

I - HƏNDƏSƏNİN ƏSAS ANLAYIŞLARI

DƏRS - 1) NÖQTƏ . DÜZ XƏTT . PARÇA . BUCAQLAR .
QONŞU VƏ QARŞILIQLI BUCAQLAR .

1) NÖQTƏ . DÜZ XƏTT . PARÇA .

Həndəsə - həndəsi fiqurların xassələri haqqında elmdir . Planimetriya bütün nöqtələri eyni bir müstəvi üzərində yerləşən həndəsi fiqurların xassələrini öyrənir , stereometriya isə fəza fiqurlarının xassələrini öyrənir .

Nöqtə , düz xətt və müstəvi həndəsənin ilk anlayışları olduqları üçün tərif olunurlar .

Müstəvi üzərində əsas həndəsi fiqurlar nöqtə və düz xəttir . Nöqtə əsasən bir hərflə işarə olunur .

Məsələn : (.) A nöqtəsi . Müstəvi üzərində olan A nöqtəsi verilmiş a düz xətti üzərində

olarsa , bu fakt $A \in a$ kimi , B nöqtəsi həmin düz xətt üzərində deyilsə , bu fakt $B \notin a$ və ya $C \notin a$ kimi işarə olunur . Düz xətt adətən bir kiçik hərflə və ya həmin düz xətt üzərində olan iki nöqtə ilə verilir . Məsələn a düz xətti və ya AB düz xətti .

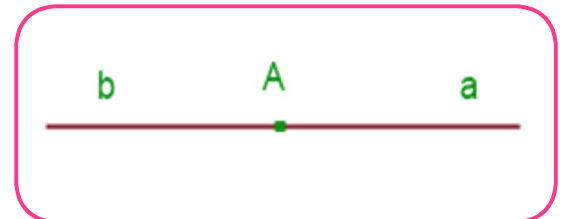
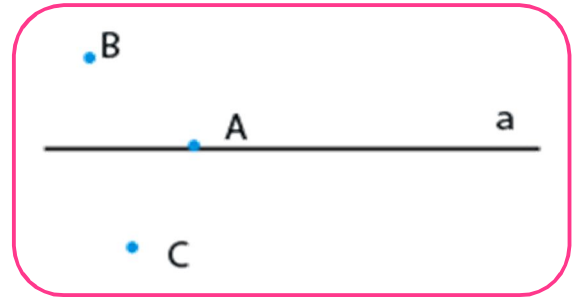
ƏSAS HƏNDƏSİ AKSIOMLAR :

- 1) İxtiyari iki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçirmək olar .
- 2) Müstəvi üzərində ixtiyari iki düz xətt yalnız bir nöqtədə kəşisir .
- 3) Düz xəttin ixtiyari üç nöqtəsindən yalnız biri digər ikisinin arasındadır

TƏRİF : 1) Düz xəttin verilmiş nöqtəsindən bir tərəfdə olan bütün nöqtələrindən ibarət olan hissəsinə yarım düz xətt və ya şüa deyilir .

Bu nöqtəyə yarım düz xəttin başlanğıc nöqtəsi deyilir . Düz xətt üzərində olan hər hansı A nöqtəsi həmin düz xətti ortaq başlanğıc nöqtəsi olan iki yarım düz xəttə bölür .

2) Ortaq başlanğıcı olan iki yarım düz xəttə tamamlayıcı yarım düz xətlər və ya əks şüalar deyilir



TƏRİF : Düz xəttin verilmiş iki nöqtəsi və onlar arasındakı bütün nöqtələrindən ibarət olan hissəsinə parça deyilir .

Bu nöqtələrə isə parçanın uc nöqtələri deyilir .

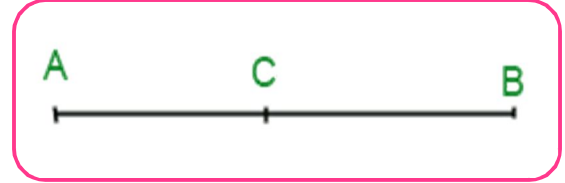
Məsələn AB parçası . A və B nöqtələri uc nöqtələrdir .

Hər bir parçanın sıfırdan böyük müəyyən uzunluğu var .Parçanın uzunluğu onun hər hansı nöqtəsi ilə bölündüyü parçaların uzunluqları cəminə bərabərdir .

