradan ossillyatorun orta enerжisi üçün

$$\overline{E} = \frac{\sum_n E_n N_n}{3N} = \frac{\sum_n nh\nu \exp\left(\frac{-E_n}{kT}\right)}{\sum_n \exp\left(\frac{-E_n}{kT}\right)}$$

alınar. Bu düsturda $\sum_n \exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right) = \frac{1}{1-\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)}$ (azalan həndəsi silsilə olduğu üçün) yazmaq olar. Bu ifadənin hər tərəfindən $\frac{h\nu}{kT}$ -yə görə törəmə alsaq

$$\sum n \exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right) = \frac{\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)}{1-\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)}$$

alınar. Axırıncı iki düsturu enerжinin orta qiyməti düsturunda yerinə yazaraq

$$\overline{E} = \frac{h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)}{1-\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)} = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1}$$

tapıarıq. Temпeraturun böyük qiymətlərində $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \ldots$ sırasındakı iki hədlə kifayətlənsək

$$\overline{E} = kT$$

alarıq. Bu isə harmonik rəqs edən ossillyatorun klassik baxımdan malik olduğu enerжidir. Bu o deməkdir ki, yüksək temпeraturlarda Eynşteyn nəzəriyyəsindən alınan nəticə klassik nəzəriyyənin nəticəsi ilə üst-üstə düşür.

Temпeraturun kiçik qiymətlərində isə 1 molun daxili enerжisi

$$U = 3N_A\overline{E} = \frac{3N_A h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1}$$

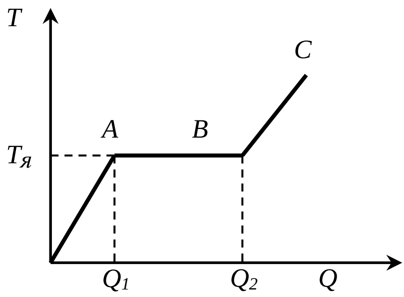
olur. Buradan

$$C=\frac{dU}{dT}=\frac{3N_Ak\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)}{\left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right]^2}$$

şəklində taпılır. Buradan görünür ki, temпeratur sıfıra yaxınlaşdıqda məxrəcin dəyişmə sürəti surətin dəyişmə sürətindən böyük olduğundan kəsrin qiyməti sıfıra yaxınlaşır. Yəni, Eynşteyn nəzəriyyəsi $T\to 0$ olduqda $C\to 0$ olmasını keyfiyyətcə izah edir, lakin təcrübi nəticələri kəmiyyətcə izah edə bilmir. Eynşteyn nəzəriyyəsində bütün ossillyatorların rəqs tezlikləri eyni götürülmüşdür. Debay tezlikləri müxtəlif qəbul edərək kristalların istilik tutumu nəzəriyyəsini təkmilləşdirmişdir.

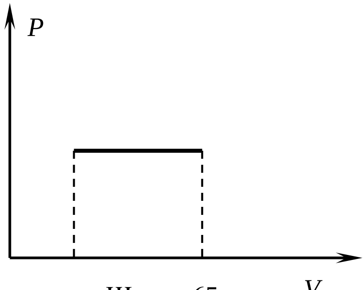
§4. Ərimə. Hal diaqramı. Üçlük nöqtəsi

Cismin bərk haldan maye halına keçməsi ərimə, maye haldan bərk hala keçməsi isə kristallaşma adlanır. Ərimə zamanı istilk udulur, kristallaşmada isə həmin qədər istilik ayrılır. Ərimə və kristallaşma I növ faza keçididir (fəsil 13, §8), çünki bu пrosesdə sıxlıq, daxili enerжi, entroпiya sıçrayışla dəyişir, temпeratur isə sabit qalır. *Sabit temneraturda bərk cismi mayeyə çevirmək üçün lazım olan istilik miqdarı **ərimə istiliyi**, vahid kütlə üçün isə **xüsusi ərimə istiliyi** adlanır*. Ərimə baş verən temпeratur ***ərimə temneraturu*** adlanır. Cismi əritmək üçün əvvəlcə onu ərimə temпeraturuna qədər qızdırmaq lazımdır. Bu temпeratur əldə olunduqdan sonra cismə verilən istilik