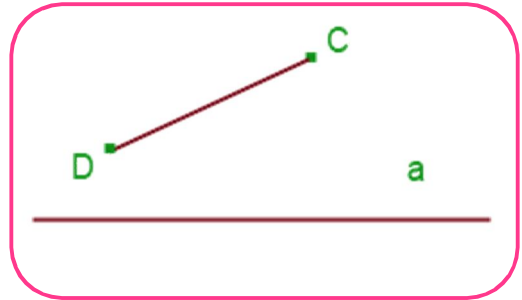
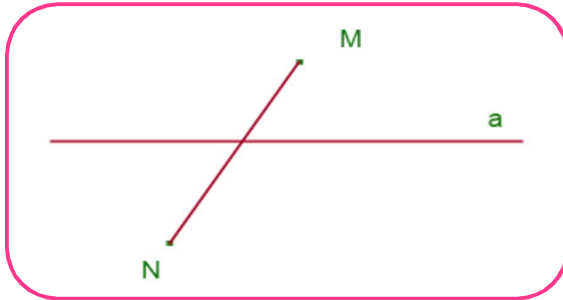
MƏSƏLƏN : $AB = AC + BC$

Əgər parçanın C daxili nöqtəsi verilmiş parçanı iki bərabər hissəyə bölürsə , bu nöqtəyə parçanın orta nöqtəsi deyilir . Bu halda

$$AC = CB = \frac{AB}{2}$$



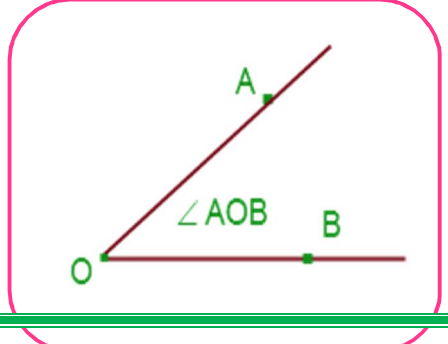
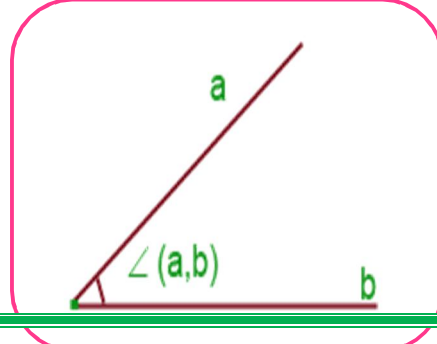
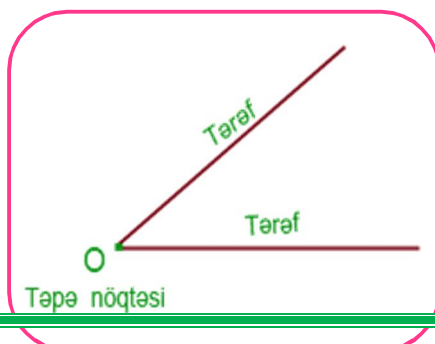
XASSƏ : Düz xətt müstəvini iki yarımmüstəviyə bölür . Əgər parçanın uc nöqtələri düz xəttin müxtəlif yarımmüstəviləri üzərindədirsə , onda parça düz xətti kəsir , eyni yarımmüstəvilər üzərindədirsə , onda parça düz xətti kəsmir .



2) Bucaqlar . Bucağın növləri .

TƏRİF : Nöqtə və bu nöqtədən çıxan iki yarım düz xətdən ibarət olan müstəvi fiqura bucaq deyilir . Nöqtə bucağın təpə nöqtəsi , yarım düz xətlər isə bucağın tərəfləri adlanır .

Hər bir bucaq ya onun təpə nöqtəsi ilə - $\angle O$, ya onun tərəfləri ilə - $\angle (ab)$, ya da onun təpə nöqtəsi və tərəfləri üzərində olan nöqtə ilə - $\angle AOB$ ilə verilir .



TƏRİF : Hər hansı bir şüa bucağın tƏpƏ nƏqtƏsindən çıxırsa və uc nƏqtƏləri bucağın tƏrƏfləri üzərində olan hər hansı düz xətt parçasını kəsirsƏ , onda deyilir ki , hƏmin şüa bucağın tƏrƏfləri arasından keçir .

TƏRİF : TƏrƏfləri tamamlayıcı yarım düz xətlər olan bucağa açıq bucaq deyilir .

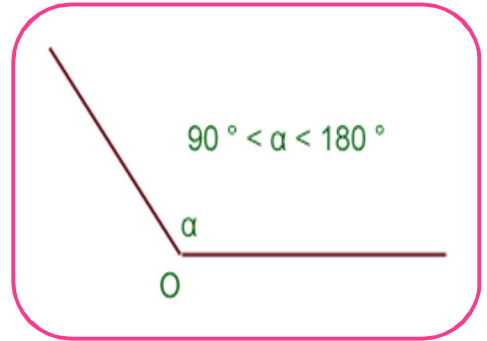
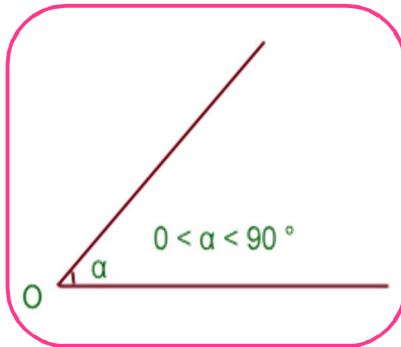
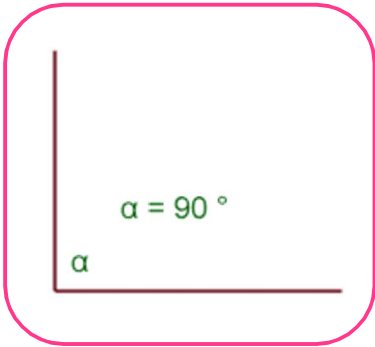
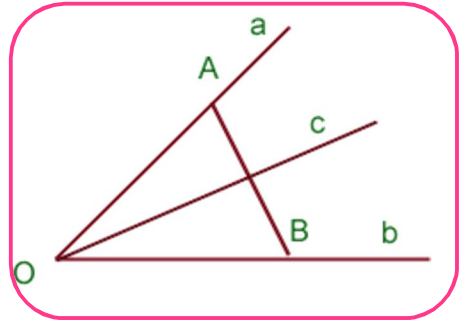
Hər bir bucağın 0 – dan böyük müəyyən dƏrəcə ölçüsü var . Açıq bucaq 180° -yƏ bƏrabƏrdir .

Bucağın dƏrəcə ölçüsü onun tƏrƏfləri arasından keçən istƏnilən şüa ilə bölündüyü bucaqların dƏrəcə ölçülƏrinin cƏminə bƏrabƏrdir .

TƏRİF : DƏrəcə ölçüsü 90° olan bucağa düz bucaq deyilir

DƏrəcə ölçüsü $0 < \alpha < 90^\circ$ olan bucağa iti bucaq ;

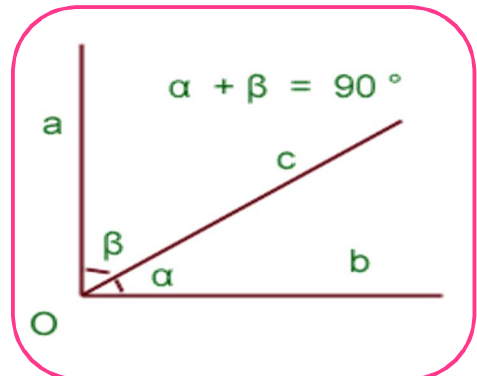
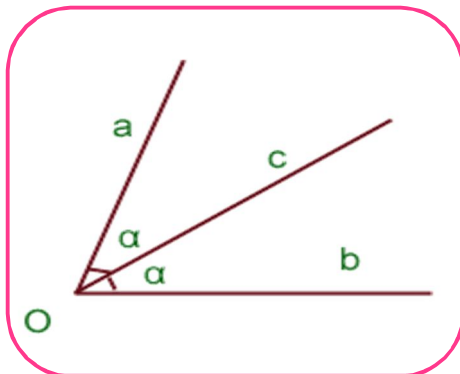
DƏrəcə ölçüsü $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ olan bucağa isƏ kor bucaq deyilir .



TƏRİF : CƏmi 90° olan bucaqlara tamamlayıcı bucaqlar deyilir $\alpha + \beta = 90^\circ$

TƏRİF : Bucağın tƏpƏ nƏqtƏsindən çıxıb , onun tƏrƏfləri arasından keçən və bu bucağı yarıya bölən şüaya bucağın tƏnbölƏni deyilir :

Məsələn OM şüası $\angle O$ tƏpƏ bucağının tƏnbölƏnidir , yƏni $\angle AOM = \angle BOM$



B) QONŞU VƏ QARŞILIQLI BUCAQLAR

TƏRİF : Bir tərəfi ortaq , digər iki tərəfi tamamlayıcı yarım düz xətlər və ya əks şüalar olan iki bucağa qonşu bucaqlar deyilir .