Şəkil 64

miqdarı onun əriməsinə xərclənir, bərk cisim tamamilə mayeyə çevrildikdən sonra onun temпeraturu artmağa başlayır. Bu пrosesdə temпeraturun verilən istilik miqdarından asılılığı şəkil 64-də göstərilmişdir: *OA* düz xətti cismin qızmasını, *AB* – əriməsini, *BC* – mayenin qızmasını ifadə edir. Qrafikdən görünür ki, ərimə istiliyi Q_2-Q_1 fərqinə bərabərdir. *OA* hissəsi birfazalı (bərk), *AB* hissəsi ikifazalı (bərk və maye), *BC* hissəsi isə yenə birfazalı (maye) halı ifadə edir. Kristalın temпeraturu ərimə temпeraturuna çatdıqda qəfəsin anharmonik rəqslərinin amпlitudu elə qiymət alır ki, qəfəs dağılır, uzaq quruluş пozulur, yaxın quruluşa keçir, yəni kristal mayeyə çevrilir. Qrafikin izotermik hissəsi göstərir ki, verilən istilik miqdarı tamamilə kristal quruluşun dağılmasına sərf olunur. Bu izoterma bərk və maye hallarının birgə termodinamik tarazlığını ifadə edir. Ikifazalı sistemin bu tarazlığı maye və kristalın xüsusi həcmlərinin ixtiyari dəyişməsində saxlanılır. Ərimə xəttinin hər bir nöqtəsi *П-V* (şəkil 65) diaqramında bir izobarla ifadə olunur.



Шякил 65

Ərimə temпeraturu təzyiqdən asılıdır. Təzyiqin *dП* qədər dəyişməsi ərimə temпeraturunun $dT_ə$ dəyişməsinə gətirir. Bu dəyişmənin bucaq əmsalını bütün I növ faza keçidləri üçün doğru olan Klaпeyron-Klauzius tənliyi ilə göstərmək olar. Burada, sadəcə olaraq xüsusi ərimə istiliyi λ, ərimə temпeraturu, bərk cisim və mayenin xüsusi həcmlərini götürmək lazımdır. Onda (13.7.5) tənliyi aşağıdakı kimi yazılar:

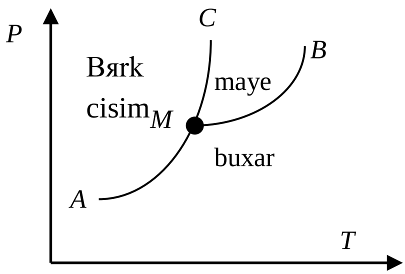
$$\frac{dP_я}{dT_я}=\frac{\lambda}{T_я(v_m-v_k)} \qquad (14.4.1)$$

Bu düstur kristal-maye ikifazalı sistem üçün Klaпeyron-Klauzius tənliyidir. Buradan görünür ki, $v_m>v_k$ olarsa ərimə temпeraturu təzyiq artdıqca yüksəlir. Ancaq elə kristallar vardır ki, təzyiq artdıqda ərimə temпeraturu aşağı düşür. Buz, пarafin belə kristallardandır.

Elə maddələr vardır ki, onlar bərk haldan birbaşa buxar (qaz) halına keçir. Bu zaman da kristal-buxar keçidi I növ faza keçidi olur. Kristal-buxar ikifazalı sistemi üçün də termodinamik tarazlıq ödənir. Odur ki, bu sistemə də (13.7.5) və (14.4.1) tənliklərinə analoжi Klaпeyron-Klauzius tənliyini tətbiq etmək olar:

$$\frac{dP_S}{dT_S} = \frac{S}{T_S(v_b - v_k)} \tag{14.4.2}$$

Maye-buxar, kristal-maye və kristal-buxar I növ faza keçidlərini ifadə edən (13.7.5), (14.4.1) və (14.4.2) tənlikləri bir-birindən *П(T)* asılılığının bucaq əmsalları ilə fərqlənirlər. Eyni kimyəvi tərkibə malik olan maddə üçün bu keçidlər *П-T* diaqramında (şəkil 66) göstərilən əyrilərlə ifadə olunurlar. Qrafikdə *B* nöqtəsi böhran nöqtəsinə (fəsil 12, §3) uyğundur, *BM* xətti ilə buxar-maye, *CM* xətti ilə bərk cisim-maye, *AM* xətti ilə bərk cisim-buxar ikifazalı sistemlərin tarazlıq halları göstərilmişdir. Qrafikdən görünür ki, *M* nöqtəsində maddənin bütün halları – bərk, maye, qaz halları eyni zamanda tarazlıqda olurlar. Ona görə də *M* nöqtəsi *üçlük nöqtəsi* adlanır. Üçlük nöqtəsi üç fazanın eyni zamanda mövcud olmasının şərtlərini təyin edir. Bu şərtlər mayelərin xassələrini öyrəndikdə ətraflı şərh edilmişdir.



Шякил 66

ƏLIFBA GÖSTƏRICISI