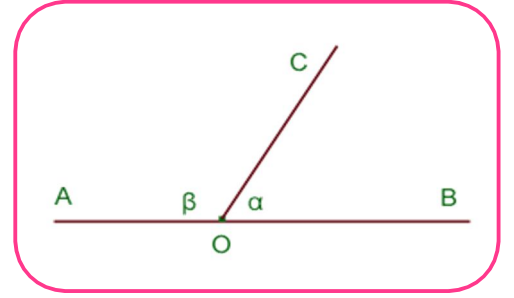
XASSƏ : Qonşu bucaqların cəmi 180° -yə bərabərdir .

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

NƏTİCƏ : 1) Bərabər bucaqlara qonşu olan bucaqlar bərabərdir .

2) Düz bucağa qonşu olan bucaq da düz bucaqdır .

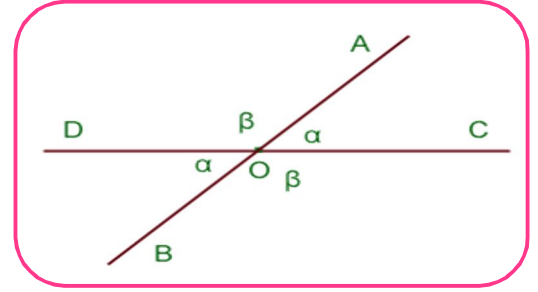
3) İti bucağın qonşu bucağı kor , kor bucağın qonşu bucağı isə iti bucaqdır .



TƏRİF : İki bucaqdan birinin tərəfləri o biri bucağın tərəflərinin tamamlayıcı yarım düz xətləri və ya əks şüaları olarsa , belə bucaqlara qarşılıqlı bucaqlar deyilir .

XASSƏ : Qarşılıqlı bucaqlar bərabərdir .

$$\angle AOD = \angle COB = \beta ; \angle AOC = \angle BOD = \alpha$$



DƏRS - 2) İki paralel düz xəttin üçüncü düz xətlə kəsişməsindən alınan bucaqlar Uyğun tərəfləri paralel və uyğun tərəfləri perpendikulyar olan bucaqlar .

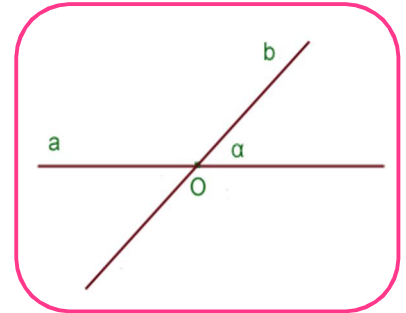
1) DÜZ xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti

TƏRİF : Yalnız bir ortaq nöqtəsi olan düz xətlərə kəsişən düz xətlər , həmin nöqtəyə isə kəsişmə nöqtəsi deyilir .

TƏRİF : İki kəsişən düz xəttin arasındakı bucaqlardan kiçiyinin qiymətinə bu düz xətlər arasındakı bucaq deyilir :

$$\angle (a b) = \alpha$$

İki düz xəttin kəsişməsindən alınan bucaqlardan biri düz bucaq isə qalanları da düz bucaqdır .

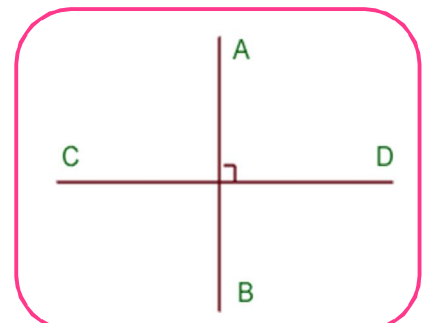


TƏRİF : Düz bucaq altında kəsişən düz xətlərə perpendikulyar düz xətlər deyilir .

Düz xətlərin perpendikulyarlığı \perp kimi isarə olunur .

Məsələn $AB \perp CD$.

AKSİOM : Düz xəttin ixtiyari nöqtəsindən ona yalnız bir perpendikulyar düz xətt keçirmək olar .

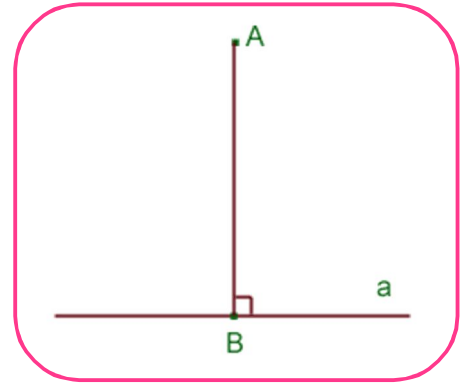


TƏRİF : Verilmiş düz xəttə perpendikulyar düz xətt üzərində olan və bir ucu düz xətlərin kəsişmə nöqtəsi olan düz xətt parçasına düz xəttə çəkilmiş perpendikulyar deyilir .

Parçanın bu ucuna onun oturacağı deyilir .

Məsələn : AB perpendikulyarı A nöqtəsindən a düz xəttinə çəkilmişdir . B nöqtəsinə isə onun oturacağı deyilir

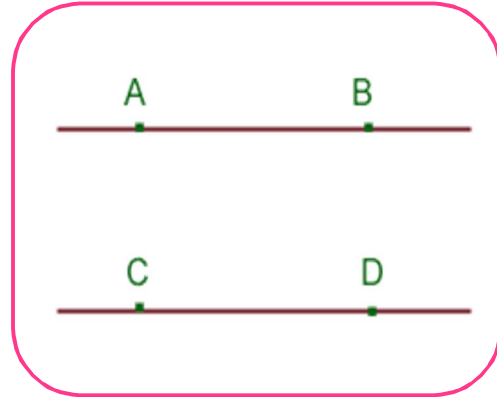
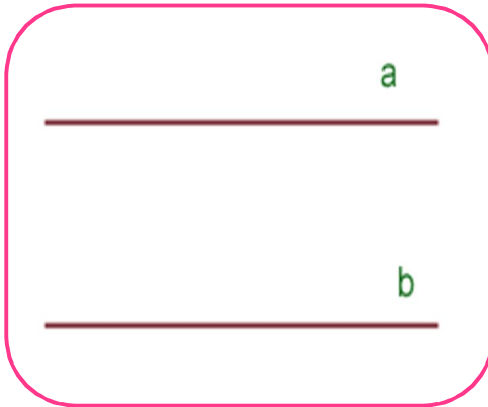
AKSİOM : Düz xətt üzərində olmayan nöqtədən həmin düz xəttə yalnız bir perpendikulyar düz xətt çəkmək olar .



TƏRİF : Bir müstəvi üzərində yerləşən və kəsişməyən iki düz xəttə paralel düz xətlər deyilir
Paralel düz xətlər üzərində yerləşən parçalar paralel parçalar , paralel düz xətlər üzərində yerləşən şüalar isə paralel şüalar adlanır .

Düz xətlərin və parçaların paralelliyi \parallel kimi işarə olunur .

Məsələn : $a \parallel b$, $AB \parallel CD$ və s .

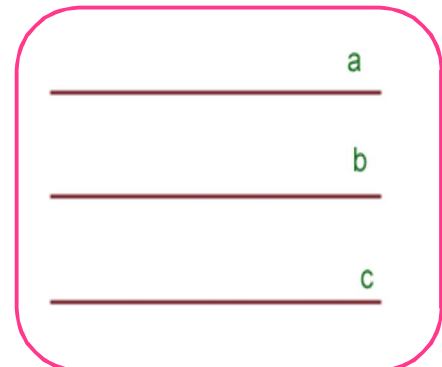
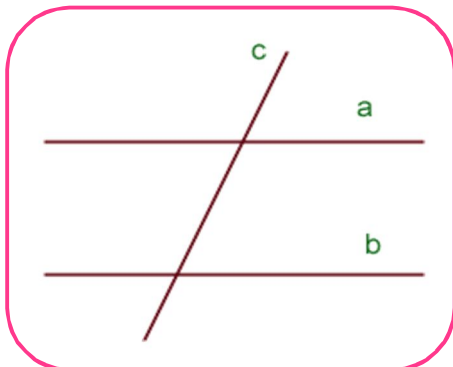


AKSİOM : Verilmiş düz xətt üzərində yerləşməyən nöqtədən həmin düz xəttə yalnız bir paralel düz xətt keçirmək olar .

NƏTİCƏ : 1) İki paralel düz xətdən birini kəsən düz xətt ikincisini də kəsir .

2) İki müxtəlif düz xətt üçüncü düz xəttə paraleldirsə , onda bu düz xətlər paraleldir .

$$a \parallel b \text{ və } c \parallel b \Rightarrow a \parallel c$$



2) İKİ DÜZ XƏTTİN ÜÇÜNCÜ DÜZ XƏTLƏ KƏSİŞMƏSİNDƏN ALINAN

Tutaq ki a və b ixtiyari iki düz xətt c isə onlarla kəsişən üçüncü düz xəttir. Bu halda c düz xətti a və b düz xətlərinin kəsəni adlanır.

a və b düz xətlərinin c düz xətti ilə kəsişməsindən 8 bucaq alınır.

Bu zaman alınan :

A) $\sphericalangle 3$ və $\sphericalangle 6$, həmçinin $\sphericalangle 4$ və $\sphericalangle 5$ daxili birtərəfli bucaqlar ;

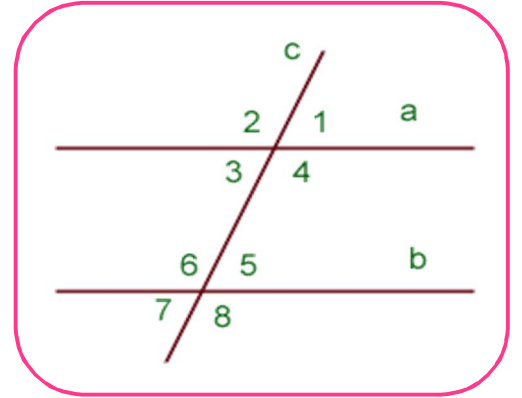
B) $\sphericalangle 3$ və $\sphericalangle 5$, həmçinin $\sphericalangle 4$ və $\sphericalangle 6$ daxili çarpaz bucaqlar ;

C) $\sphericalangle 1$ və $\sphericalangle 7$, həmçinin $\sphericalangle 2$ və $\sphericalangle 8$ xarici çarpaz bucaqlar ;

D) $\sphericalangle 2$ və $\sphericalangle 7$, həmçinin $\sphericalangle 1$ və $\sphericalangle 8$ xarici birtərəfli bucaqlar ;

E) $\sphericalangle 1$ və $\sphericalangle 5$, $\sphericalangle 2$ və $\sphericalangle 6$, $\sphericalangle 3$ və $\sphericalangle 7$, $\sphericalangle 4$ və $\sphericalangle 8$ isə uyğun bucaqlar adlanır.

Buradan qonşu və qarşılıqlı bucaqlar cütlerini də göstərmək olar.



İKİ DÜZ XƏTTİN PARALELLİK ƏLAMƏTLƏRİ.

TEOREM (düz teorem). İki düz xətt üçüncü düz xəttlə kəsişdikdə :

A) Daxili çarpaz bucaqlar və ya xarici çarpaz bucaqlar bərabərsə , yəni

$$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 7 ; \sphericalangle 4 = \sphericalangle 6 ; \sphericalangle 3 = \sphericalangle 5 ; \sphericalangle 2 = \sphericalangle 8 \text{ isə ;}$$

B) Daxili birtərəfli bucaqların və ya xarici birtərəfli bucaqların cəmi

$$180^\circ - \text{isə , yəni } \sphericalangle 1 + \sphericalangle 6 = 180^\circ ; \sphericalangle 4 + \sphericalangle 7 = 180^\circ ;$$

$$\sphericalangle 2 + \sphericalangle 5 = 180^\circ ; \sphericalangle 3 + \sphericalangle 8 = 180^\circ \text{ isə ;}$$

C) Uyğun bucaqlar bərabərsə , yəni $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 5$; $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 6$;

$$\sphericalangle 3 = \sphericalangle 7 ; \sphericalangle 4 = \sphericalangle 8 \text{ isə , onda bu düz xətlər paraleldir .}$$

TEOREM (tərs teorem). İki paralel düz xətti üçüncü düz xəttlə kəsəndə :

A) Daxili çarpaz bucaqlar və ya xarici çarpaz bucaqlar bərabərdir , yəni

$$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 7 ; \sphericalangle 4 = \sphericalangle 6 ; \sphericalangle 3 = \sphericalangle 5 ; \sphericalangle 2 = \sphericalangle 8 \text{ isə ;}$$

B) Daxili birtərəfli bucaqların və ya xarici birtərəfli bucaqların cəmi

$$180^\circ - \text{dir, yəni } \sphericalangle 1 + \sphericalangle 6 = 180^\circ ; \sphericalangle 4 + \sphericalangle 7 = 180^\circ ;$$

$$\sphericalangle 2 + \sphericalangle 5 = 180^\circ ; \sphericalangle 3 + \sphericalangle 8 = 180^\circ ;$$

C) Uyğun bucaqlar bərabərdir , yəni $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 5$; $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 6$;

$$\sphericalangle 3 = \sphericalangle 7 ; \sphericalangle 4 = \sphericalangle 8 .$$

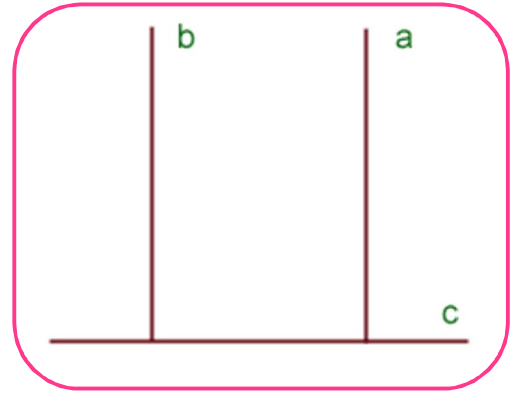
Xüsusi halda bu bucaqlardan biri 90° olarsa , digərləri də 90° olar .

NƏTİCƏ : 1) Eyni bir düz xəttə perpendikulyar olub eyni müstəvidə yerləşən düz xətlər paraleldir .

Məsələn : $a \perp c$ və $b \perp c$ olarsa, onda $a \parallel b$.

2) Düz xətt , onunla eyni müstəvidə olan iki paralel düz xətdən birinə perpendikulyardırsa , o birinə də perpendikulyardır .

Məsələn : $a \parallel b$ və $c \perp a$ isə , onda $c \perp b$



Nəticə : $d_1 \parallel d_2$ olduqda

1) $\alpha + \beta = x$

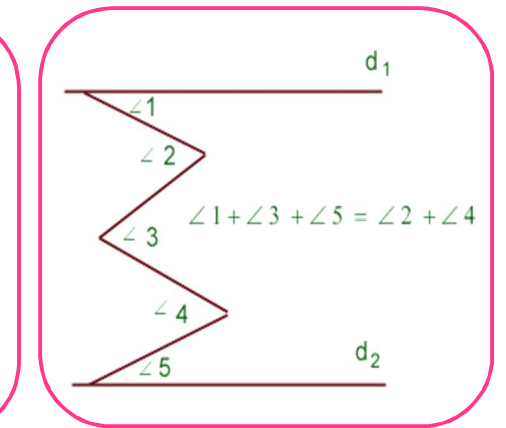
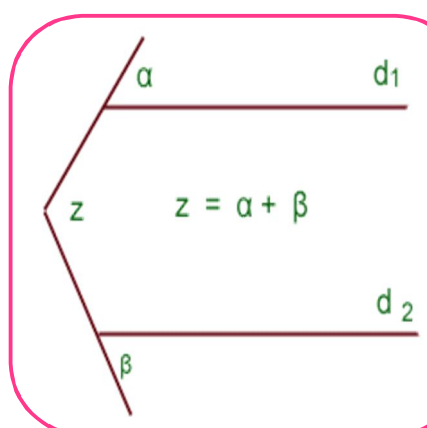
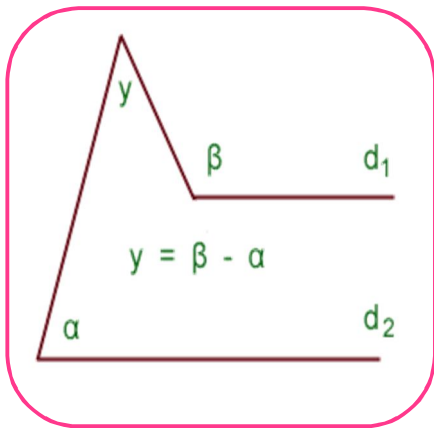
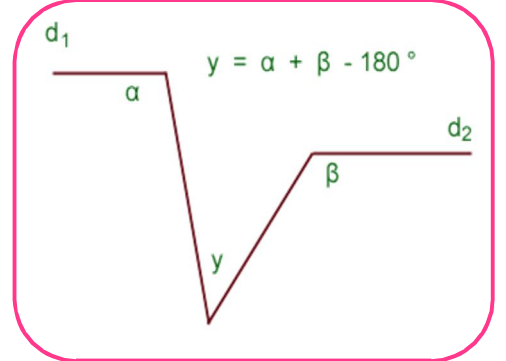
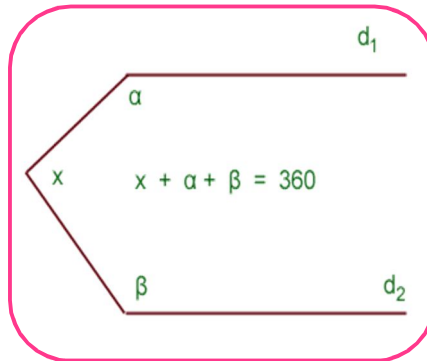
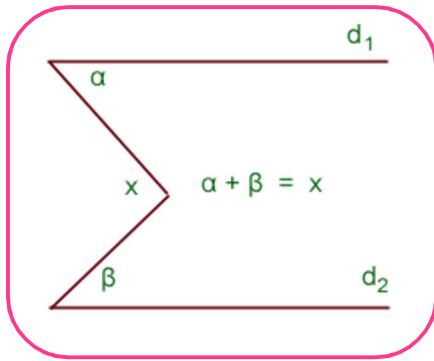
4) $y = \beta - \alpha$

2) $x + \alpha + \beta = 360^\circ$

5) $z = \alpha + \beta$

3) $y = \alpha + \beta - 180^\circ$

6) $\angle 1 + \angle 3 + \angle 5 = \angle 2 + \angle 4$



3) UYGUN TƏRƏFLƏRİ PARALEL VƏ PERPENDİKULYAR OLAN BUCAQLAR .

TƏRİF : Hər ikisi iti və ya hər ikisi kor olan bucaqlara eyni adlı bucaqlar , biri iti digəri isə kor olan bucaqlara müxtəlif adlı bucaqlar deyilir .

TƏRİF : Tutaq ki , $a_1 \parallel a_2$ və $b_1 \parallel b_2$ - dir . Onda $\angle (a_1b_1)$ və $\angle (a_2b_2)$ - uyğun tərəfi paralel olan bucaqlar adlanır .

XASSƏ : Uyğun tərəfi paralel olan eyniadlı bucaqlar bir birinə bərabərdir .

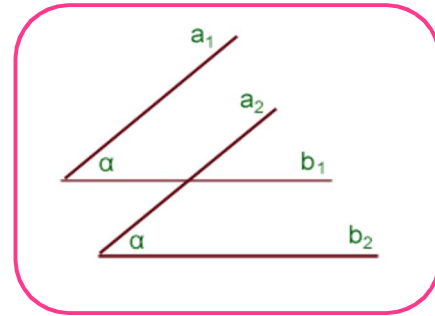
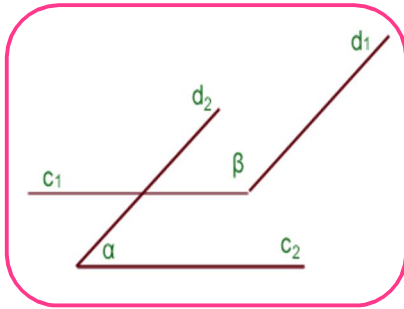
Məsələn : $a_1 \parallel a_2$ və $b_1 \parallel b_2$ isə , onda

$$\angle (a_1b_1) = \angle (a_2b_2) .$$

XASSƏ : Uyğun tərəfi paralel olan müxtəlif adlı bucaqların cəmi 180° -yə bərabərdir

Məsələn : $c_1 \parallel c_2$ və $d_1 \parallel d_2$ isə , onda

$$\angle (c_1d_1) + \angle (c_2d_2) = 180^\circ$$



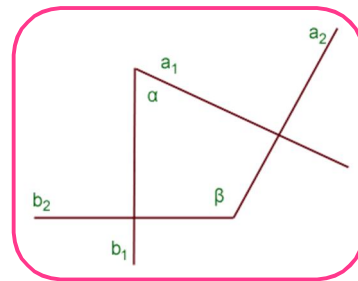
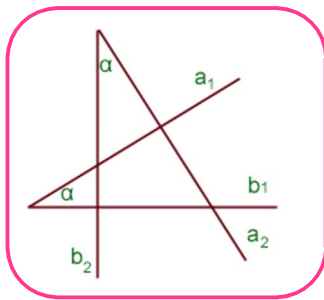
TƏRİF : Tutaq ki , $a_1 \perp a_2$ və $b_1 \perp b_2$ - dir . Onda $\angle (a_1b_1)$ və $\angle (a_2b_2)$ - uyğun tərəfi perpendikulyar olan bucaqlar adlanır .

XASSƏ : Uyğun tərəfi perpendikulyar olan eyniadlı bucaqlar bir birinə bərabərdir .

Məsələn : $a_1 \perp a_2$ və $b_1 \perp b_2$ isə , onda $\angle (a_1b_1) = \angle (a_2b_2)$.

XASSƏ : Uyğun tərəfi perpendikulyar olan müxtəlif adlı bucaqların cəmi 180° -yə bərabərdir .

Məsələn : $a_1 \perp a_2$ və $b_1 \perp b_2$ isə , onda $\angle (a_1b_1) + \angle (a_2b_2) = 180^\circ$



SAAT VƏ DƏQİQƏ ƏQRƏBLƏRİ ARASINDAKI BUCAĞIN TAPIILMASI .

$$\alpha = \frac{|60 \cdot \text{saat} - 11 \cdot \text{dəq}|}{2}$$